

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA

Estudo do Escoamento Multifásico em Medidores de Vazão do tipo Pressão Diferencial

Tese submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

Doutor em Engenharia Mecânica

Emilio Ernesto Paladino

Florianópolis, Abril de 2005

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**Estudo do Escoamento Multifásico em Medidores de Vazão do tipo
Pressão Diferencial**

Emilio Ernesto Paladino

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de

DOUTOR EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA

sendo aprovada em sua forma final.

Prof. Clovis R. Maliska, Ph.D. – Orientador

Prof. Julio C. Passos, Dr – Co – orientador

Prof. José A. Bellini da Cunha Neto, Dr. - Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Clovis R. Maliska, Ph.D. - Presidente

Prof. Henry França Meier, Dr. - Relator

Prof. Paulo Laranjeira da Cunha Lage, D.Sc.

Prof. Amir A. Oliveira, Ph.D.

Prof. Jader R. Barbosa, Ph.D.

Ao amor da minha vida, Thereza

AGRADECIMENTOS

Estarei aqui sendo injusto na hora de citar alguns, esquecendo-me de outros, entretanto, não posso deixar de agradecer a algumas pessoas que de uma ou outra forma estiveram presentes ao longo deste processo.

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer à Thereza, além de esposa, amiga e companheira, pela compreensão, pelos finais de semana (e até feiras inteiras) que passamos dentro de casa para a finalização deste trabalho.

Ao meu orientador e mestre, professor Maliska, que me deixou “criar”, porém, sempre disposto quando precisei de orientação.

Aos meus pais e irmãos que sempre me incentivaram, começando pela minha vinda ao Brasil.

Aos colegas do SINMEC pelos momentos e todas as discussões técnicas ao longo destes anos, não apenas ao longo do trabalho de doutorado, mas desde o início do mestrado.

Aos bolsistas do LABSOLAR, Bruno Oliveira e Luis Possamay pela ajuda e dedicação na montagem da bancada e nos testes experimentais.

Aos colegas da ESSS, pelas discussões técnicas e pela ajuda com a utilização dos softwares, em especial ao Eduardo Hoff e Alisson Nunes, pela dedicação no ensino da utilização do IMAGO[®].

Em termos de instituições, gostaria de agradecer à Agência Nacional do Petróleo pelo financiamento e ao Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina que, com seu excelente corpo de professores, contribuiu para o desenvolvimento do trabalho e, principalmente, para o conhecimento adquirido ao longo destes anos.

SUMÁRIO

1	CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	20
1.1	SISTEMA MULTIFÁSICO: DEFINIÇÃO	20
1.2	MEDIDORES DE VAZÃO EM ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS	22
1.2.1	<i>Medidores de vazão multifásicos</i>	24
1.3	OBJETIVOS	29
1.4	ESTRUTURA DO PRESENTE TRABALHO	29
1.5	REVISÃO DA LITERATURA	31
1.5.1	<i>Sistemas de medição de vazão em escoamentos multifásicos</i>	31
1.5.2	<i>Escoamentos multifásicos em constrições</i>	40
1.5.3	<i>Conclusões desta secção e pontos de investigação</i>	45
2	CAPÍTULO 2 – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	48
2.1	PADRÕES DE ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS EM DUTOS	48
2.1.1	<i>Padrões de Escoamento Bifásico em Dutos Verticais</i>	49
2.1.2	<i>Padrões de Escoamento em Dutos Horizontais</i>	51
2.1.3	<i>Padrões de Escoamento em Sistemas Água – Óleo</i>	53
2.2	MODELAGEM MATEMÁTICA	63
2.2.1	<i>Classificação de modelos para escoamentos multifásicos</i>	64
2.2.2	<i>Abordagem Euleriana - Euleriana</i>	68
2.2.3	<i>Equacionamento</i>	71
2.2.4	<i>Equações constitutivas</i>	86
2.2.5	<i>Modelo Homogêneo</i>	104
2.2.6	<i>Modelo de Três Campos (Three-Field model)</i>	108
2.2.7	<i>Modelo utilizado neste trabalho</i>	110
2.2.8	<i>Algumas Considerações sobre a Turbulência em Escoamentos Multifásicos Dispersos</i>	113
3	CAPÍTULO 3 – FORMULAÇÃO NUMÉRICA	115
3.1	SOLUÇÃO SEGREGADA E ACOPLADA DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES	116
3.2	SOLUÇÃO SEGREGADA DAS EQUAÇÕES	118
3.2.1	<i>Integração das equações – Método dos Volumes Finitos Clássico</i>	126
3.2.2	<i>Algoritmos de acoplamento interfacial</i>	127
3.2.2.1	<i>Tratamento totalmente explícito</i>	128
3.2.2.2	<i>Tratamento parcialmente implícito</i>	129
3.2.2.3	<i>Algoritmo de Eliminação Parcial – PEA</i>	129
3.2.2.4	<i>Solução Simultânea de Equações Não-linearmente Acopladas (SINCE)</i>	131

3.3	SOLUÇÃO ACOPLADA DAS EQUAÇÕES	133
3.4	ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE CONVERGÊNCIA	139
3.5	O PACOTE CFX4®	140
4	CAPÍTULO 4 – APARATO EXPERIMENTAL	143
1.1.	DESCRIÇÃO DA BANCADA EXPERIMENTAL	143
4.1	SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE IMAGENS FOTOGRÁFICAS DE ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS	151
5	CAPÍTULO 5 – RESULTADOS.....	153
5.1	VISUALIZAÇÃO EXPERIMENTAL DO ESCOAMENTO BIFÁSICO E COMPARAÇÃO QUALITATIVA COM RESULTADOS NUMÉRICOS	154
5.1.1	<i>Análise de imagens através do software IMAGO®.....</i>	165
5.2	PRESSÃO DIFERENCIAL EM MEDIDORES DE VAZÃO	170
5.2.1	<i>Pressão diferencial e massa virtual</i>	170
5.2.1.1	Modelos para a força de massa virtual	173
5.2.1.2	Massa Virtual e Estabilidade	182
5.2.2	<i>Pressão diferencial em tubos Venturi</i>	184
5.2.2.1	Comparação com resultados experimentais	186
5.3	DISTRIBUIÇÃO DE FASE EM TUBOS VENTURI	194
5.3.1	<i>Distribuição de fase em tubos de seção constante.....</i>	194
5.3.2	<i>Distribuição de fase em tubos Venturi</i>	205
6	CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES	226
6.1	CONTRIBUIÇÕES E CONCLUSÕES DESTE TRABALHO	226
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	229
7	BIBLIOGRAFIA.....	230
8	APÊNDICE 1 – ROTINAS EM FORTRAN	238
9	APÊNDICE 2 – ARQUIVO DE COMANDO DO SOLVER DO CFX4....	255
10	APÊNDICE 3 – COMPARAÇÃO MODELO AXI-SIMÉTRICO COM MODELO 3D259	

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Esquema de um sistema de medição com separador de fases (adaptada de Ribeiro (1996))	24
Figura 2.1 – Mapas de escoamento óleo-água gás (Acikgoz <i>et al</i> (1992))	60
Figura 2.2 – Mapas de escoamento água-ar (adotada de Collier, J. G. & Thome, J. R. (1996))	61
Figura 2.3 – Vazão “real” / Vazão predita como o modelo homogêneo em função do tamanho de bolha a montante para (a) Água-ar com 30 % de ar e (b) Água/óleo com 30% de óleo (Boyer & Lemonnier (1996))	63
Figura 2.4 – Classificação de modelos para escoamentos multifásicos	65
Figura 2.5 – Distribuição típica de gás num escoamento ascendente em padrão de bolhas num duto circular em escoamento vertical	71
Figura 2.6 – Passos para a obtenção das equações médias Enwald <i>et al</i> (1996)	72
Figura 2.7 – Volume de controle genérico contendo dois fluidos imiscíveis separados por uma interface móvel	73
Figura 2.8 – Conceito de média das realizações e temporal	77
Figura 2.9 – Conceito de “fração volumétrica de estagnação”	83
Figura 2.10 – Transferência de quantidade de movimento interfacial	87
Figura 2.11 – Forças de interface em escoamentos dispersos	88
Figura 2.12 – Comportamento do coeficiente de arraste em esferas	91
Figura 2.13 – Conceito de Massa Virtual	95
Figura 2.14 – Origem da força de sustentação	96
Figura 2.15 – Perfis de velocidade na entrada e garganta de uma contração, com diferentes abordagens para a viscosidade da fase dispersa	102
Figura 2.16 – Distribuição de pressão ao longo de uma contração, com diferentes abordagens para a viscosidade da fase dispersa	102
Figura 2.17 – Passagem de uma esfera sólida através de um plano material (adaptada de Kowe <i>et al</i> (1988))	109
Figura 2.18 – Campos de velocidades considerados no modelo de três campos	110

Figura 3.1 – Malhas nos domínios físico e transformado (caso bidimensional) e conceito de mapeamento (de Karema & Lo (1999))	123
Figura 3.2 – Volumes de controle domínios físico (a) e transformado (b)	125
Figura 3.3 – Volumes de controle domínios físico (a) e transformado (b)	135
Figura 4.1 – Vista geral da bancada experimental e detalhe mesa vertical e horizontal	145
Figura 4.2 – Medidores de vazão de água e ar	147
Figura 4.3 – Misturador de água e ar e detalhe do tubo perfurado	148
Figura 4.4 – Unidade de aquisição	149
Figura 4.5 – Detalhe tubo Venturi	150
Figura 4.6 – Geometria do tubo Venturi utilizado	150
Figura 4.7 – Esquema do sistema de iluminação	152
Figura 5.1 – Fotografia do escoamento de água-ar com $J_L = 0,183$ m/s para diferentes velocidades superficiais de ar	157
Figura 5.2 – Fotografia escoamento de água-ar com $J_L = 0,366$ m/s para diferentes velocidades superficiais de ar	158
Figura 5.3 – Fotografia escoamento de água-ar com $J_L = 0,548$ m/s para diferentes velocidades superficiais de ar	160
Figura 5.4 – Comparação qualitativa entre resultados numéricos e experimentais, para escoamento de água-ar com $J_L = 0,511$ m/s e $J_G = 0,02$ m/s.	162
Figura 5.5 – Comparação qualitativa entre resultados numéricos e experimentais, para escoamento de água-ar com $J_L = 0,511$ m/s e $J_G = 0,032$ m/s.	163
Figura 5.6 – Comparação qualitativa entre resultados numéricos e experimentais, para escoamento de água-ar com $J_L = 0,511$ m/s e $J_G = 0,032$ m/s	164
Figura 5.7 – Procedimento utilizado para a obtenção de uma imagem binarizada	166
Figura 5.8 – Distribuição de tamanho de bolhas, obtida como o software IMAGO®, para (a) $J_L = 0,51$ m/s e (b) $J_L = 0,58$ m/s. Em ambos os casos $J_G = 0,0164$.	167
Figura 5.9 – Distribuição de tamanho de bolhas, obtida como o software IMAGO®, para $J_L = 0,18$ m/s e $J_G = 0,01$.	168

- Figura 5.10 – Imagens binarizadas “limpas” para $J_L = 0,511$ m/s. (a) $J_G = 0,0164$; (b) $J_G = 0,033$ m/s 169
- Figura 5.11 – Pressão diferencial através de uma contração em função da fração volumétrica de gás a montante da mesma. Comparação com resultados experimentais de Lewis & Davidson (1985a) 171
- Figura 5.12 – Contração experimental utilizada por Lewis & Davidson (1985a) e domínio computacional utilizado neste trabalho. As comparações foram realizadas para $D = 95.2$ mm e $d = 40$ mm 172
- Figura 5.13 – Evolução do termo de massa virtual ao longo da contração utilizando o modelo de Drew *et al.* (1979) para diferentes valores de λ . $\lambda=1$ representa a força dada pela aceleração na forma da equação (5.4). 175
- Figura 5.14 – Pressão diferencial através da contração em função da fração volumétrica de gás a montante da mesma. Comparação entre os modelos de Drew e Wallis 178
- Figura 5.15 – Comparação da pressão diferencial em função da fração volumétrica de gás a montante com dados experimentais de Lewis & Davidson (1985) com e sem a inclusão da força de massa virtual 179
- Figura 5.16 – Comparação da pressão diferencial ao longo da contração como função da fração volumétrica de gás a montante utilizando $C_{VM} = 0.5$ e o modelo dado na equação (5.11). 181
- Figura 5.17 – Efeitos das forças transversais (Sustentação, Lubrificação de Parede e Dispersão Turbulenta) na pressão diferencial ao longo da contração como função da fração volumétrica de gás a montante utilizando. 182
- Figura 5.18 – Representação esquemática do tubo Venturi utilizado neste trabalho e malha computacional utilizada nas simulações 185
- Figura 5.19 – Evolução da pressão ao longo do tubo Venturi, considerando diferentes forças de interface 186
- Figura 5.20 – Velocidade terminal em função do diâmetro das bolhas, calculadas a partir das correlações de Grace *et al.* (1976) e Ishii & Mishima (1984) 189
- Figura 5.21 – Comparação entre valores de pressão diferencial calculados partir do modelo numérico e medidos em bancada experimental, para o tubo Venturi apresentado na Figura 5.18. (a) $J_L = 0,62$ m/s; (a) $J_L = 0,694$ m/s 191

- Figura 5.22 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Serizawa *et al* (1975b) 199
- Figura 5.23 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Serizawa *et al* (1975b) 199
- Figura 5.24 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Wang *et al* (1987) 201
- Figura 5.25 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Wang *et al* (1987) 202
- Figura 5.26 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Serizawa *et al* (1975b) 203
- Figura 5.27 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Wang *et al* (1987) 204
- Figura 5.28 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Wang *et al* (1987) 205
- Figura 5.29 – Representação esquemática do tubo Venturi experimental utilizado por Thang & Davis (1979) e a malha computacional utilizada neste trabalho. 207
- Figura 5.30 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás no tubo Venturi utilizado por Thang & Davis (1979). (a) entrada; (b) garganta; (c) saída 209
- Figura 5.31 – Perfis de velocidade no tubo Venturi utilizado por Thang & Davis (1979). (a) entrada; (b) garganta; (c) saída 213
- Figura 5.32 – Variação da fração volumétrica de gás média na seção ao longo do tubo Venturi utilizado por Thang & Davis (1979) 214
- Figura 5.33 – Variação da pressão média na seção ao longo do tubo Venturi utilizado por Thang & Davis (1979) 215
- Figura 5.34 – Distribuição de fração volumétrica de gás ao longo de um plano longitudinal obtidas neste trabalho no tubo Venturi utilizado por Thang & Davis (1979) 215

- Figura 5.35 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás na entrada do tubo Venturi utilizado neste trabalho. 217
- Figura 5.36 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás na garganta do tubo Venturi utilizado neste trabalho. 218
- Figura 5.37 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás na saída do tubo Venturi utilizado neste trabalho. 219
- Figura 5.38 – Distribuição de fração volumétrica de gás para os diferentes casos estudados. Inclui-se a distribuição calculada no Venturi utilizado por Thang & Davis (1979) 220
- Figura 5.39 – Trajetórias das bolhas calculadas no Venturi utilizado neste trabalho e detalhe da seção divergente. 221
- Figura 5.40 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás na entrada do tubo Venturi utilizado neste trabalho. 222
- Figura 5.41 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás na (a) entrada; (b) garganta e (c) saída do tubo Venturi utilizado neste trabalho, para $J_L = 0,62\text{m/s}$ e $J_G = 0,1315\text{ m/s}$ 224
- Figura 5.42 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás na entrada do tubo Venturi utilizado neste trabalho, para $J_L = 0,62\text{m/s}$ e $J_G = 0,1315\text{ m/s}$ 225
- Figura 10.1 – Representação esquemática do tubo Venturi utilizado no estudo experimental neste trabalho 260
- Figura 10.2 – Malha computacional utilizada no modelo 3D 261
- Figura 10.3 – Perfis de velocidade axial e fração volumétrica de gás na entrada, garganta e saída de um tubo Venturi. Comparação modelo axi-simétrico x modelo 3D 263

