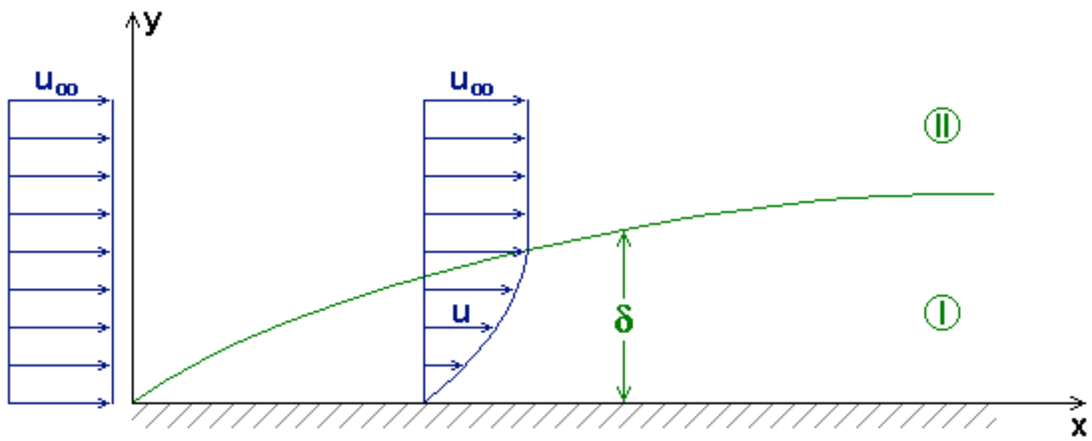
Camada limite

Todo fluido real possui viscosidade. As observações experimentais mostram que quando um fluido escoa, paralelamente a uma superfície, as moléculas do fluido em contato com a superfície aderem a esta. É como se a viscosidade tivesse o mesmo efeito de uma cola. A velocidade relativa fluido-placa, na superfície (y=0), é zero, u=0. Na Fig. 1, apresenta-se um esquema representativo do perfil de velocidades para um escoamento paralelo a uma placa em repouso. As moléculas do fluido aderidas à superfície, em y=0, exercem sobre as demais um efeito de frenagem que diminui, à medida que y aumenta, até se atingir uma região onde a velocidade do escoamento é uniforme. A região em que a velocidade varia com y, ou seja, onde ocorrem gradientes de velocidade, representa a chamada camada limite, região I, na Fig. 1. Na região externa à camada limite, $\delta<y<\infty$, u não varia com y.



I) Camada limite:
Forte efeito viscoso

II) Fora da camada limite:
Fraco efeito viscoso

Figura 1: Esquema do perfil de velocidades sobre uma placa plana

Para efeito de cálculo, considera-se que a espessura da camada limite, em qualquer posição x, onde x representa a distância do bordo de ataque da placa, é tal que u=0,99 u_∞, u_∞ representa a velocidade, longe da placa, que não é afetada pela presença da placa.

À medida que x aumenta, também aumenta a espessura da camada limite. A uma determinada distância x, pode ocorrer uma transição do regime laminar para o turbulento, com a modificação do perfil de velocidades. Na Fig. 2, são apresentados os esquemas dos perfis de velocidade uniforme, antes de atingir a placa, laminar e turbulento.

Figura 2: Perfis de velocidade

I) Camada limite:

$$u = u(y)$$
$$u(0) = 0$$
$$u(\delta) = 0{,}99 \cdot u_\infty$$

II) Fora da camada limite:

$$u = u_\infty$$

(constante)

O gradiente de velocidades que resulta do efeito viscoso na camada limite faz surgir uma tensão de cisalhamento, τ. Para um fluido newtoniano, τ é diretamente proporcional ao gradiente de velocidades, du/dy, e o coeficiente de proporcionalidade μ representa a viscosidade dinâmica do fluido.