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Configurações adotadas por sistemas líquido-gás em dutos verticais (Collier, J. G. & Thome, J. R. (1996))	51
Tabela 2.2 – Configurações adotadas por sistemas líquido-gas em dutos horizontais (Collier, J. G. & Thome, J. R. (1996))	53
Tabela 2.3 – Padrões de escoamento água-óleo, segundo a classificação de Trallero & Sarica (1996).....	55
Tabela 2.4 – Padrões de escoamento água-óleo, segundo a classificação de Arirachakaran <i>et al</i> (1989)	56
Tabela 2.5 – Padrões de escoamento água-óleo-gás em dutos horizontais Acikgoz <i>et al</i> (1992).....	58
Tabela 5.1 – Coeficientes utilizados para as forças de interface	190
Tabela 5.2 – Valores de pressão diferencial e perda de carga total no tubo Venturi estudado neste trabalho	193
Tabela 5.3 – Parâmetros utilizados nos experimentos de Serizawa <i>et al</i> (1975b) e Wang <i>et al</i> (1987)	195
Tabela 5.4 – Casos simulados para dutos de seção constante e coeficientes de forças de interface utilizados.	197
Tabela 5.5 – Valore dos coeficientes para as forças transversais e de dispersão turbulenta utilizados nos casos simulados.	207
Tabela 5.6 – Coeficientes utilizados para as forças de interface.	216

SÍMBOLOGIA

Arábicos

A	Área do volume de controle ou da interface
C	Coefficiente de descarga
C_D	Coefficiente de arraste
C_{VM}	Coefficiente de massa virtual
C_L	Coefficiente de sustentação
C_{TD}	Coefficiente de dispersão turbulenta
$C_{W1}; C_{W2}$	Coefficientes da força de lubrificação de parede
d_p	Diâmetro da partícula
g	Aceleração da gravidade terrestre
J	Jacobiano da transformação de coordenadas
J	Velocidade Superficial (quando acompanhado de subscrito indicando fase)
J	Fluxo difusivo de uma variável genérica transportada
k	Energia cinética turbulenta
\dot{M}	Vazão mássica na face do volume de controle
M_p	Massa presente dentro do volume de controle
M_{il}	Termo de transferência de quantidade de movimento interfacial
N_p	Numero total de fases presentes no domínio de cálculo
n	Vetor normal uma superfície

p	Pressão
Q	Vazão volumétrica
R	Raio da tubulação
Re_p	Numero de Reynolds da partícula ou bolha
r_i	Fração volumétrica da fase i
S	Fator de escorregamento
S^Φ	Fonte numa equação de transporte de uma variável genérica
S_I^Φ	Fonte de uma variável genérica na interface
t	Tempo
T	Temperatura
\mathbf{T}	Tensor tensão
u	Componente da velocidade na direção x
v	Componente da velocidade na direção y
w	Componente da velocidade na direção z
\mathbf{U}	Vetor velocidade
U_T	Velocidade terminal
\mathbf{V}_I	Velocidade da interface
V	Volume de um volume de controle ou volume finito
X	Parâmetro de Lockart – Martinelli
X_i	Função indicadora de fase

Gregos

β	Fração volumétrica de estagnação (definido no Capítulo 2)
δ_h	Espessura da camada limite d'água por baixo da mancha de óleo
δt	Subdivisão do intervalo temporal (Modelos Lagrangeanos)
Δ	Incremento da variável à qual se antepõe
Φ	Variável genérica transportada
Γ	Fluxo de massa entre fases (através da interface)
μ	Viscosidade dinâmica
ρ	Massa específica
σ	Tensão superficial
τ	Tensão cisalhante
$\xi; \eta; \zeta$	Coordenadas no plano transformado
ω	Vorticidade da fase contínua

Especiais

$\frac{\partial}{\partial t}$	Derivada parcial com respeito ao tempo
$\frac{D}{Dt}$	Derivada substantiva
$\frac{D_i}{Dt}$	Derivada substantiva onde a velocidade da fase i é utilizada como velocidade convectiva
∇	Operador Divergente

$\langle \dots \rangle$	Média genérica
$\langle \dots \rangle_V$	Média volumétrica
$\langle \dots \rangle_T$	Média temporal
$\langle \dots \rangle_R$	Média da realizações

Subscritos

α, β	Referente às fases α ou β
c	Referente à fase contínua
d	Referente à fase dispersa
i	Referente à fase i
ip	Ponto de integração, nas faces do volume de controle
I	Referente à interface
k	Referente à k – ésima coordenada
m	Referente à mistura
n, s, e, w, f, b	Faces do volume de controle
NB	Volumes Vizinhos, ao volume de controle (Capítulo 3)
P	Volume de controle analisado
0	Variável avaliada no intervalo temporal anterior

Superescritos

M	Coeficiente correspondente à equação da conservação massa nas equações discretizadas (Capítulo 3)
$uu; uv; uw; up$	Coeficiente correspondente à equação da conservação da

	quantidade de movimento na direção X , nas equações discretizadas (Capítulo 3)
$vu; vv; vw; vp$	Coeficiente correspondente à equação da conservação da quantidade de movimento na direção Y , nas equações discretizadas (Capítulo 3)
$wu; wv; ww; wp$	Coeficiente correspondente à equação da conservação da quantidade de movimento na direção Z , nas equações discretizadas (Capítulo 3)
$Turb$	Indica tensor tensão turbulento
Φ	Relativo à variável Φ

Nota: Todas as magnitudes foram avaliadas no Sistema Internacional de Medidas.

RESUMO

Medidores de vazão baseados em pressão diferencial são comumente utilizados em sistemas de transporte de petróleo e gás natural. A precisão destes sistemas é de fundamental importância em aplicações como gerenciamento de reservatórios, sistemas de detecção de vazamentos, controle de processos de produção e medição fiscal. Em aplicações para escoamentos monofásicos, tanto a estrutura do escoamento quanto as relações entre pressão e vazão, nos dispositivos utilizados para medição, são conhecidas. Entretanto, em escoamentos multifásicos, estas relações são mais complexas devido à presença de novos parâmetros de escoamento tais como velocidades relativas, fração volumétrica de fase etc.. Este trabalho propõe um estudo teórico e experimental de escoamentos multifásicos dispersos para medidores de vazão baseados em pressão diferencial. Para o estudo teórico, propõe-se a utilização do modelo de dois fluidos cuja formulação é baseada numa abordagem Euleriana-Euleriana para a mistura bifásica. Algumas modificações nos modelos comumente encontrados na literatura são propostas, principalmente para os termos de transferência interfacial cuja correta modelagem é de fundamental relevância na capacidade preditiva do modelo de dois fluidos. Dentro da proposta experimental, apresenta-se um estudo qualitativo a partir da visualização do escoamento de água-ar em tubos Venturi e foram obtidos alguns valores de pressão diferencial para diferentes condições de escoamento, utilizados como subsídios para a verificação dos resultados numéricos.

ABSTRACT

Differential pressure flow-meters are commonly used in oil and gas transport systems. The accuracy of such meter systems is of fundamental importance in applications like reservoir management, leak detection systems, production process control and fiscal metering. In single phase applications, the flow structure and pressure–flow rate relations are well known. In multiphase flows, however, these relations are much more complex due to the new variables which appear in such systems, like relative velocities, phase volumetric fractions etc. This work proposes a theoretical and experimental investigation of multiphase flows within differential pressure flow-meters. The two-fluid model, based on an Eulerian–Eulerian approach will be used for the theoretical study. Modifications of the common models are proposed, focusing on the modeling of the interface transfer terms, which are of fundamental importance in the accuracy of the two-fluid model. Within the experimental investigation, some flow visualizations of the air-water flow will be presented and differential pressure across a Venturi meter, for different flow conditions, were obtained for comparison with numerical results.

Capítulo 1 - Introdução

Escoamentos multifásicos podem ser encontrados em diversas áreas tecnológicas. Entre outros exemplos podem-se citar as indústrias química, alimentícia, de conversão de energia, processamento de materiais e indústria do petróleo e gás. Nesta última, em particular, escoamentos de duas ou mais fases são mais comumente encontrados que os próprios escoamentos monofásicos. É neste contexto que surge a principal motivação para a realização deste trabalho que, focando-se em sistemas de medição de vazão para escoamentos multifásicos, persegue como um dos principais objetivos o estudo dos diversos aspectos da modelagem matemática e simulação numérica deste tipo de escoamentos, juntamente com visualizações e medições experimentais que servirão de subsídio para tal estudo numérico.

1.1 Sistema Multifásico: Definição

Segundo Soo, S. L. (1995), um sistema multifásico consiste em uma fase líquida, ou meio fluído, e uma fase particulada ou dispersa com qualquer número de componentes químicos. A fase contínua pode se tratar de um meio líquido ou gasoso e a fase dispersa pode estar constituída por partículas sólidas, bolhas de gás (exceto claro, no caso da fase contínua ser gasosa) ou gotas de líquido. Entretanto, esta definição é restrita, na opinião do autor do presente trabalho, pois engloba apenas escoamentos em padrão disperso. Em escoamentos em dutos aparecem também outros padrões dependentes de variáveis como fração volumétrica ou velocidade das diferentes fases. Assim, o autor prefere definir Sistema Multifásico como **uma região do espaço onde coexistem dois ou mais fluídos imiscíveis separados por uma**

interface, podendo ser esta conexa (por ex. escoamento estratificado, anular etc.) ou desconexa (por ex. escoamento de bolhas, gotas etc.) ou uma combinação de ambos casos onde a mesma fase pode aparecer em forma contínua ou dispersa (padrão anular com gotas, etc.).

Estes tipos de escoamentos são comumente encontrados em produção, transporte e refino de petróleo e gás natural. Neste contexto, o conceito de fase é generalizado no sentido de que não está-se referindo a fase do ponto de vista do estado termodinâmico, onde uma mesma substância existe nas formas sólida, líquida ou gasosa, mas de forma geral a dois fluidos imiscíveis que formam uma interface entre eles. Por exemplo, um sistema água-óleo, mesmo as duas substâncias encontrando-se no estado líquido, formam no contexto desta definição, um sistema bifásico.

Desta forma, quatro tipos de escoamentos bifásicos podem ser encontrados em função das possíveis combinações de fases:

- Escoamentos líquido-líquido;
- Escoamentos líquido-sólido;
- Escoamentos líquido-gás;
- Escoamentos gás-sólido.

Neste trabalho, o estudo é focado em escoamentos de líquido e gás, nos quais surge uma grande complicação em termos de modelagem, pelo fato das interfaces serem deformáveis. Em sistemas envolvendo sólidos, seja a fase contínua líquida ou gasosa, as partículas sólidas constituem sempre uma fase dispersa, cuja morfologia permanece sempre dispersa, embora possam existir mudança na forma e diâmetro da particular devido quebra ou agregação das mesmas. Em sistemas líquido-gás, além da forma das gotas ou bolhas ser variável, requerendo diferentes equações constitutivas para a modelagem dos fenômenos de transferência interfacial (ver Capítulo 2), dependendo da fração volumétrica e velocidade de cada fase, os padrões deixam de ser dispersos (gotas ou bolhas) para formar complexas morfologias, dando lugar a diferentes **padrões de escoamento**. Estes padrões são discutidos em detalhe no Capítulo 2.

1.2 Medidores de vazão em escoamentos multifásicos

Em sistemas de transporte de petróleo e gás podem ser encontrados escoamentos multifásicos em diferentes padrões dependendo dos parâmetros de escoamento como, velocidade, frações volumétricas das fases etc. Nestes sistemas é de fundamental importância a medição precisa da vazão volumétrica transportada, principalmente quando algumas questões estratégicas da indústria do petróleo são consideradas como por exemplo:

- Gerenciamento de reservatórios,
- Transferência de proprietário do produto transportado,
- Sistemas de detecção de vazamentos (SDV) e
- Fiscalização.

Como em todo sistema de medição, é de interesse comum o constante melhoramento na precisão dos valores das variáveis medidas. Porém, em alguns dos casos supracitados, a precisão na medição da vazão é um fator de relevância fundamental. Por exemplo, no caso de Sistemas de Detecção de Vazamentos, o tempo de resposta do sistema perante um vazamento, depende diretamente da precisão na medição de vazão, e a quantidade vazada é proporcional a este tempo de resposta. Portanto, quanto mais precisa for a medição da vazão, mais facilmente o vazamento será detectado. Por outro lado, em medição fiscal, os requerimentos na precisão da medição dependem normalmente das exigências do organismo fiscalizador, porém estas exigências chegam, em alguns casos, a erros em torno de 1% (Boyer & Lemonnier (1996)). Atualmente, para escoamentos monofásicos esta precisão é alcançável com os medidores comumente utilizados (tubo Venturi, placas de orifício, medidores de coriolis etc.), contudo, em sistemas multifásicos como os encontrados no transporte de petróleo e gás, o estado-da-tecnologia de medidores de vazão não se encontra em um estágio de desenvolvimento tal que permita alcançar estes níveis de precisão.

Segundo Boyer & Lemonnier (1996) e Ribeiro (1996) as alternativas existentes para medição de vazão em escoamentos multifásicos podem ser enquadradas dentro de três conceitos fundamentais:

1. Realização das medições sem perturbação do escoamento, independentemente do padrão em que este se encontre.
2. Homogeneização da mistura, criando um escoamento disperso e medição da vazão da mistura bifásica.
3. Separação das fases e medição da vazão de cada uma.

Existe certa controvérsia acerca do que é “homogeneização da mistura”. Rigorosamente, homogeneização corresponde à criação de uma mistura suficientemente dispersa tal que as velocidades de ambas as fases sejam iguais, permitindo utilizar as correlações para o cálculo da vazão em função da diferença de pressão, utilizadas em escoamentos monofásicos. Entretanto, alguns autores (Ribeiro (1996), Falcone *et al.* (2002)) colocam a homogeneização como a criação de um escoamento em padrão disperso, onde pode existir uma velocidade relativa entre as fases e este fato deve ser considerado na correlação pressão-vazão.

A alternativa de separar as fases não seria adequada para medição em campo (por exemplo, oleodutos ou dutos de extração em águas profundas), já que os equipamentos necessários para a separação de fases são complexos e de alto custo de construção e manutenção. A idéia básica por trás deste conceito é a de separar as fases através de algum dispositivo adequado para tal fim e medir as vazões de cada fase por métodos convencionais para escoamentos monofásicos, recombinação das fases a jusante do dispositivo. Esta abordagem implica na separação das fases, tarefa por vezes complexa, dependendo do tipo de mistura. Ainda os dispositivos necessários para a separação costumam ser de volume elevado, complicando a sua aplicação em ambientes adversos como águas profundas. A Figura 1.1 mostra o tamanho relativo de um sistema de medição baseado em separação de fases.

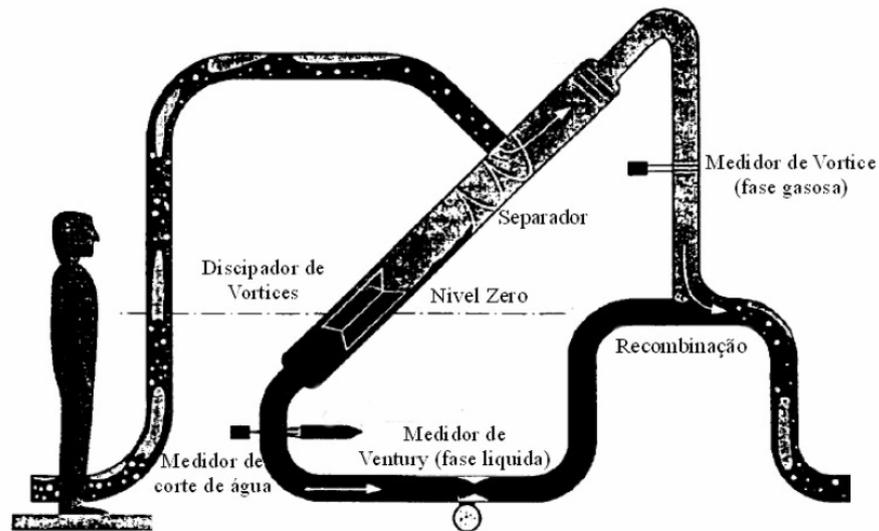


Figura 1.1: Esquema de um sistema de medição com separador de fases (adaptada de Ribeiro (1996))

Desta forma, as abordagens 1 e 2 se apresentam como as mais viáveis para aplicações em campo. Estas abordagens podem ser classificadas dentro do conceito, conhecido na literatura, como **medição multifásica**. Segundo Williams (1994), Mehdizadeh & Farchy (1995) e Ribeiro (1996) entre outros, **medição multifásica** é a medição da vazão de uma corrente de duas ou mais fases¹ sem a separação prévia das mesmas antes de entrar no medidor. Por outro lado, a medição sem perturbação do escoamento pode-se tornar complexa, dependendo do padrão de escoamento encontrado. Assim, este trabalho será focado na medição de vazão para escoamento em padrão disperso, podendo ser o padrão encontrado no duto de transporte ou criado através de algum tipo de misturador. Esta questão será novamente abordada no Capítulo 2, após a descrição dos **padrões de escoamento multifásicos em dutos**.

1.2.1 Medidores de vazão multifásicos

Como comentado acima, o medidor de vazão multifásico é aquele dispositivo ou sistema de medição (composto normalmente por mais de um dispositivo) que mede a vazão de uma corrente multifásica sem a separação previa da mesma.

¹ Segundo o conceito de fase definido na seção anterior

Existem diversas classificações para os sistemas de medição de vazão dependendo da sua aplicação, princípio físico utilizado etc. Em escoamentos multifásicos, diferentes opções são comumente utilizadas, normalmente adaptadas de medidores para escoamentos monofásicos. Entretanto, no caso onde mais de uma fase está presente na corrente fluida, duas ou mais variáveis, dependendo do número de fases, deverão ser medidas para determinar as vazões de cada fase. Uma opção muito utilizada é a medição da vazão mássica total e a fração volumétrica das fases (Boyer & Lemonnier (1996), Ribeiro (1996)), derivando assim, a vazão de cada uma. Existem também, algumas propostas para sistemas de medição (ver, por exemplo, Mehdizadeh & Farchy (1995)) onde a velocidade de cada fase é medida através de diferentes dispositivos de medição de vazão.

Segundo Falcone *et al.* (2002) existem duas formas básicas de medir vazão em sistemas trifásicos (esse autor refere-se particularmente a sistemas óleo-água-gás): a primeira, é medir parâmetros de escoamento que são funções das três vazões e correlacionar estes através de relações pré-estabelecidas para determinar as vazões de cada fase (um exemplo de utilização de um sistema destas características é apresentado por Mehdizadeh & Farchy (1995)). Os autores colocam que, desafortunadamente, estas relações não podem ser determinadas teoricamente, requerendo a calibração experimental dos sistemas, dificultando a aplicação para grandes intervalos de operação.

A segunda opção é a medição direta de todas as variáveis necessárias, ou seja, a velocidade de cada fase e duas frações volumétricas, onde a terceira pode ser estabelecida pela conservação do volume². Obviamente a medição destas variáveis não é fácil e os equipamentos necessários podem ser extremamente sofisticados e de alto custo (por exemplo, anemometria laser). Uma alternativa apresentada pelos autores é a homogeneização das velocidades das três fases, porém, segundo eles, esta opção pode se tornar difícil para altas frações volumétricas de gás. Como será discutido ainda neste capítulo, alternativas intermediárias baseadas em medidores de pressão diferencial, podem ser utilizadas. Uma possível abordagem seria a geração de escoamentos

$$^2 \sum_{NFases} r_i = 1$$

dispersos (mas não-homogêneos), para os quais relações teóricas precisas podem ser estabelecidas, viabilizando o projeto e calibração de medidores de vazão para grandes intervalos de operação.

Independentemente da tecnologia de medição utilizada, os medidores de vazão baseados em pressão diferencial, são muito utilizados como partes integrantes de sistemas de medição, os quais envolvem também outros dispositivos. Segundo Hewitt, G. F (1978), diversas abordagens podem ser utilizadas para a medição da vazão multifásica:

- **Medidores baseados em pressão diferencial** - através de uma redução da seção de passagem, aumenta-se a velocidade do fluido, provocando uma diminuição da pressão. A velocidade média do escoamento é uma função da queda de pressão.
- **Medidores de turbina** – uma pequena turbina é impulsionada pela corrente fluida e a velocidade de rotação da mesma será proporcional à vazão mássica circulante.
- **Medidores de placa ou empuxo** - mede-se a força exercida numa placa colocada em forma transversal ao escoamento que é proporcional à velocidade do fluido.
- **Técnicas baseadas em traçadores** - um traçador é injetado a montante do medidor e a velocidade do mesmo é medida por técnicas radioativas.

Outras alternativas podem ser também utilizadas como medidores de deslocamento positivo, coriolis, ultrasônicos etc. (ver Ribeiro (1996); Williams (1994), entre outros). Entretanto, é de comum acordo na literatura que os medidores baseados em pressão diferencial se apresentam como um dos mais **robustos**, fazendo-os os mais indicados para operação em ambientes adversos como os encontrados em exploração e transporte de petróleo. Outras características como **baixo custo** e **confiabilidade** fazem com que este tipo de dispositivo seja um dos mais utilizados em exploração de petróleo.

Neste tipo de medidor é de fundamental importância o conhecimento detalhado dos fenômenos fluidodinâmicos que acontecem no dispositivo, já que estes estão diretamente relacionados com a sua capacidade de predição.

No caso de escoamentos multifásicos, esta questão torna-se ainda mais relevante, já que as relações entre pressão diferencial e vazão apresentam-se muito mais complexas. De forma geral, a relação entre a pressão diferencial e a vazão num escoamento monofásico é dada por uma equação do tipo,

$$Q = C_{monof} \sqrt{\Delta p} \quad (1.1)$$

onde,

$$C_{monof} = f(\text{Re}) \quad ; \quad \text{Re} = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu} \quad (1.2)$$

O coeficiente de descarga C embute todas as características do escoamento, levando em consideração as perdas viscosas, contração da veia (no caso de placas de orifício ou dispositivos com alta taxa de contração) etc., e as correlações para o seu cálculo são bem conhecidas para escoamentos monofásicos. Entretanto, no caso de escoamento multifásicos, existem outros complexos fenômenos que devem ser considerados. Uma abordagem que pode ser utilizada para o projeto de medidores de vazão multifásicos é a utilização de uma relação similar à equação (1.1) definindo um coeficiente de descarga na forma,

$$C_{bifásico} = f(\text{Re}_\alpha, \text{Re}_\beta, V_{relativa}, r_\alpha, \text{etc.}) ; \text{Re}_{\alpha,\beta} = \frac{r_{\alpha,\beta} \rho_{\alpha,\beta} \bar{U}_{\alpha,\beta} D}{\mu_{\alpha,\beta}} \quad (1.3)$$

Neste caso outras variáveis devem ser levadas em consideração, e um problema que surge claramente é a generalização das correlações utilizadas para o cálculo do coeficiente de descarga já que, além de ser função de múltiplas variáveis, dependem fortemente do padrão de escoamento³, que pode mudar conforme as condições de operação. Uma alternativa para estender o intervalo de aplicabilidade deste tipo de correlação é a geração de um escoamento em **padrão disperso** (Ribeiro (1996), Boyer & Lemonnier (1996), entre outros) a montante do dispositivo de medição para o qual as correlações são mais conhecidas e a sua modelagem teórica tem caráter mais geral.

³ Ver Capítulo 2

Um conceito importante, que foi verificado experimentalmente neste trabalho, é que os padrões de escoamentos multifásicos em dutos são padrões desenvolvidos, ou seja, é necessário um comprimento suficientemente longo para a estabilização do escoamento. Foi verificado através de visualizações em bancada experimental, que o padrão de escoamento não muda ao longo do dispositivo de medição. Desta forma, a proposta de gerar um escoamento **disperso** a montante do dispositivo de medição se apresenta como uma alternativa muito viável, inclusive para altas frações volumétricas de gás na corrente.

Com já comentado, existe certa discrepância na literatura na definição de homogeneização. Boyer & Lemonnier (1996) propõem um dispositivo de medição onde uma placa perfurada é utilizada para a geração de um escoamento disperso. Contudo, o tamanho dos furos desta placa é calculado de tal forma que, após o processo de homogeneização não existam velocidades relativas entre fases, concordando com a definição clássica de escoamento homogêneo onde se estipula que não existe velocidade relativa entre as fases (ver, por exemplo, Collier, J. G. & Thome, J. R. (1996), Cap. 1). Por outro lado, Ribeiro (1996), embora utilize o mesmo conceito de homogeneização para medição da vazão, salienta que a hipótese de velocidade relativa nula pode não ser válida para altas frações volumétricas de gás, sendo necessário considerar o escorregamento entre fases ou *slip* no cálculo da vazão. No mesmo artigo, o autor chama a atenção à necessidade de considerar a relação entre as velocidades das diferentes fases, chamado de fator de escorregamento ou *slip*, definido como,

$$S = \frac{V_{gas}}{V_{liq}} \quad (1.4)$$

para o qual, segundo ele, não foram ainda encontradas correlações adequadas. Quando este fator é aproximadamente igual à unidade ao longo de todo o dispositivo de medição, as correlações para regime homogêneo podem ser utilizadas. Entretanto, ao longo da contração de um tubo Venturi, o fator de escorregamento pode normalmente ser da ordem de 2 ou maior para um escoamento disperso.

O estudo teórico apresentado neste trabalho é focado no padrão disperso (de bolhas), procurando entender as interações entre as fases e calcular o escorregamento

ou *slip* entre as mesmas, assim como a relação entre a pressão diferencial ao longo de uma contração e as vazões de líquido e gás que por ela passam.

1.3 Objetivos

Com base no descrito na seção anterior, o objetivo do trabalho pode ser definido como: **o estudo do escoamento multifásico em dispositivos utilizados para medição de vazão baseados em pressão diferencial.**

Dentre estes dispositivos podem-se mencionar como os mais utilizados, os tubos Venturi, contrações e placas de orifício, sendo que este último é pouco utilizado para os casos com mais de uma fase e não é considerado neste trabalho.

Deve-se deixar claro que não é desenvolvido neste trabalho um projeto para um medidor de vazão específico de escoamentos multifásicos, mas é realizado um estudo detalhado do escoamento nos dispositivos mencionados de forma a fornecer subsídios teóricos para o projeto, modificação e calibração de medidores de vazão baseados em pressão diferencial para escoamentos multifásicos.

Um segundo, porém não menos importante objetivo é o **estudo e implementação de modelos matemáticos para o estudo de escoamentos multifásicos**, principalmente escoamentos acelerados como são os casos aqui estudados. É neste contexto que diversos aspectos da simulação numérica de escoamentos multifásicos serão examinados, procurando documentar os detalhes inerentes aos diversos tipos de abordagens utilizadas, por vezes apresentadas de forma bastante confusa na literatura. Neste sentido, este estudo se apresenta como um dos trabalhos pioneiros por abordar de uma forma mais aprofundada a questão da aplicação da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) para a simulação de escoamentos multifásicos, especialmente na modelagem dos fenômenos de interface.

1.4 Estrutura do presente trabalho

De acordo com os objetivos definidos para este trabalho de pesquisa, a tese será estruturada da seguinte maneira:

Na seção seguinte, ainda neste capítulo, será apresentada uma revisão crítica da literatura, onde serão revistos alguns sistemas e/ou metodologias de medição de vazão em escoamentos multifásicos, assim como algumas abordagens para a modelagem dos

escoamentos multifásicos, especificamente, para escoamento internos em restrições. A partir desta revisão são levantados alguns pontos de estudo que, a critério do autor, podem ser aprofundados e serão o foco deste trabalho de pesquisa.

No Capítulo 2 serão apresentadas uma descrição dos padrões de escoamento multifásico em dutos, incluindo alguns estudos levantados da literatura, para escoamentos de óleo-água e óleo-água-gás, embora neste trabalho serão estudados apenas escoamentos de água-ar. Também nesse Capítulo será apresentada uma extensa descrição dos diferentes modelos para escoamentos multifásicos, inclusive abordagens não utilizadas neste trabalho, que servirão porém ao leitor, para uma revisão das principais abordagens para a modelagem matemática e numérica de escoamentos multifásicos, e suas diferentes aplicações.

No Capítulo 3 apresenta-se uma revisão das técnicas numéricas para a modelagem de escoamentos multifásicos utilizadas comumente nos pacotes comerciais mais difundidas e especificamente no pacote CFX4[®] que foi utilizado nos estudos numéricos neste trabalho. São apresentadas as descrições das abordagens segregada e acoplada para os acoplamentos pressão-velocidade e acoplamento interfacial.

No Capítulo 4, uma descrição da bancada experimental, assim como alguns detalhes das técnicas utilizadas para a aquisição de imagens, são apresentadas.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos neste trabalho. Inicialmente é apresentada um estudo qualitativo a partir de imagens fotográficas do escoamento bifásico em um tubo Venturi, as quais servem também para uma comparação qualitativa da estrutura do escoamento observada nos resultados numéricos. Após isto é apresentado um estudo dos diferentes parâmetros que influenciam os cálculos da pressão diferencial em um tubo Venturi, principal variável em termos de medição de vazão. Resultados numéricos são comparados com resultados da literatura e também resultados experimentais obtidos neste trabalho. Finalmente é apresentado um estudo da estrutura do escoamento bifásico em tubos Venturi, principalmente das distribuições de fração volumétrica de gás e os parâmetros de modelagem que a influenciam.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros nesta linha de pesquisa. O Apêndice 3 apresenta uma comparação

entre os resultados obtidos a partir de um modelo axi-simétrico e um modelo 3D de forma a validar a abordagem axi-simétrica utilizada em todos os estudos numéricos.

1.5 Revisão da literatura

De acordo como os objetivos descritos, é desenvolvido neste trabalho um estudo do escoamento multifásico em constrições utilizadas como medidores de vazão do tipo pressão diferencial, procurando obter relações precisas entre as variáveis utilizadas para medição da vazão multifásica.

A modelagem de escoamentos multifásicos torna-se de fundamental importância neste estudo. Desta forma, a revisão da literatura foi dividida em duas áreas a saber: Sistemas de Medição de Vazão para Escoamentos Multifásicos e Modelagem Matemática de Escoamentos Multifásicos. Na primeira parte, são abordados alguns trabalhos relatando aspectos tecnológicos dos sistemas de medição de vazão em escoamentos multifásicos, visualizando as potenciais contribuições que este trabalho pode realizar nessa área, em termos de correlacionamento da pressão diferencial e vazão, fator de escorregamento, distribuição de fase etc.. Na segunda parte serão revisados alguns trabalhos referentes à modelagem matemática e numérica, e experimentação em escoamentos multifásicos, focando-se em escoamentos em constrições. É importante salientar que existe uma enorme quantidade de trabalhos na literatura referentes à modelagem matemática e numérica de escoamentos multifásicos. Assim, serão aqui abordados os trabalhos que focalizem o estudo de escoamentos em constrições e aqueles que, sendo de caráter mais geral, sejam considerados relevantes nesta linha de pesquisa.

1.5.1 Sistemas de medição de vazão em escoamentos multifásicos

Os primeiros relatos sobre medidores de vazão desenvolvidos especificamente para escoamentos multifásicos datam do início dos anos setenta. Até então, medidores de vazão convencionais eram utilizados introduzindo, eventualmente, coeficientes de correção para levar em conta a presença de outras fases, na corrente cuja vazão desejava-se medir. Inclusive, os primeiros desenvolvimentos de medidores de vazão multifásicos, foram baseados nos mesmos princípios que os medidores monofásicos.

Doroshenko (1974) apresenta um dos trabalhos pioneiros em medição de vazão bifásica. Nesse trabalho são obtidos experimentalmente coeficientes de descarga de bocais convergentes - divergentes padronizados para misturas de água e ar. As configurações geométricas destes bocais são obtidas a partir das recomendações das Regulações Soviéticas de 1964 para estes dispositivos. Os valores dos coeficientes de descarga são obtidos para frações volumétricas de ar entre 10 e 40 % observando-se apreciáveis diferenças entre estes e os recomendados por essas normas, especialmente para baixos valores do número de Reynolds e altos valores do coeficiente de contração da seção transversal. O coeficiente de descarga é calculado, a partir das medições da pressão diferencial, como,

$$C = \frac{Q_L}{\beta \sqrt{2g\Delta P / \rho_L}} \quad (1.5)$$

onde Q_L é a vazão volumétrica de líquido, β é a relação de áreas da contração e ρ_L é a massa específica do líquido. Desta forma, esta definição não leva em consideração nenhum parâmetro representativo do escoamento bifásico. Neste tipo de correlação toda influência no escoamento da presença de outras fases esta embutida no próprio coeficiente de descarga. O problema deste tipo de parametrização é que tornam-se extremamente específicos, sendo necessários novos experimentos para quaisquer variação de parâmetros geométricos ou de escoamento. Outros trabalhos que são aqui revisados propõem correlações mais sofisticadas que levam em conta parâmetros do escoamento multifásico, como frações volumétricas das fases e velocidade relativa entre as mesmas.