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

Define-se o coeficiente de atrito local C_f como

$$C_f = \frac{\tau_{\sup}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_\infty^2}$$

onde a tensão de cisalhamento na parede τ_{sup} é calculada por meio da equação seguinte.

$$\tau_{\sup} = \mu \cdot \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}$$

Camadas limites hidrodinâmicas laminar e turbulenta:

A partir de uma certa distância do início da placa pode ocorrer a transição da camada limite laminar para a camada limite turbulenta. A esta distância costuma-se denominar *x* crítico x_c. Uma forma de

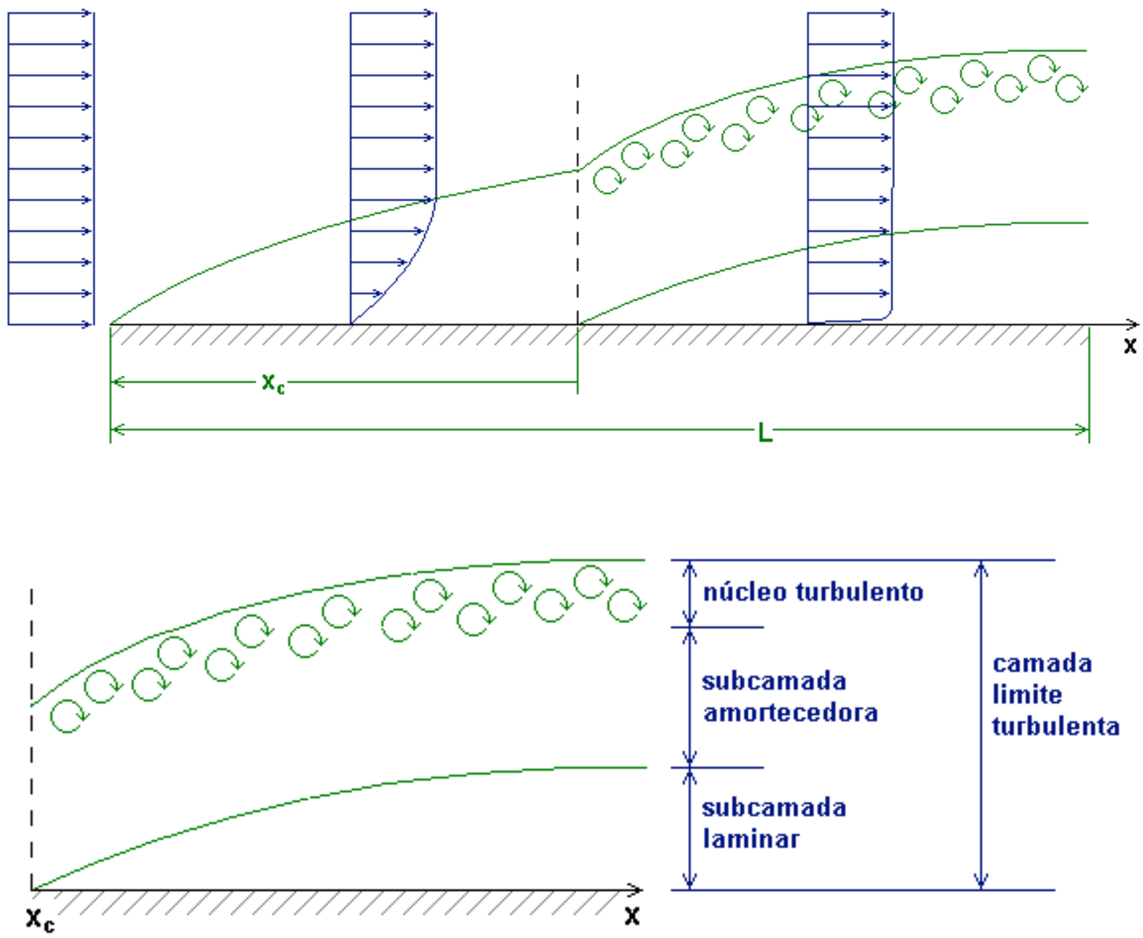


Figura 3: Camadas limites laminar e turbulenta

se verificar se o escoamento na camada limite é laminar ou turbulento é através do número de Reynolds, Re_x, um parâmetro adimensional, definido a seguir.