Mattar *et al* (1979) examinam e verificam experimentalmente algumas correlações existentes para escoamento bifásico em placas de orifício. Neste caso, o foco do estudo são os escoamentos de gás com gotas dispersas. O estudo é feito focando-se no cálculo da vazão multifásica correlacionando-a, a partir dos valores das vazões de gás e líquido escoando separadamente, para as quais as relações entre pressão diferencial e vazão são conhecidas. Assim, é sugerida uma equação para a vazão bifásica como,

$$Q_{TP} = a + bQ_l / Q_g \quad (1.6)$$

onde os valores de a e b são obtidos experimentalmente.

A metodologia de correlacionar parâmetros de escoamento bifásico a partir dos seus valores obtidos para o escoamento de cada fase em forma separada, é amplamente usada por pesquisadores da área, e tem como precursores os pesquisadores Lockart e Martinelli. Esses pesquisadores correlacionaram a queda de pressão em dutos retos a partir das quedas de pressão que teriam as fases escoando separadamente. Para isto introduziram um parâmetro de grande utilização na área de escoamentos multifásicos,

$$X = \sqrt{\Delta p_L / \Delta p_G} \quad (1.7)$$

chamado parâmetro de Lockart e Martinelli (ver por exemplo Collier, J. G. & Thome, J. R. (1996), cap. 2).

Nederveen *et al* (1989) fazem uma revisão de métodos de medição para gás contendo frações de líquido. A motivação colocada para o estudo é que para a companhia produtora de gás holandesa, *Nederlandse Ardolie Maatschappij*, começou a ser anti-econômica a utilização de separadores em campos produtores pequenos, surgindo a necessidade de medir em forma direta (medição multifásica), e com certa precisão, a vazão de gás contendo pequenas frações de líquido. Assim, o trabalho relata testes feitos em campo utilizando um medidor de Venturi, injetando água em dois pontos alternativamente, no meio da seção do duto e na parede. A conclusão principal obtida a partir dos resultados dos experimentos é que as correlações propostas pelos diferentes autores (apresentando, em geral, a forma da equação (1.6), utilizando o parâmetro de Lockart-Martinelli), a pesar de diferir nos coeficientes experimentais, resultam em valores muito similares para as frações de líquido estudadas (até 0,04 %). Também foram comparados dados de referência, com os obtidos por um medidor de desprendimento de vórtice para o qual se observou que os erros na medição aumentam conforme aumenta a velocidade relativa entre fases. Um dado interessante apresentado nesse trabalho é que a companhia mencionada calcula uma economia de U\$ 500.000 por cada pequeno campo de produção a partir da eliminação de separadores de fase, denotando a importância da medição multifásica, i.e., sem utilização de separadores.

Os dois trabalhos mencionados acima, estão focados em escoamentos de gás com líquido disperso. Devido à diferença de massas específicas, mesmo com vazões de

líquido e gás sendo da mesma ordem, as frações volumétricas da fase dispersa são muito pequenas, tendo assim escassa influência na pressão diferencial, podendo ser utilizadas correlações conhecidas para escoamentos monofásicos sem perda de precisão significativa. Contudo, é colocado como um sugestão para trabalhos futuros um estudo da distribuição de fase em tais dispositivos, visando identificar pontos de acúmulo de líquido, e a sua influência na pressão diferencial. No presente trabalho, o estudo teórico é focado em escoamento com frações volumétricas de gás baixas a moderadas (0 a ~25 %) onde o líquido se constitui sempre como fase contínua.

Williams (1994) apresenta uma revisão de sistemas de medição comerciais, tanto em estágio de aplicação, quanto em estado de desenvolvimento (obviamente até a data de publicação do trabalho). Primeiramente discute as vantagens e dificuldades do que a autora chama de Medição Multifásica, i. e., medição da vazão de escoamento sem separação de fases. Em seguida mostra um histórico dos sistemas comerciais baseados neste conceito para finalmente apresentar uma revisão dos sistemas comerciais existentes para medição multifásica. Este trabalho aborda novamente a questão dos custos e dificuldades referentes à instalação e manutenção de sistemas de separação de fases, ressaltando a importância da eliminação destes sistemas, principalmente, em aplicações em águas profundas.

Mehdizadeh & Farchy (1995) apresentam uma metodologia para medição de vazão do escoamento de óleo, água e gás, a partir da medição de diferentes variáveis de escoamento. A metodologia de medição consiste em utilizar três medidores de vazão e um medidor de corte de água na fase líquida baseado em micro-ondas que mede as frações volumétricas de óleo e água, a partir das propriedades dielétricas de cada fluido. Primeiramente, o escoamento é dirigido através de um medidor de deslocamento positivo que mede a vazão volumétrica total da mistura bifásica. Este tipo de medidores têm a vantagem que medida de vazão é independente da velocidade relativa entre fases, já que as velocidades são equalizadas no interior do dispositivo. Seguidamente são utilizados dois tubos Venturi com diferentes relações de área, onde a pressão diferencial é correlacionada com a vazão mássica da mistura a partir da seguinte equação,

$$\Delta p = \int_{ent}^{gar} \left(m^2 \frac{d}{dz} f(\rho, \alpha, x) + \frac{T_0 C}{A} + g \rho_{TP} \right) dz \quad (1.8)$$

onde A é a área transversal, T_0 é a temperatura na entrada, C é um coeficiente de expansão, m é o fluxo de massa da mistura e f é uma função do título e a fração volumétrica de gás, calculados como,

$$x = \frac{\rho_G Q_G}{\rho_G Q_G + \rho_L Q_L} \quad (1.9)$$

$$r_G = \frac{Q_G}{Q_G + S Q_L}$$

Na equação acima aparece, no cálculo da fração volumétrica de gás, um fator considerado de fundamental relevância no correlacionamento pressão/vazão, o fator de escorregamento S , dado pela relação entre as velocidades de cada fase. Um dos focos deste trabalho é a avaliação da velocidade relativa entre fases e o impacto da mesma na pressão diferencial e distribuição de fração volumétrica de gás nos dispositivos estudados. Contudo, as correlações utilizadas no sistema apresentado por Mehdizadeh & Farchy (1995) consideram este fator igual a um, isto é, as fases líquido e gás escoam com a mesma velocidade. Como será mostrado ao longo deste trabalho, esta hipótese é muito forte quando trata-se de escoamentos de líquido e gás (ou, em geral, fluidos com massas específicas muito diferentes), principalmente na garganta do Venturi onde a velocidade do gás pode ser até duas vezes maior que a do líquido. Desta forma, a equação (1.8) utiliza, na realidade, o modelo homogêneo para o cálculo da pressão diferencial. Um aspecto interessante dessa correlação é a consideração da expansão do gás pela queda de pressão ao longo da contração, implícita no segundo termo do lado direito da equação (1.8), embora, para as condições de operação comumente consideradas, a desconsideração da velocidade relativa introduziria erros muito maiores do que a desconsideração da expansão do gás.

No sistema de medição proposto, não é medida a fração volumétrica de gás como variável, mas as vazões de líquido e gás são diretamente calculadas a partir das informações fornecidas pelo medidor de deslocamento positivo e os medidores de Venturi. Para isto, o sistema de equações,

$$\begin{aligned}
 Q_{Total} = Q_L + Q_G & \leftarrow \text{Medidor de deslocamento positivo} \\
 \Delta p_1 = f(Q_L, Q_G, \rho_L) & \leftarrow \text{Venturi 1 (Eq. (1.8))} \\
 \Delta p_2 = f(Q_L, Q_G, \rho_L) & \leftarrow \text{Venturi 2 (Eq. (1.8))}
 \end{aligned}
 \tag{1.10}$$

é resolvido em tempo real, fornecendo Q_L , Q_G , e ρ_L . Neste caso Q_L e ρ_L representam a vazão total e massa específica da fase líquida, composta de água e óleo. Assim, um medidor de corte de água baseado em microondas é utilizado para medir a concentração de água na fase líquida, fornecendo as vazões de óleo e água.

Esta abordagem mostra-se interessante e, a priori, sem limitações técnicas. Entretanto, vale a pena ressaltar dois aspectos que, a critério do autor deveriam ser revisados. Do ponto de vista tecnológico, o medidor de deslocamento positivo, introduz partes móveis, requerendo maior manutenção e complicando a aplicação em ambientes adversos, como por exemplo, águas profundas. Por outro lado, como já comentado, a desconsideração da velocidade relativa entre fases no correlacionamento pressão/vazão nos tubos Venturi, pode introduzir importantes erros de medição.

Boyer & Lemonnier (1996) propõem medir a vazão multifásica forçando um padrão disperso **homogêneo** a partir de um misturador tipo OPTIMIX® e medir a vazão em um tubo Venturi a partir de conhecidas correlações para escoamentos homogêneos. A idéia proposta é gerar, a partir do misturador, um tamanho de bolha tal, que possa ser desconsiderada a velocidade relativa entre as fases, no tubo Venturi. Este trabalho é interessante do ponto de vista teórico, já que mostra uma análise detalhada do escoamento multifásico me tubos Venturi, utilizando o modelo de Três Campos (Kowe *et al* (1988)). O trabalho apresenta uma comparação entre resultados obtidos com este modelo e resultados experimentais de Doroshenko (1974), Lewis & Davidson (1985a) e Kuo & Wallis (1988). O resultado principal deste trabalho é um estudo do desvio da vazão predita pelo modelo homogêneo em relação à vazão real, em função do diâmetro da fase dispersa. Isto permite selecionar um misturador de forma a obter o tamanho máximo de bolha tal que a hipótese de homogeneidade seja valida, permitindo utilizar correlações simples para a medição da vazão multifásica.

Ribeiro (1996) apresenta um revisão dos métodos de medição de vazão para escoamentos multifásicos. Uma descrição dos três enfoques mais comuns que são:

Homogeneização, Separação das fases e Medição em Linha sem Perturbação é apresentada.

Dentro do conceito de medição sem separação, são abordados três sistemas de medição bastante utilizados em campo: o clássico medidor de Venturi acompanhado de um medidor de fração volumétrica de gás baseado em raios gama, no qual o escoamento deve ser em padrão disperso; o método baseado em diferentes sensores, apresentado por Mehdizadeh & Farchy (1995); e um medidor de capacitâncias múltiplas que se aplica apenas a padrões pistonados. Este método, bastante utilizado em campo, se baseia na medição de capacitância do fluido através de duas placas com eletrodos inseridas no escoamento. O sinal de saída é a medida da capacitância entre as placas, que depende das propriedades dielétricas do fluido que está passando entre estas. Assim, colocando-se diferentes sensores, a uma distância conhecida, pode-se estimar a partir de uma correlação, a velocidade das grandes bolhas de gás (*slugs*), que é considerada como a velocidade média do gás. O medidor de capacitâncias múltiplas permite medir, além da velocidade do gás, o tamanho dos *slugs*, podendo calcular a fração volumétrica de gás presente na mistura. A grande desvantagem desta técnica, é que é apenas aplicável aos padrões tipo pistonado ou *slug*, já que as correlações utilizadas pressupõem esses padrões de escoamento.

Cellos & Wee (1999) apresentam um sistema de medição para aplicações em linhas com alto teor de GOR (*Gas Oil Residual*). Para alargar a faixa de operação, em termos de fração volumétrica de gás, é introduzido um pré-separador ciclônico onde o gás é parcialmente separado. Este dispositivo é projetado de forma que na linha superior (*overflow*) exista uma corrente com 100% de gás, enquanto que na linha inferior (*underflow*) sai uma mistura de líquido e gás, porém com uma fração menor de gás. Desta forma, a faixa de utilização do medidor multifásico, localizado na “linha de líquido”, em termos de fração volumétrica de gás é menor, aumentando a precisão do dispositivo. Este medidor multifásico utiliza como medidor primário da velocidade da mistura um sistema de dois medidores de microondas com correlação cruzada. Em alguns casos um medidor de Venturi é utilizado como sistema redundante, dependendo da aplicação. Neste caso, a vazão da mistura é medida sem separação prévia e é sugerida a utilização de um modelo que os autores chamam de “*Multi-fluid Slip flow*” (Modelo de escorregamento para vários fluidos). Não está claro a qual modelo os autores estão referenciando, mas provavelmente trata-se do modelo *Drift Flux* ou *Slip* algébrico (ASM)

(Wallis (1968)). A composição da mistura multifásica é medida por um dos medidores de microondas. A vazão de gás monofásica proveniente do *overflow* do separador ciclônico é medida a partir de um medidor de Coriolis.

Atkinson *et al.* (2000) apresentam um sistema de medição de vazão para óleos pesados. O medidor consiste em um tubo Venturi e dois medidores de composição baseados em raios gama. Embora este sistema não introduza nenhuma novidade tecnológica respeito de outros já apresentados, o trabalho mostra uma interessante análise teórica do escoamento multifásico no tubo Venturi. Um aspecto importante relatado neste trabalho é a consideração da velocidade relativa entre fases no correlacionamento entre a vazão mássica e a pressão diferencial no Venturi, e no cálculo da fração volumétrica de gás. A correlação utilizada para calcular a vazão é,

$$Q_{Total} = \frac{C(Re) \varepsilon C'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2\Delta p \rho_m} \quad (1.11)$$

Nesta correlação, $C(Re)$ representa o coeficiente de descarga monofásico, baseado no número de Reynolds (Re) da fase líquida e C' uma correção que considera a velocidade relativa entre as fases. O coeficiente $C(Re)$ é calculado a partir de uma correlação para escoamento monofásico a partir de um número de Reynolds bifásico. Para avaliar este parâmetro, é considerado um padrão anular na garganta do Venturi, e o Re multifásico é calculado com as propriedades do líquido multiplicando-o pela fração volumétrica de líquido. Isto se sustenta na hipótese que no padrão anular o coeficiente de descarga associado à fase gasosa é igual a um, pelo fato do perfil de velocidade do gás, ser considerado plano. Assim $C(Re)$ é calculado levando-se em conta apenas a fase líquida, porém considerando-se a presença do gás.

Fueki *et al.* (2000) apresentam um sistema de medição baseado num medidor de componentes por impedância elétrica e um medidor de Venturi. A impedância elétrica é medida em dos pontos ao longo da linha, em forma similar ao método apresentado por Atkinson *et al.* (2000), medindo a velocidade das grandes bolhas de gás e a quantidade de gás presente no escoamento através de uma correlação cruzada. O medidor de Venturi é utilizado para a medição da velocidade da fase líquida (normalmente composta por petróleo e água). A velocidade do líquido é obtida a partir de uma correlação do tipo,

$$\Delta p = C_v \left\{ \rho_G u_G^2 + \left[\xi \rho_W + (1 - \xi) \rho_P \right] u_L^2 \right\} \quad (1.12)$$

onde C_v é um coeficiente de descarga “multifásico”, que leva em consideração a estrutura do escoamento das três fases e ξ é o corte de água. Observa-se que, nesta correlação, é assumido que as fases água e óleo escoam com a mesma velocidade u_L enquanto que a fase gasosa escoam com um velocidade diferente, u_G . Esta hipótese é normalmente assumida pelo fato que a água e o óleo tem massas específicas da mesma ordem, enquanto que os gases possuem massas específicas normalmente de três ordens de grandeza inferiores com respeito aos fluídos que compõem a fase líquida.

A velocidade do gás é calculada a partir dos medidores de impedância utilizando uma equação simplificada como sendo,

$$u_G = \frac{L}{\tau} \quad (1.13)$$

onde L é o comprimento do *slug* de gás τ é o tempo de passagem. Estas variáveis são obtidas a partir de uma correlação cruzada utilizando como dados de entrada as medidas de impedância em dois pontos de medição.

Este sistema, segundo os autores do trabalho, permite medir as frações não apenas de gás, mas também de óleo e água na fase líquida, para diferentes padrões de escoamento⁴. Contudo, este medidor é apenas aplicável em padrão tipo *slug* ou com presença de grandes bolhas. Ainda, nestes padrões de escoamento, correlações do tipo da Eq. (1.12) tornam-se mais imprecisas e fortemente dependentes do padrão de escoamento, isto é, a precisão depende da utilização do dispositivo nas condições de calibração, tornando-o pouco flexível.

Lindsay *et al* (2001) apresentam uma metodologia baseada em redes neurais para a interpretação dos dados provenientes de um medidor de Venturi e um medidor de raios gama, utilizado para medir a fração volumétrica. Esta metodologia pode aumentar o intervalo de aplicação do sistema de medição, pelo fato que a rede, após “treinada”

⁴ Ver Capítulo 2

pode se adequar automaticamente às diferentes condições de operação. Um ponto crítico colocado pelos autores é a questão da medição das vazões de água e óleo. Devido à similaridade das massas específicas, os sinais do medidor de raio gama, não são interpretados de forma adequada. Assim, os autores colocam a necessidade da inclusão de um medidor de corte de água no sistema. Independentemente da forma de interpretação dos sinais, este problema aparece em qualquer medidor de fração volumétrica baseado na medição das massas específicas relativas das fases.

Falcone *et al.* (2002) apresentam um resumo das últimas tendências em termos de medidores de vazão multifásicos. Este trabalho se apresenta como um dos últimos deste tipo publicados, apresentando o estado-da-tecnologia em termos de medidores de vazão multifásicos. Os autores colocam um interessante resumo de quais devem ser as características procuradas num sistema de medição multifásico, entre as quais podem se destacar: o **nível de confiança na técnica utilizada e a intrusividade** (por exemplo, no caso da homogeneização, a intrusividade torna-se importante), **intervalo de operação**, principalmente em termos de fração volumétrica de gás, **tamanho e peso, necessidade de calibração ao longo da exploração de uma bacia** (as condições de escoamento mudam ao longo do tempo), **custo inicial e de manutenção**, entre outras. Finalmente são colocadas as tendências futuras da medição de vazão multifásica, destacando como uma técnica muito promissora a utilização de redes neurais para a calibração “automática” dos sistemas de medição.

Procurou-se nesta seção abordar de forma geral o desenvolvimento de medidores de vazão multifásicos. Embora, por desconhecimento do autor, podem ter sido omitidos outros trabalhos relevantes, os trabalhos apresentados abrangem os métodos mais utilizados para medição de vazão em escoamentos multifásicos. Na seção seguinte são apresentados alguns trabalhos referentes à modelagem de escoamentos multifásicos em constrições, procurando relacionar os parâmetros de escoamento com as questões tecnológicas apresentadas nesta seção.

1.5.2 Escoamentos multifásicos em constrições

Thang & Davis (1979) apresentam um estudo da estrutura do escoamento bifásico água - ar em tubos Venturi, para diferentes relações de contração. A partir de uma agulha de prova, são medidos os perfis de velocidade da fase gasosa e as distribuições de fração volumétrica de gás e tamanho de bolhas. Este dispositivo permite

medir a resistividade do meio em que esta imerso dando como resposta um sinal do tipo,

$$X_k(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 & \text{se } \mathbf{x} \in \text{fase } k \text{ no tempo } t \\ 0 & \text{de outra forma} \end{cases} \quad (1.14)$$

A partir do processamento estatístico deste sinal é possível calcular as variáveis mencionadas acima. Um aspecto interessante do trabalho, que é pouco abordado na literatura, para escoamentos em constrições, é a descrição da estrutura bidimensional (tridimensional axi-simétrico) do escoamento bifásico descrevendo os perfis transversais de fração volumétrica de gás e velocidade.

Drew (1983) examina as características comuns dos modelos para escoamentos multifásicos dispersos considerando a fase dispersa como um meio contínuo (enfoque Euleriano - Euleriano). Neste trabalho são deduzidas em forma detalhada as equações da conservação da massa e quantidade de movimento para sistemas multifásicos a partir da promediação das equações de Navier-Stokes e as condições de interface. Também são apresentadas relações constitutivas para as tensões viscosas e turbulentas das diferentes fases e para os termos de transferência de quantidade de movimento interfacial.

Lewis & Davidson (1985a) apresentam um estudo experimental do escoamento disperso água – ar em diferentes bocais e placas de orifício. A principal conclusão obtida a partir destes experimentos é que a pressão diferencial medida para um bocal convergente é bem maior daquela obtida para uma placa de orifício para as mesmas condições de escoamento, sendo que ambos dispositivos apresentam a mesma pressão diferencial para a mesma vazão, no caso monofásico. Ou seja, a influência da presença de uma determinada quantidade de gás no escoamento é mais importante para um bocal do que para uma placa de orifício. As menores pressões diferenciais para a placa de orifício são atribuídas ao aumento do coeficiente de contração no caso bifásico.

Drew & Lahey (1987) abordam a questão da independência do sistema de referencia das equações constitutivas utilizadas para forças interfaciais. Como será abordado no Capítulo 2 as equações constitutivas utilizadas para o fechamento das equações governantes devem se invariantes perante uma mudança no sistema de referencia utilizado, por exemplo rotação ou translação. O foco do trabalho é nas forças chamadas comumente na literatura de *non-drag forces*, isto é, as forças de interface

diferentes da força de arraste. Esta força é função apenas da velocidade relativa e, portanto, é facilmente demonstrável que as formas utilizadas para o seu cálculo são independentes do sistema de referencia. Outras forças como, massa virtual e sustentação⁵ dependem de variáveis como aceleração relativa entre fases e vorticidade tornando menos evidente a independência do sistema de referência. Neste trabalho, se propõe, através de uma formulação potencial do escoamento não estacionário e com presença de vorticidade sobre uma esfera, descrever a forma matemática destas forças e analisar sua independência do sistema de referencia. Numa comunicação posterior Drew & Lahey (1990) mostram um erro nas hipóteses colocadas neste trabalho, concluindo que a demonstração é válida no casos em que a vorticidade da fase contínua é pequena. Cabe destacar que, até os dias atuais, a questão da independência do sistema de referencia para estas equações constitutivas é um tópico bastante controverso na literatura.

Kowe *et al* (1988) apresentam uma análise detalhada das forças que aparecem sobre uma bolha num escoamento não uniforme e não estacionário, isto é, acelerado local e espacialmente. A partir desta análise, é derivado um modelo de três campos. Este modelo consiste em dividir o meio bifásico em três campos interatuantes: as bolhas, ocupando o volume $r_b V$ cuja velocidade é \mathbf{v} , líquido deslocado pelas bolhas, ocupando o volume $C_{VM} V$ e com velocidade \mathbf{v} , e o “líquido intersticial” que escoia longe das bolhas, ocupando o volume $V - r_b V - C_{VM} V$ escoando com velocidade \mathbf{u}_0 . Esta abordagem introduz na modelagem os efeitos de massa virtual de forma mais consistente, facilitando também o entendimento de tais efeitos. Devido a isto, este modelo será descrito em forma mais detalhada no Capítulo 3.

Kuo & Wallis (1988) fazem um estudo teórico e experimental de escoamentos de bolhas em bocais convergente-divergentes utilizando um modelo de dois fluidos simplificado. É apresentada uma descrição das forças de arraste, massa virtual, empuxo e expansão da bolha (devida à variação do diâmetro). Esta última força é geralmente desprezada em modelos para escoamentos multifásicos, por ser de menor ordem que as forças de massa virtual e arraste. Também é apresentada uma secção dedicada a uma recopilção de correlações para coeficientes de arraste para diferentes condições

⁵ Estas forças serão descritas em detalhe no Capítulo 2

de escoamento. A proposta deste trabalho é analisar experimentalmente as diferentes forças de interface a partir de um experimento que consiste em avaliar a posição em função do tempo, de uma única bolha lançada dentro do bocal, no qual esta escoando um líquido. O aparato experimental permite variar o diâmetro das bolhas e as velocidades médias do líquido. A partir do conhecimento da posição da bolha em função do tempo, é possível conhecer a velocidade pontual da bolha. Os resultados são comparados com os obtidos através de um modelo de dois fluidos unidimensional.

Couet *et al* (1991) propõem um modelo unificado que contempla os casos limites de monofásico e homogêneo dentro do conjunto de equações proposto. O modelo é baseado no conceito de velocidade intersticial (similar ao modelo de três campos apresentado por Kowe *et al* (1988)) e é aplicado ao escoamento em uma contração, considerando escoamento de água e ar e óleo e água, podendo em ambos os casos qualquer uma das fases ser dispersa. Este ponto é interessante já que considera o caso em que a fase dispersa é mais densa do que a contínua, caso pouco estudado na literatura.

Ishii *et al* (1993) propõem um novo modelo obtido a partir da integração das forças de pressão que aparecem sobre uma bolha que se movimenta num escoamento irrotacional. Esta forma de deduzir as equações de conservação permite levar em consideração as forças que aparecem devido à deformação ou mudanças no tamanho das bolhas. Esta força, também considerada em outros trabalhos, é pequena quando comparada com outras forças de interface, para escoamentos em dutos. Os autores também demonstram a hiperbolicidade do sistema de equações obtido. Finalmente, os resultados são comparados com dados experimentais obtidos anteriormente pelos mesmos autores.

Enwald *et al* (1996) apresentam um estudo detalhado do modelo de dois fluidos aplicado a leito fluidizado descrevendo o sistema bifásico do ponto de vista Euleriano - Euleriano, isto é, a fase sólida dispersa é considerada como um meio contínuo escoando e trocando calor, massa e quantidade de movimento com a fase fluida (gás). Assim, o trabalho resume de forma geral as técnicas de promediação das equações mais comumente empregadas e apresenta equações constitutivas para as tensões de cisalhamento e a pressão, principalmente na fase sólida, onde estes conceitos que surgem a partir da hipótese do contínuo, devem ser estendidos para a fase dispersa. Também são discutidas leis de fechamento para as forças interfaciais e mostrado um

estudo dos modelos mais comuns para a força de arrasto. Finalmente, são discutidos os modelos de turbulência para as fases gasosa e particulada.

Alajbegovic *et al* (1994) mostram uma modelagem de um duto de ebulição (*boiling channel*) utilizando o código comercial CFX4[®]. São apresentados diversos testes, tanto em termos de modelagem matemática quanto numérica. Neste aspecto é apresentada uma modificação do algoritmo de interpolação de Rhie-Chow (Rhie & Chow (1983)) considerando o fato que, em escoamentos multifásicos, aparecem novos campos escalares, como frações volumétricas, além da pressão, os quais são susceptíveis de oscilações devidas ao arranjo co-localizado (ver, por exemplo, Maliska, C. R. (2004)) das variáveis (*checkboard oscillations*). Também é apresentado um método de sub - relaxação para melhorar as condições de convergência em escoamentos com transferência de calor e mudança de fase.

Na mesma linha de pesquisa, sendo desenvolvida no *Rensselaer Polytechnic Institute*, que procura a modelagem multidimensional de escoamentos bifásicos em dutos, Podowski (1999) apresenta uma modelagem utilizando também o código comercial CFX4[®], de um escoamento bifásico em um duto de seção constante. São apresentados alguns modelos de transferência interfacial para padrão *slug* (pistonado), anular e disperso (bolhas). Um aspecto interessante deste trabalho, que é pouco abordado na literatura, é a apresentação de equações constitutivas para padrões não dispersos.

Dias *et al* (1998b) analisam a estrutura de um escoamento bifásico água - ar num bocal convergente utilizando uma agulha de prova, similar à descrita por Thang & Davis (1979). Através desta metodologia são medidos os perfis transversais de velocidade da fase gasosa, fração volumétrica de gás e distribuições de diâmetros de bolhas. Também é descrito no trabalho um modelo numérico unidimensional. A partir deste modelo é apresentado um estudo da evolução dos valores das forças interfaciais e os balanços de quantidade de movimento na fase líquida, ao longo do bocal. Um aspecto que contrasta com as conclusões apresentadas no trabalho de Thang & Davis (1979) é a conclusão da não existência de quebra ou coalescência de bolhas ao longo do bocal.

Karema & Lo (1999) realizam um estudo das metodologias numéricas utilizadas para resolver o problema do acoplamento interfacial. Os autores apresentam uma

análise dos diferentes algoritmos utilizados para o tratamento numérico das forças interfaciais. Estas forças são, de forma geral, funções das velocidades das diferentes fases. Sendo assim, aparecem nas equações da conservação da quantidade de movimento para a fase i velocidades da fase j e vice - versa. A forma mais simples de tratar este problema é de maneira explícita, ou seja, utilizar valores disponíveis da iteração anterior, para o cálculo das forças interfaciais. Entretanto, para alguns tipos de escoamento, este acoplamento é forte gerando instabilidades numéricas quando é tratado em forma explícita. Este trabalho discute a aplicabilidade dos diferentes métodos de acoplamento e descreve em forma detalhada o algoritmo IPSA-C que resulta da combinação do método para tratamento de forças interfaciais SINCE com o método para o tratamento do acoplamento pressão - velocidade SIMPLE-C (Van Doormal & Raithby (1984)). Por ser de importância fundamental para este trabalho, os métodos para o tratamento numérico do acoplamento entre fases são descritos mais detalhadamente no Capítulo 3.

Soubiran & Sherwood (2000) mostram um estudo teórico do escoamento de bolhas num tubo Venturi, considerando o escoamento potencial da fase contínua. São consideradas as forças de arraste, pressão e massa virtual, atuando sobre as bolhas. Estas bolhas são consideradas esféricas e pequenas em relação ao diâmetro do tubo. O campo de velocidades da fase contínua é avaliado de duas formas, inversamente proporcional à área do duto (perfil plano de velocidades) e escoamento irrotacional axi-simétrico. Ainda é considerado que as bolhas não influem no escoamento da fase contínua, isto é, os campos de velocidade são desacoplados com o objetivo de facilitar a avaliação das trajetórias das bolhas e das forças que aparecem sobre as mesmas.

1.5.3 Conclusões desta secção e pontos de investigação

É de comum acordo na literatura que os sistemas de separação, além de serem caros, têm um peso considerável e são de grande volume. Isto torna os sistemas de medição de vazão, baseados em separação de fases, muito desvantajosos para aplicações em ambientes desfavoráveis, como águas profundas. Assim, a medição da vazão da mistura multifásica, sem a separação prévia da mesma, se apresenta como a melhor alternativa. A tendência futura em termos de medição de vazão multifásica é a utilização de dispositivos capazes de medir a vazão com certa precisão, sem a necessidade da separação das fases.

Os medidores baseados em pressão diferencial são bastante referenciados e, de forma geral, os autores coincidem em destacar a sua robustez, confiabilidade e baixo custo, tanto de construção quanto de manutenção. Dentre os medidores baseados em pressão diferencial, o tubo Venturi é um dos mais utilizados (Falcone *et al* (2002)). Placas orifício e contrações podem ser também utilizadas, entretanto, estes dispositivos, podem gerar elevadas taxas de turbulência a jusante dos mesmos, favorecendo a emulsificação da mistura, fenômeno normalmente não desejado. Desta forma, o estudo neste trabalho será focado em tubos Venturi. Contrações serão também estudadas, apenas com o intuito de calibrar e validar a modelagem matemática utilizada.

Falcone *et al* (2002) colocam que não existem correlações adequadas para a pressão diferencial em Venturis e outros dispositivos do tipo quando se trata de escoamentos multifásicos. Assim a melhor alternativa, é gerar um escoamento o mais próximo possível da condição de homogeneidade. Esta idéia é similar à proposta de Boyer & Lemonnier (1996), fazendo-se possível a utilização de correlações desenvolvidas para escoamentos monofásicos. O autor discorda deste ponto, já que com o avanço no conhecimento da modelagem de escoamentos multifásicos, é possível desenvolver correlações adequadas, tanto para a pressão diferencial quanto para a velocidade relativa entre as fases, possibilitando a medição da vazão multifásica, sem a necessidade de homogeneizar o escoamento. Da mesma forma que as placas de orifício, homogeneizadores podem dar lugar a emulsificação do escoamento. Por outro lado, deve-se admitir que a modelagem para padrões de escoamento não dispersos ainda carece de generalidade e as equações constitutivas comumente utilizadas não possuem um intervalo de aplicação suficientemente grande.

Assim, a proposta deste trabalho é o aprofundamento no conhecimento da modelagem de padrões dispersos, porém não homogêneos. Como pode ser visto em Boyer & Lemonnier (1996), dispersões extremamente finas devem ser geradas para conseguir a homogeneização do escoamento, principalmente na garganta do Venturi, onde a velocidade do gás pode chegar a até duas vezes a velocidade do líquido, dependendo do tamanho das bolhas. Como será visto no capítulo seguinte, através de uma modelagem que seja capaz de considerar escoamentos em padrão disperso e pistonado, estar-se-ia abrangendo até 70% dos escoamentos mais comumente encontrados em tubulações de exploração e transporte de petróleo.