$$\mathrm{Re}_x = \frac{\rho \cdot u_\infty \cdot x}{\mu}$$

Normalmente, para um escoamento paralelo a uma placa plana, considera-se que a transição do regime laminar para o turbulento ocorra quando

$$\mathrm{Re}_c = 5 \cdot 10^5$$

Este número de Reynolds é chamado de Reynolds crítico, calculado em função da distância crítica, $x=x_c$. Na prática, entretanto, Re_c depende da rugosidade da superfície, e pode variar entre 10^5 e 3.10^6.

A título de exemplo, considere um escoamento de ar, à temperatura de 350K (77ºC), com velocidade uniforme de 5 m/s. A viscosidade cinemática do ar, à 77ºC, é $1{,}59.10^{-5}$m^2/s e o número de Reynolds em x=3m é

$$\mathrm{Re}_L = \frac{U_\infty L}{\upsilon} = \frac{5 \times 3}{1{,}59 \times 10^{-5}} = 943.396 = 9{,}43 \times 10^5 > 5 \times 10^5$$

maior do que o Re_c, o que indica que o escoamento, na camada limite, a partir de x_c, é turbulento.

Aspectos históricos:

O conceito de cada limite foi introduzido por Ludwig Prandtl, em 1904, conforme [1-3]. De acordo com Schlichting [1], ao final do século XIX, a mecânica dos fluidos começou a desenvolver-se em duas vias que, praticamente, não possuíam nenhum ponto em comum: de um lado a via teórica, representada pela hidrodinâmica, com os trabalhos de Daniel Bernoulli (1700-1782) e Leonardo Euler (1707-1783), para fluidos invíscidos, e do outro a via experimental, representada pela hidráulica, resultante do rápido desenvolvimento tecnológico, que exigia soluções rápidas para os problemas práticos de perda de carga em tubos e dutos ou de força de arrasto sobre corpos em movimento em um meio fluido. A divergência entre aqueles dois ramos da ciência, onde os resultados da teoria da Hidrodinâmica não estavam de acordo com os resultados empíricos da Hidráulica, levaram Prandtl a analisar o escoamento sobre um corpo sólido, dividindo-o em duas regiões: uma região muito fina, na vizinhança do corpo, (*camada limite* ou "*boundary layer*", em inglês), onde os efeitos viscosos são importantes, e a região "distante" ou fora da camada limite, onde os efeitos viscosos podem ser desprezados.

Apesar da importância do conceito de camada limite introduzido por Prandtl, em um artigo publicado em 1904, [1], e em uma seqüência de dez artigos, um por ano, co-assinados por ele seus estudantes, este conceito não teve fácil aceitação na comunidade científica. Foram necessárias quase três décadas para que o conceito de camada limite viesse a ser aceito e pesquisado por um número considerável de pesquisadores, em todo o mundo, até se tornar um dos ramos importantes da mecânica dos fluidos e da transferência de calor.

Referências:

[1] Schlichting, H., *Boundary-Layer Theory*, McGraw-Hill, 1979.
[2] Lienhard IV, J.H. and Lienhard V, J.H., 2003, *A Heat Transfer Textbook*,
Disponível em: **web.mit.edu/lienhard/www/ahtt.html**
[3] Bejan, A., *Transferência de Calor*, ed., Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1996.

$$\Delta p = f\,\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}$$

$$f_{lam.} = \frac{64}{\mathrm{Re}_d},\ \mathrm{Re}_d = \frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu} = \frac{V.d}{\nu},\ \ Q = VA = V\,\frac{\pi d^2}{4}$$

$$\Delta p = C\,\frac{Q}{d^4} \ \longrightarrow \ \frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4$$