Em termos de modelagem do escoamento multifásico em tubos Venturi, observa-se, a partir da revisão da literatura apresentada, que alguns pontos precisam de maior aprofundamento, tais como:

- Estudo da estrutura multidimensional (modelo axi-simétrico) do escoamento multifásico (a maioria dos estudos é realizada em forma unidimensional).
- Estudo da distribuição de fração volumétrica de fase nos dispositivos de medição.
- Aprofundamento do conhecimento da estrutura do escoamento, principalmente no que tange a distribuição de velocidades relativas entre as fases, no medidor.

Desta forma a contribuição principal deste trabalho é o estudo da estrutura do escoamento em tubos Venturi, focando na relação pressão diferencial-vazão, distribuição de fase e distribuição de velocidades das fases. Para isto, é utilizado o “modelo de dois fluídos” e é estudada a influência das diferentes equações constitutivas nestas variáveis.

Também é realizado um estudo experimental numa bancada de água-ar, cujos principais objetivos são a aquisição de imagens do escoamento e a medição da pressão diferencial em tubos Venturi, para diferentes vazões de água e ar. A visualização do escoamento tem como objetivo o melhor entendimento dos fenômenos físicos envolvidos, enquanto os valores de pressão diferencial medidos são utilizados para comparação com resultados numéricos.

O capítulo seguinte descreve a modelagem matemática de escoamentos multifásicos, focando em relações constitutivas para escoamentos dispersos. Entretanto, na parte inicial do capítulo serão descritos os padrões de escoamento em sistemas multifásicos líquido-gás e óleo-água, de forma a contextualizar os padrões dispersos, que são o foco do trabalho.

Capítulo 2 – Formulação Matemática

O propósito deste capítulo é descrever a fenomenologia física dos escoamentos multifásicos e as abordagens mais comumente utilizadas para a modelagem matemática dos mesmos. Serão descritos os escoamentos multifásicos internos e seus diferentes padrões, de forma a introduzir a fenomenologia dos escoamentos dispersos, que serão o foco deste trabalho. Em seguida será descrita a formulação matemática apresentando as diferentes abordagens matemáticas existentes para a descrição dos sistemas multifásicos. Serão também discutidas as leis constitutivas utilizadas para o fechamento dos modelos, especialmente em escoamentos dispersos, que serão o foco deste trabalho.

2.1 Padrões de Escoamentos Multifásicos em Dutos

São amplamente conhecidas na literatura as diferentes configurações geométricas adotadas por um sistema líquido-gás escoando no interior de um duto. Entretanto, em se tratando de um sistema líquido-líquido (óleo e água, por exemplo) ou sistemas trifásicos (óleo, água e gás), as configurações adotadas, dependendo das vazões de cada fase, não são tão bem determinadas. Assim, serão descritas inicialmente as configurações mais conhecidas para sistemas líquido-gás em dutos verticais e horizontais e, em seguida, serão abordados os padrões água-óleo. Na parte final desta secção, serão descritos sucintamente os padrões adotados por sistemas óleo-água-gás. Entretanto, como comentado no capítulo anterior, em sistemas de medição envolvendo óleo, água e gás, a correlação da vazão das fases em função da pressão diferencial é normalmente realizada distinguindo apenas duas velocidades, a

da fase líquida, incluindo água e óleo, e a do gás. Desta forma, o estudo neste trabalho será focado em sistemas água-ar. Uma vez conhecendo a fenomenologia envolvida neste tipo de escoamentos e a sua modelagem matemática, a generalização desta modelagem para sistemas óleo-água-gás é direta.

Assim, embora sejam aqui descritos os padrões de escoamento para sistemas óleo-água e óleo-água-gás, tais sistemas não serão abordados no estudo realizado.

2.1.1 Padrões de Escoamento Bifásico em Dutos Verticais

São descritos a seguir, os padrões mais comumente encontrados em escoamentos de líquido e gás em dutos verticais. A Tabela 2.1 apresenta a morfologia dos diferentes padrões descritos.

Escoamento de Bolhas (*Bubbly Flow*): Este padrão é considerado dentro da categoria dos chamados “escoamentos dispersos” que serão considerados no estudo numérico e experimental neste trabalho. Nesta configuração a fase gasosa se encontra distribuída em bolhas dentro da fase contínua líquida, podendo ser estas bolhas de pequenos diâmetros com forma esférica até diâmetros maiores apresentando formas mais alongadas. Como veremos na seção 2.2.4, as forças que aparecem sobre as bolhas dependem fortemente do formato das mesmas.

Escoamento Pistonado (*Slug Flow*): Quando se aumenta a quantidade de gás no escoamento, as pequenas bolhas tendem a coalescer, formando bolhas de um tamanho da ordem do diâmetro do duto. A parte superior da bolha possui forma esférica e o gás é separado da parede do duto por um fino filme de líquido descendo de forma lenta. Duas bolhas sucessivas são separadas por partes líquidas (*slugs*) que podem conter bolhas de menor diâmetro em forma dispersa.

Escoamento Agitado (*Churn Flow*): Acontece quando o escoamento pistonado se instabiliza e as grandes bolhas se quebram dando lugar a um escoamento caótico no centro de duto, deslocando o líquido contra as paredes. Este padrão possui uma característica oscilatória entre escoamento pistonado e anular, por isto é comumente chamado *slug-annular flow*.

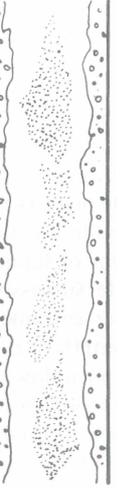
Escoamento Anular agitado (*Wispy-Annular Flow*): Neste padrão o líquido se concentra em uma camada relativamente grossa sobre as paredes com um núcleo de gás contendo uma quantidade considerável de líquido disperso em forma de gotas. Na

região do filme de líquido existem bolhas de gás dispersas, ou seja, é uma mistura de um escoamento disperso de gotas no centro e um escoamento disperso de bolhas nas paredes.

Escoamento Anular (*Annular Flow*): Neste padrão o líquido escoa pelas paredes formando um anel fino e o gás escoa pelo centro do duto. As fases apresentam menor presença da outra fase entranhada. Em alguns casos o anel de líquido pode-se instabilizar dando lugar à penetração de gotas de líquido no núcleo gasoso.

A Tabela 2.1 apresenta as morfologias dos diferentes padrões, o que elucidara os comentários colocados acima.

Tabela 2.1 – Configurações adotadas por sistemas líquido-gás em dutos verticais (Collier, J. G. & Thome, J. R. (1996))

				
Bolhas (<i>Bubbly</i>)	Pistonado (<i>Slug</i>)	Agitado (<i>Churn</i>)	Anular agitado (<i>Wispy annular</i>)	Anular (<i>Annular</i>)
				

2.1.2 Padrões de Escoamento em Dutos Horizontais

Em dutos horizontais e inclinados, os padrões de escoamento adotam formas mais complexas devido à assimetria causada pela ação da gravidade que, neste caso, atua em forma transversal ao duto. O padrões mais comuns, conforme mostrado na Tabela 2.2, são:

Escoamento de Bolhas (*Bubbly Flow*) (a): É similar ao descrito para escoamentos em dutos verticais, porém as bolhas tendem a escoar na parte de cima

do duto quando a fase dispersa é menos densa do que a contínua. Quando as velocidades de escoamento aumentam, a fase dispersa tende a ocupar toda a secção do duto, porque os efeitos de dispersão turbulenta começam a se tornar mais importantes que a gravidade.

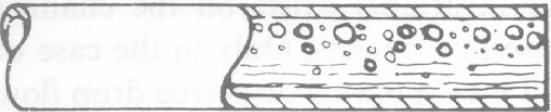
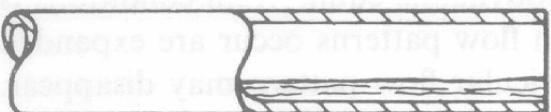
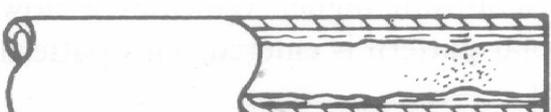
Escoamento Pistonado: (*Plug flow*) (b): É similar ao escoamento pistonado em dutos verticais, porém novamente as bolhas tendem a escoar pela metade superior do duto. Neste caso, esta condição assimétrica é mantida independentemente da velocidade de escoamento devido ao maior tamanho das bolhas.

Escoamento Estratificado (*Stratified Flow*) (c): Acontece em velocidades muito baixas de líquido e gás, as duas fases escoam separadas por uma interface suave, sem ondulações.

Escoamento Ondulatório (*Wavy Flow*) (d): Quando aumenta a velocidade do gás no escoamento estratificado, aparecem oscilações na interface, gerando um padrão caótico de escoamento. Quando estas ondas começam a ser maiores e a fração volumétrica de líquido aumenta, este começa a molhar a parede superior do duto gerando grandes bolhas de gás presas entre duas ondas, aparecendo um padrão similar ao pistonado chamado **Slug Flow** (e), porém com bolhas maiores, já que este padrão se dá com maiores frações volumétricas de gás. Este padrão, não deve ser confundido com o escoamento pistonado em dutos horizontais "*Plug*". Enquanto no primeiro caso, as grandes bolhas são formadas a partir da coalescência das pequenas, quando é aumentada a vazão de gás num padrão de bolhas, neste caso, as bolhas (ou bolsões) de gás são formadas a partir da instabilização do filme de líquido.

Escoamento Anular (*Annular Flow*) (f): Aumentando ainda mais a velocidade do gás num escoamento estratificado, ou de forma geral, com baixas frações de líquido, se formará um núcleo de gás com um filme de líquido na periferia do duto formando um anel, similar ao caso descrito para escoamentos em dutos verticais.

Tabela 2.2 – Configurações adotadas por sistemas líquido-gás em dutos horizontais (Collier, J. G. & Thome, J. R. (1996))

	(a)	
	(b)	
	(c)	
	(d)	
	(e)	
	(f)	

2.1.3 Padrões de Escoamento em Sistemas Água – Óleo

Em função de este trabalho estar focado na modelagem de escoamentos multifásicos em medidores de vazão para sistemas de transporte de petróleo e gás, serão descritas, também, algumas configurações adotadas por sistemas água-óleo. Embora os padrões de escoamento sejam amplamente conhecidos para sistemas líquido-gás escoando em dutos, os sistemas líquido-líquido têm recebido pouca atenção. Isto é, porque em muitos casos os estudos fenomenológicos realizados em sistemas líquido-gás, podem ser estendidos para escoamentos de líquidos imiscíveis.

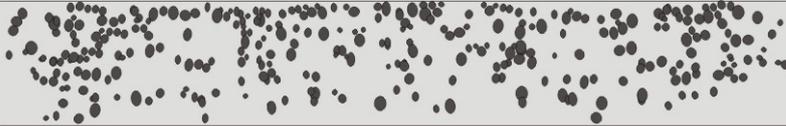
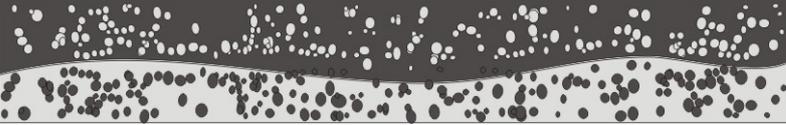
Contudo, alguns cuidados devem ser tomados: segundo Trallero & Sarica (1996), a estrutura de escoamento em sistemas óleo-água em dutos é diferente da mistura de líquido-gás, principalmente devido à maior capacidade de transferência de quantidade de movimento interfacial e menores efeitos de empuxo gravitacional, já que a diferença de massas específicas entre as fases é duas a três ordens de grandeza menor, em tais sistemas.

Na literatura, os padrões de escoamento de sistemas óleo-água são classificados em dois grandes grupos, dependendo de qual fluido constitui a fase contínua, aparecendo assim os padrões baseados em óleo (*oil based*) e o baseados em água (*water based*) onde as fases contínuas são o óleo e a água, respectivamente. Assim, alguns trabalhos de pesquisa (Brauner & Ullmann (2002), por exemplo) incluem a determinação do “ponto de inversão” que é o ponto em que a fase contínua passa de óleo para água ou vice-versa. Este ponto de inversão é função de parâmetros como velocidade, fração volumétrica das fases e propriedades dos fluidos como viscosidade e tensão superficial, e é de fundamental importância na avaliação da perda de carga, seja em dutos de seção constante ou constrições, já que a queda de pressão devida à viscosidade, em um e outro caso, pode ter diferenças de até mil vezes quando se trata de óleos pesados.

Vários trabalhos (Trallero & Sarica (1996), Arirachakaran *et al* (1989), Zavareh *et al* (1988), entre outros) apresentam descrições dos padrões de escoamento para estes sistemas.

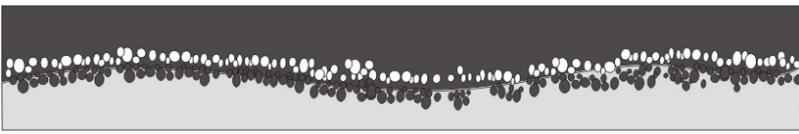
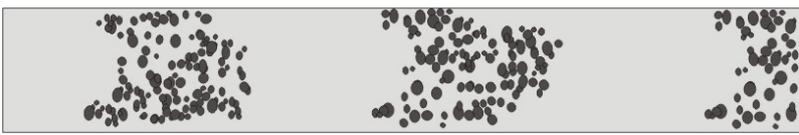
No trabalho de Trallero, a classificação dos padrões é baseada em dois fenômenos: o fluido que compõe a fase contínua e a configuração do escoamento, estratificada ou dispersa. Surgem assim, seis padrões de escoamento mostrados e descritos sucintamente na Tabela 2.3, apresentada a seguir:

Tabela 2.3 – Padrões de escoamento água-óleo, segundo a classificação de Trallero & Sarica (1996)

Estratificado: óleo sobre água (exceto para óleo com massa específica maior que a da água)	
Estratificado com mistura na interface	
Dispersão de óleo em água sobre água. Em dispersões de óleo com baixa velocidade (baixo nível de turbulência) e/ou massas específicas relativas pequenas, o óleo disperso tende a estratificar	
Dispersão de óleo em água	
Dispersão de água e óleo e óleo em água	
Dispersão de água em óleo	

O autor achou mais interessante, e de caráter mais geral, a classificação mostrada por Arirachakaran *et al* (1989) que baseada, fundamentalmente, nas morfologias adotadas pelas fases, já que a modelagem matemática deverá levar em consideração estas configurações. Nesta classificação, mostrada na Tabela 2.4, são apresentado e descritos cinco padrões, classificados de acordo a morfologia das fases envolvidas.

Tabela 2.4 – Padrões de escoamento água-óleo, segundo a classificação de Arirachakaran *et al* (1989)

Estratificado: Pode ter mistura dispersa na interface	
Dispersão de óleo em água sobre água (Idem classificação Trallero & Sarica (1996))	
Dispersos de óleo em água ou água em óleo	
Intermitente: Equivalente ao escoamento pistonado em sistemas líquido – gás	
Anular: Core central de um fase, com u anel da outra. Pode ter dispersão da fase “externa” no core central	

Esta classificação engloba os casos apresentados por Trallero & Sarica (1996) já que contempla os mesmos padrões, porém inclui um número maior de configurações geométricas as quais são um fator determinante na modelagem de escoamentos multifásicos. Além dos padrões estratificado e disperso, nos quais são baseadas todas as configurações apresentadas por Trallero & Sarica (1996), este trabalho apresenta também o escoamento anular, similar ao encontrado em sistemas líquido gás onde, tanto no centro como no anel podem-se ter fases dispersas ou puras. Esta classificação também inclui o padrão intermitente, onde as fases ocupam a seção do duto em forma alternada, podendo também ser fases puras ou dispersões. Desta forma a classificação apresentada por Arirachakaran *et al* (1989) inclui a mostrada por Trallero & Sarica (1996), diferindo em que a última enfatiza a diferenciação dos padrões com base em qual fase se constitui como contínua. Contudo, o trabalho de

Arirachakaran *et al* (1989) inclui ainda um estudo do “ponto de inversão”, isto é, as condições de escoamento para que a fase contínua passe de água para óleo ou vice-versa.

Uma situação similar é encontrada em dutos verticais sem considerar, obviamente, os padrões estratificados, ou seja, aqueles padrões separados pela gravidade no sentido transversal ao duto. Contudo, Zavareh *et al* (1988) apresentam um estudo experimental realizado num duto vertical de 18,4 cm de diâmetro, com vazões de água e óleo entre ~0.5 a 9 l/s (velocidades superficiais entre ~0.014 e 0.35 m/s) para ambas as fases, cobrindo assim a faixa completa de frações de óleo e água. Para estas velocidades superficiais⁶, foram observados apenas padrões dispersos, sendo a fase contínua água ou óleo, dependendo das frações de cada fase. Ou seja, em escoamento verticais de água e óleo, apresentam-se apenas padrões dispersos.

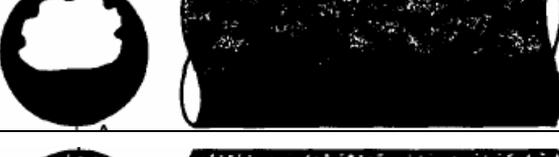
A partir da análise da literatura pode-se concluir que, de forma geral, em sistemas constituídos por água e óleo, os padrões dispersos são os mais comumente encontrados, mesmo em dutos horizontais. Isto acontece devido às propriedades dos fluídos, principalmente à pequena diferença de massas específicas entre as fases, que permite “inversão da fase contínua”, o que não acontece em sistemas líquido-gás, exceto para frações muito altas de gás. Assim, em tais sistemas, quando a vazão de gás aumenta em um escoamento de bolhas, estas tendem a coalescer, dando lugar aos padrões pistonado, anular etc.. O escoamento de gotas, que seria o equivalente à inversão de fase, acontece apenas para frações extremamente pequenas de líquido. Padrões como “intermitente” ou “anular” acontecem apenas em condições muito particulares em sistemas óleo-água. Existem, inclusive, alguns trabalhos (Bannwart (1988) e Bannwart (2000)) apresentando estudos de estabilidade do padrão anular com filme de água, objetivando a redução do atrito para elevação de óleo em produção.

Para sistemas trifásicos, compostos por água, óleo e gás, a situação é similar aos sistemas líquido-gás descritos acima, onde a fase líquida pode ser contínua de óleo ou contínua de água, porém o gás adota as configurações mostradas na Tabela 2.1 e Tabela 2.2. Desta forma, num sistema trifásico constituído por óleo, água e gás, os padrões encontrados são **qualitativamente** similares aos apresentados para

⁶ Este conceito será definido na seção 2.2.3

sistemas água-ar. Contudo, em termos quantitativos, as condições de escoamento para as quais os diferentes padrões se estabelecem, podem ser diferentes dependendo das propriedades dos fluídos envolvidos. Acikgoz *et al* (1992) apresentam um estudo dos padrões de escoamento trifásico de óleo, água e gás em dutos horizontais. Neste trabalho são relatadas apenas quatro morfologias; **pistonado** ou **slug**, **estratificado**, **ondulatório** e **anular**, com algumas variações, que consideram a água como fase dispersa ou contínua. A Tabela 2.5 mostra esquematicamente a morfologia de cada regime. Observa-se que nos padrões 1, 2 e 7 (padrões pistonados) a morfologia da fase gasosa é similar, assim como também os padrões 3, 4 e 8 (padrões estratificados) e os padrões 5, 6, 9 e 10 (padrões anulares).

Tabela 2.5 – Padrões de escoamento água-óleo-gás em dutos horizontais Acikgoz *et al* (1992)

Região	Regime	
1	<i>Plug</i> disperso – óleo fase contínua	
2	<i>Slug</i> disperso – óleo fase contínua	
3	Estratificado ondulado / Disperso – óleo fase contínua	
4	Estratificado ondulado / Separado – óleo fase contínua	
5	Anular ondulado com gás disperso – óleo fase contínua	
6	Anular com gás disperso – óleo fase contínua	

7	<i>Slug</i> disperso – água fase contínua	
8	Estratificado ondulado – água fase contínua	
9	Anular ondulado – água fase contínua	
10	Anular – água fase contínua	

Os gráficos apresentados a seguir (Figura 2.1) mostram os padrões de escoamento trifásico em dutos horizontais apresentados nesse trabalho. As várias configurações aparecem em função da morfologia da fase líquida, podendo ser água contínua ou óleo contínuo. As linhas grossas, aqui introduzidas, indicam os limites das diferentes morfologias da fase gasosa, sendo “S”, *slug* ou pistonado, “E” estratificado e “A” anular. Estas linhas foram introduzidas com o intuito de mostrar a similaridade **qualitativa** com os mapas de escoamento bifásico líquido-gás (ver Figura 2.2). Podemos assim concluir que, de forma geral, as morfologias adotadas pela fase gasosa apresentam sempre os mesmos padrões, diferindo quantitativamente, em termos das condições de escoamento para as quais os padrões se estabelecerão, em função do fluido que constitui a fase contínua (óleo ou água).

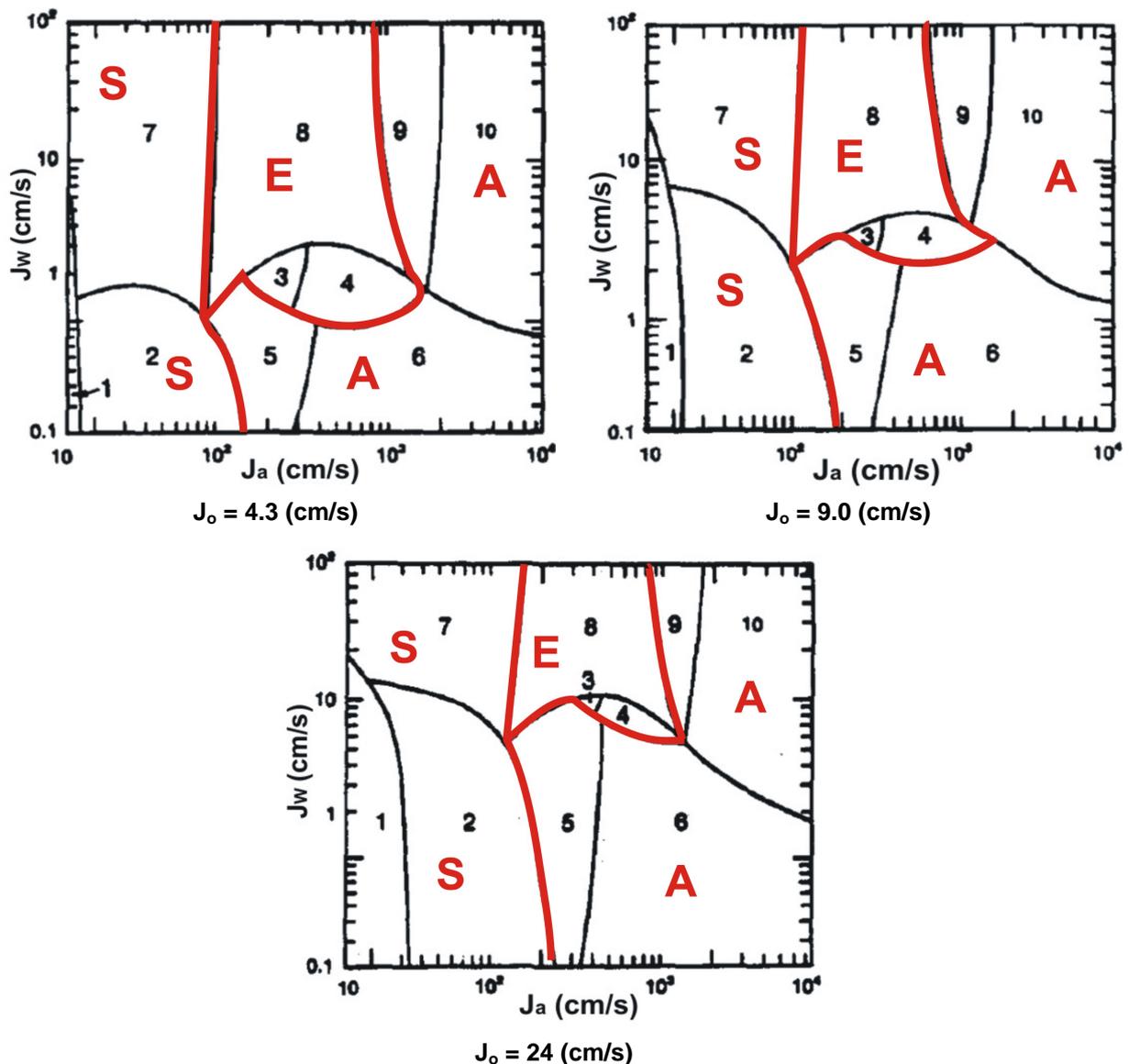


Figura 2.1 – Mapas de escoamento óleo-água gás (Acikgoz *et al* (1992))

Desta forma, serão considerados neste trabalho os escoamentos de água-ar que são os de caráter mais geral e representam adequadamente as diversas morfologias encontradas em escoamentos gás-líquido. Entretanto, os modelos estudados podem ser aplicados a qualquer sistema envolvendo líquido e gás.

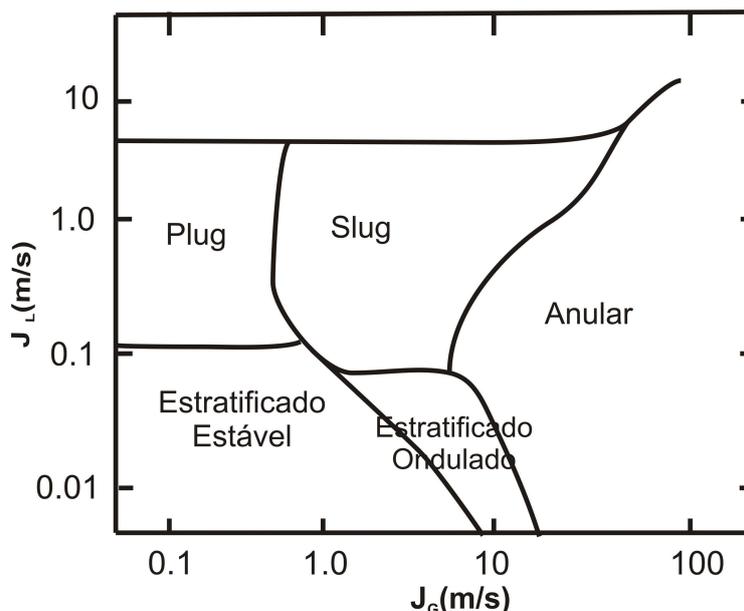


Figura 2.2 – Mapas de escoamento água-ar (adotada de Collier, J. G. & Thome, J. R. (1996))

Deve-se enfatizar novamente que, neste trabalho, serão abordados, em forma teórica e experimental, apenas escoamentos em padrões de bolhas, porém foi apresentada uma descrição dos padrões mais comuns que aparecem em escoamentos multifásicos em dutos com o intuito de contextualizar tais padrões. Como já foi comentado anteriormente, alguns sistemas de medição de vazão forçam padrões dispersos através de misturadores dispostos a montante do medidor propriamente dito. Assim, de forma geral, os resultados deste trabalho poderão ser aplicados em padrões dispersos e pistonados, onde a utilização de um misturador pode gerar um padrão disperso. Como visto no capítulo anterior, medidores baseados em pressão diferencial podem ser desenvolvidos para qualquer padrão de escoamento. Contudo, a calibração destes dispositivos em padrões não dispersos é altamente empírica, já que a modelagem matemática nestes casos é fortemente dependente do padrão de escoamento, tornando-se de extrema dificuldade o desenvolvimento de correlações pressão-vazão de caráter geral.

Um estudo da Universidade de Calgary (apud Williams (1994)) mostrou, a partir de um relevamento feito sobre 6000 poços de extração de petróleo, que 40 % dos mesmos apresenta um padrão de escoamento pistonado ou *slug* e 29 % um padrão anular. Outros trabalhos (Ribeiro (1996)) relatam que padrões tipo pistonado são muito comumente encontrados em produção de petróleo. Desta forma, como já destacado no Capítulo anterior, a partir do estudo de padrões dispersos não homogêneos, um grande

intervalo de frações volumétricas de gás pode ser considerado, já que escoamentos em padrão pistonado podem ser transformados em dispersos, sem a introdução de grandes perturbações no escoamento. No entanto, para a homogeneização do escoamento será necessária uma grande perturbação do escoamento, podendo gerar, como já comentado, emulsões indesejáveis na corrente, quando se trata de escoamentos envolvendo água e óleo. Um estudo apresentado por Boyer & Lemonnier (1996) mostra o desvio na predição da vazão a partir da abordagem homogênea, em comparação com a vazão “real”⁷, variando com o diâmetro médio de bolhas na entrada do dispositivo de medição. Observa-se que os diâmetros necessários para possibilitar a utilização de um modelo homogêneo são da ordem de menos de um milímetro. Ou seja, qualquer bolha a montante deverá ser quebrada em bolhas menores do que um milímetro. Obviamente trata-se numa perturbação muito grande no escoamento, mesmo quando este apresenta um padrão disperso a montante do dispositivo de medição.

⁷ Aqui “real” é colocado entre aspas pois, no trabalho citado, representa a vazão calculada a partir de um modelo não-homogêneo, devidamente validado a partir de resultados experimentais.

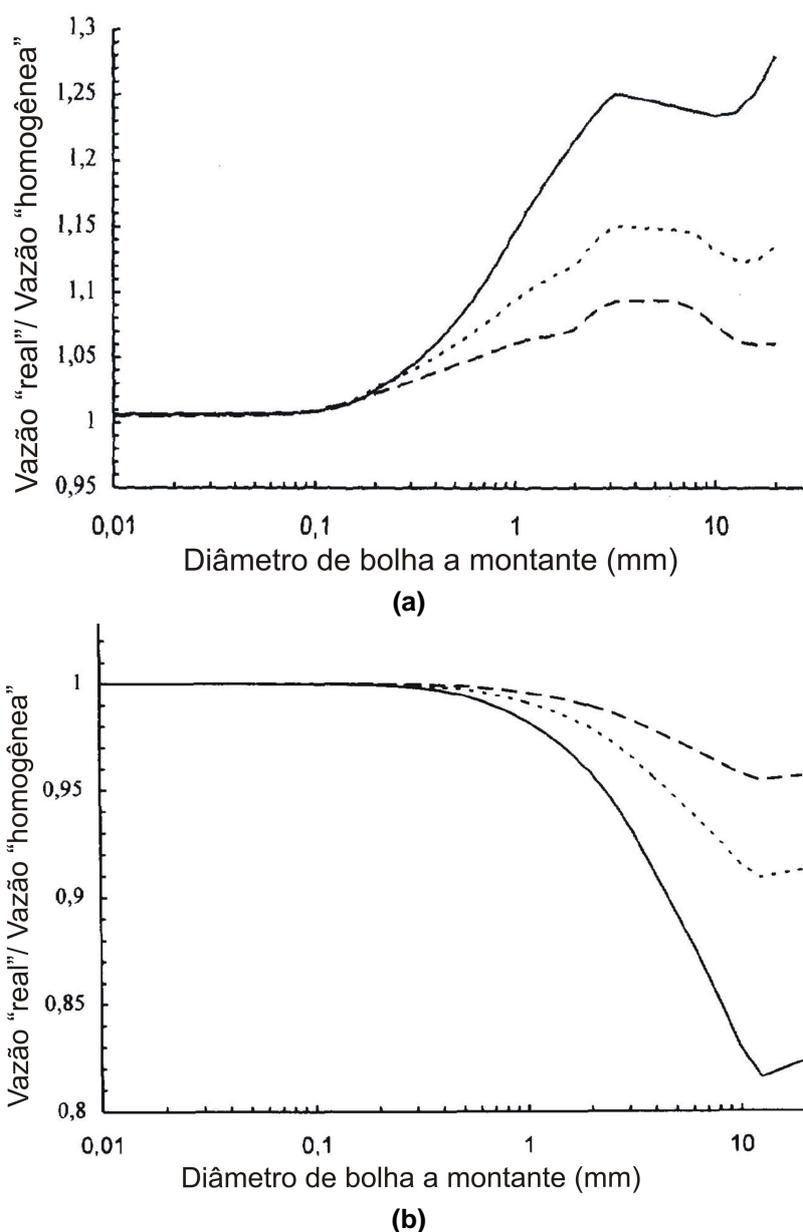


Figura 2.3 – Vazão “real” / Vazão predita como o modelo homogêneo em função do tamanho de bolha a montante para (a) Água-ar com 30 % de ar e (b) Água/óleo com 30% de óleo (Boyer & Lemonnier (1996))

2.2 Modelagem Matemática

O propósito desta seção é descrever as diferentes abordagens utilizadas para a formulação matemática de escoamentos multifásicos. Serão descritos os modelos mais utilizados em aplicações acadêmicas e industriais, com destaque para a abordagem Euleriana-Euleriana que será a utilizada neste trabalho. Será inicialmente apresentada

uma classificação dos diferentes modelos, assim como uma discussão de alguns aspectos relevantes à modelagem deste tipo de escoamentos, com o intuito de embasar as abordagens matemáticas que serão discutidas subseqüentemente.

2.2.1 Classificação de modelos para escoamentos multifásicos

Diversas classificações são apresentadas na literatura para modelos de escoamentos multifásicos. Uma das mais utilizadas na literatura classifica os modelos em duas grandes abordagens, Euleriana–Euleriana e Euleriana–Lagrangeana. Esta classificação diz sobre como são consideradas as fases dispersas. No primeiro caso, como será discutido em detalhes nas seções seguintes, tanto a fase contínua quanto a dispersa são consideradas como meios contínuos, onde um sistema de referência Euleriano é utilizado para a dedução das equações governantes. Na abordagem Euleriana–Lagrangeana ou, simplesmente, Lagrangeana, como é chamada na literatura, é resolvida uma equação da conservação da quantidade de movimento para cada partícula, em um sistema de referência que se movimenta com a partícula (Lagrangeano). Evidentemente, esta abordagem restringe-se apenas a sistemas dispersos.

Assim, neste trabalho, adotaremos uma classificação baseada nos campos de velocidade resolvidos pelo modelo, e nas diferentes abordagens adotadas para resolvê-los. Esta classificação, embora não muito comum na literatura tem caráter mais geral, e se apresenta, a critério do autor, mais orientada à fenomenologia física do escoamento que se deseja estudar, do que a abordagem matemática utilizada.

A Figura 2.4 apresenta esquematicamente uma classificação baseada nestes conceitos, mostrando alguns possíveis tipos de escoamento que podem ser resolvidos com cada abordagem.

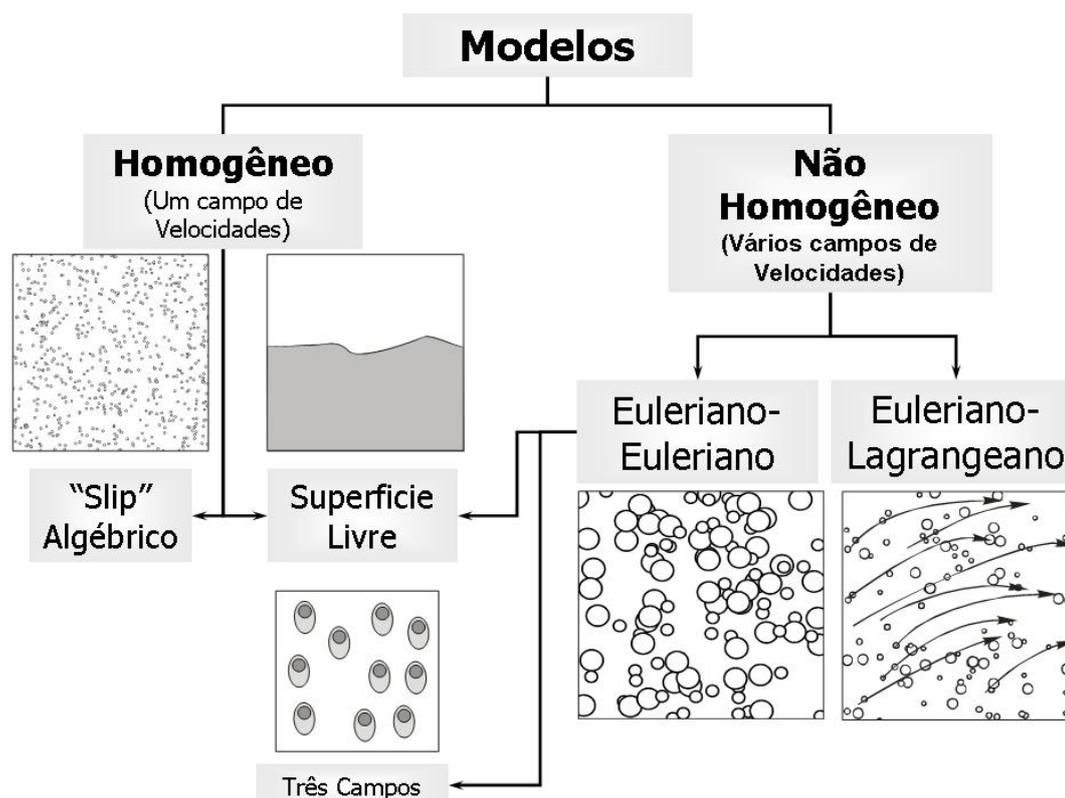


Figura 2.4 – Classificação de modelos para escoamentos multifásicos

A primeira divisão surge a partir da consideração de um único ou diferentes campos de velocidade para as fases que compõem a mistura multifásica. As abordagens Euleriana-Euleriana e Euleriana-Lagrangiana consideram velocidades diferentes para as fases, enquanto que o modelo homogêneo considera um campo de velocidades representativo da velocidade média da mistura multifásica. A abordagem Euleriana-Euleriana, será utilizada neste trabalho para o estudo do escoamento bifásico em restrições e, portanto, será descrita em maiores detalhes nas seções seguintes. Uma alternativa para a modelagem de escoamentos em padrão de bolhas, onde os efeitos de Massa Virtual são importantes é o modelo de Três Campos apresentado por Kowe *et al* (1988) e Cook & Harlow (1984). Este modelo considera a massa de líquido arrastada pelas bolhas como uma pseudo-fase que se movimenta com a velocidade das bolhas, porém a sua massa é considerada no balanço de massa da fase líquida. O conceito de massa virtual assim como este modelo serão discutidos com mais detalhes nas seções seguintes.

A abordagem Euleriana-Lagrangiana, resolve um sistema de equações de conservação (massa, quantidade de movimento, energia etc.) para a fase contínua e,

com os campos de velocidades desta fase, são calculadas as forças exercidas sobre as partículas dispersas (bolhas, gotas ou partículas sólidas), a partir das quais são calculadas as trajetórias destas partículas. A principal limitação deste modelo é que este é restrito a escoamentos dispersos, e com baixas frações volumétricas das fases dispersas, já que serão necessárias tantas equações quanto o número de partículas presentes no domínio. Quando as partículas são pequenas, ainda para baixas frações volumétricas, o número de partículas será muito grande, inviabilizando a utilização deste modelo.

Outra limitação para aplicações em escoamentos de bolhas como os aqui estudados, é que este modelo considera as partículas com sendo pontuais, ou seja, sem volume. Quando o tamanho das partículas é grande, como em escoamentos de bolhas, este modelo perde validade. Uma importante vantagem deste modelo é o fácil tratamento para sistemas polidispersos, isto é, sistemas nos quais as partículas possuem uma distribuição de tamanho relativamente larga e não pode ser considerado um único tamanho de partícula. No modelo Euleriano-Euleriano, para cada faixa de diâmetro considerada, devem ser consideradas diferentes “pseudo-fases” com diferentes tamanhos de partículas, requerendo a solução de um sistema de equações de conservação (massa e quantidade de movimento) adicional para cada faixa de diâmetros de partícula considerado. Nestes casos podem ainda ser utilizados tratamentos especiais para sistemas polidispersos como modelos de balanço populacional (MUSIG - *MUltiple Size Group*) (ver por exemplo Lo (2000), Alvarez *et al* (1994), Thompson & Stevens (1977)). Contudo estes modelos normalmente consideram que as partículas de todos os tamanhos se movimentam com a mesma velocidade.

Uma alternativa, quando se deseja calcular diferentes campos de velocidade para diferentes diâmetros de partícula é o modelo “Slip” Algébrico (ASM – Algebraic Slip Model), também chamado na literatura de *Drift Flux Model* (ver, por exemplo, Wallis, G. B. (1969)). Este modelo calcula uma velocidade relativa entre fases a partir de uma equação algébrica. Embora este modelo é baseado numa abordagem Euleriana-Euleriana, o fato de se utilizarem equações algébricas para o cálculo das velocidades relativas faz com que possam ser considerados vários tamanhos de partículas sem aumentar consideravelmente o esforço computacional. Estas equações algébricas calcularão a velocidade terminal das partículas para as condições de escoamento em

cada ponto do domínio. Desta forma, o modelo será válido para casos em que os tempos de relaxação das partículas, *i.e.*, os tempos em que as partículas atingem a sua velocidade terminal, são muito menores que os tempos característicos do escoamento.

O modelo homogêneo considera apenas um único campo de velocidade para todas as fases. Esta hipótese é válida apenas para dispersões muito finas de partículas, nas quais, a fase dispersa é arrastada com a mesma velocidade que a fase contínua. Este modelo resolve uma equação da quantidade de movimento para a mistura multifásica e $N-1$ equações da conservação da massa, de forma a se obter a distribuição de fase no domínio de cálculo, onde N é o número de fases. A distribuição da fração volumétrica da fase restante é calculada através da equação de “conservação volumétrica” que considera que a soma das frações volumétricas de todas as fases é igual a um.

O modelo homogêneo tem sido bastante utilizado no passado para modelagem de escoamentos dispersos, quando a disponibilidade de recursos computacionais era menor. Na atualidade, escoamentos dispersos são resolvidos a partir do modelo de dois fluidos, salvo em casos de dispersões extremamente finas ou em escoamentos dominados pela força de arraste, onde a hipótese de homogeneidade de velocidades é válida. Entretanto, na atualidade, a principal aplicação do modelo homogêneo é na solução de problemas de superfície livre. Neste tipo de escoamentos, a fração volumétrica de cada fase é igual a um ou zero no domínio de cálculo exceto na interface. Desta forma, a hipótese de homogeneidade de velocidades é válida na região ocupada por cada fase. Os algoritmos de resolução de problemas de superfície livre incluem normalmente tratamentos numéricos especiais, como funções de interpolação de alta resolução para as frações volumétricas, de forma a manter a interface bem resolvida ao longo do processo de resolução, assim como também modelos para a força de tensão superficial. Deve-se deixar claro, porém, que escoamentos com superfície livre podem também ser resolvidos a partir de uma abordagem não-homogênea, considerando um campo de velocidade para cada fase. Este tipo de modelagem é recomendada para escoamentos que incluem superfície livre, porém as fases não são totalmente separadas, como por exemplo o escoamento onde a fase gasosa é arrastada para o interior do líquido, formando um escoamento de bolhas nessa região. Contudo, nestes casos, cuidados devem ser tomados com os termos de

transferência de quantidade de movimento interfacial, cuja modelagem neste tipo de situações não é trivial.

É importante destacar, que o conceito de “homogeneidade” de acordo com o descrito acima, refere-se à quantidade de movimento, porém pode ser aplicado, de forma geral, a qualquer fenômeno de transporte entre fases. Por exemplo, num escoamento num evaporador, onde existem importantes velocidades relativas entre as fases, mas com temperaturas iguais, uma abordagem não-homogênea deverá ser utilizada para a quantidade de movimento, porém pode ser considerado um único campo de temperaturas para ambas as fases. Similarmente, em um escoamento em superfície livre, com diferenças importantes de temperatura entre as fases, poderá ser utilizada uma abordagem homogênea para a quantidade de movimento e não-homogênea para a transferência de calor.

Neste trabalho, o estudo numérico será baseado na abordagem Euleriana-Euleriana, considerando um campo de velocidades para cada fase (modelo de dois fluidos). Um estudo da importância da velocidade relativa em escoamentos em medidores de vazão baseados em pressão diferencial, em particular no cálculo da pressão diferencial, variável fundamental nestes dispositivos, foi desenvolvido neste trabalho e apresentado em Paladino & Maliska (2002), onde se conclui que o modelo homogêneo não pode ser utilizado para a análise de escoamentos de bolhas nas constrições utilizadas para a medição de vazão. Será apresentada na seção seguinte a dedução do modelo de dois fluidos e uma discussão sobre as equações constitutivas para os termos de transferência interfacial. Outros modelos serão abordados, apenas com o intuito de apresentar uma descrição geral das abordagens para a modelagem de escoamentos multifásicos, porém não serão utilizados neste trabalho.

2.2.2 Abordagem Euleriana - Euleriana

Esta metodologia constitui-se, na atualidade, na abordagem mais utilizada para resolução de escoamentos multifásicos. Como descrito na seção anterior, esta abordagem é adequada para escoamentos onde as fases estão misturadas e as velocidades relativas entre fases são consideráveis. A dedução matemática deste modelo é baseada num enfoque Euleriano-Euleriano da mistura bifásica, onde as fases, mesmo as dispersas, são consideradas como meios contínuos. Assim, algumas hipóteses devem ser assumidas que serão descritas a seguir.

A principal hipótese assumida para a dedução deste modelo, refere-se ao volume ocupado pelas bolhas partículas ou gotas da fase dispersa. A “visão Euleriana” da fase dispersa é similar à visão Euleriana de um sistema de moléculas de gás, onde a hipótese do contínuo deve ser satisfeita para que tal sistema possa ser representado pelas equações da mecânica dos meios contínuos. Nestes sistemas, um ponto material deveria ser na realidade um volume tal que contenha uma quantidade de moléculas suficientes para que a média (temporal ou volumétrica) da massa específica seja invariante no tempo⁸. Para se ter uma idéia da ordem de grandeza deste volume, considere-se um mole de gás em condições normais de pressão e temperatura. O volume ocupado pelas 10^{23} moléculas que o compõem é, nestas condições, de 22,4 litros. Do ponto de vista estatístico, para que a massa específica média se mantenha invariante, o “ponto material” considerado deve conter pelo menos 10^4 moléculas (Crowe, C, Sommerfeld, M, and Tsuji, Y (1998)) assim,

$$Volume\ Elementar \sim \frac{22 \cdot 10^{-3} \times 10^4}{6 \times 10^{23}} = 3.66 \times 10^{-22} m^3 \quad (2.1)$$

Ainda afastando-se consideravelmente das condições normais de pressão e temperatura, a hipótese do contínuo é normalmente observada na maioria das aplicações, salvo condições extremas (por exemplo, aplicações em pressões muito baixas ou micro aplicações), e distribuições locais das variáveis como velocidade ou temperatura podem ser calculadas a partir de um modelo baseado na mecânica dos meios contínuos.

De forma similar, em escoamentos dispersos o número de partículas por unidade de volume ou *densidade numérica* deveria ter uma média estacionaria. Para isto uma quantidade apreciável de partículas deve ser considerada dentro de um volume elementar que representa um “ponto material”. Suponha-se, por exemplo, um escoamento em padrão de bolhas como os que serão analisados neste trabalho com diâmetros de bolhas da ordem de 2-4 mm. O volume ocupado por 10^4 bolhas seria da ordem de,

⁸ Referindo-se aqui a escalas de tempo em nível molecular, não quer dizer que as propriedades em nível de meio contínuo não possam variar com o tempo.

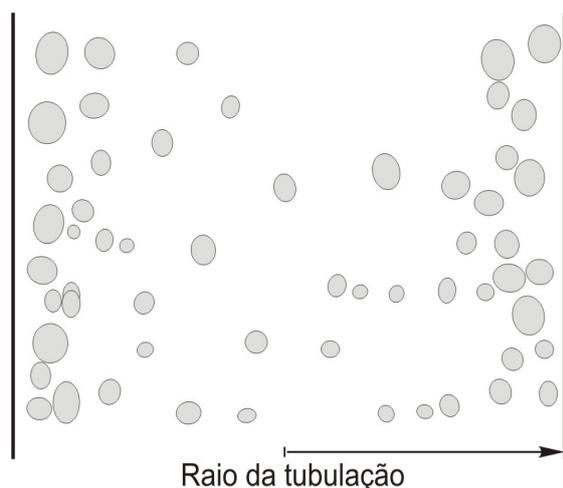
$$Volume\ Elementar \sim 10^4 \times FE \times \frac{4}{3} \pi (3 \times 10^{-3})^3 \sim 6.8\ cm^3 \quad (2.2)$$

onde $FE \approx 0.65$ é o fator de empacotamento de esferas.

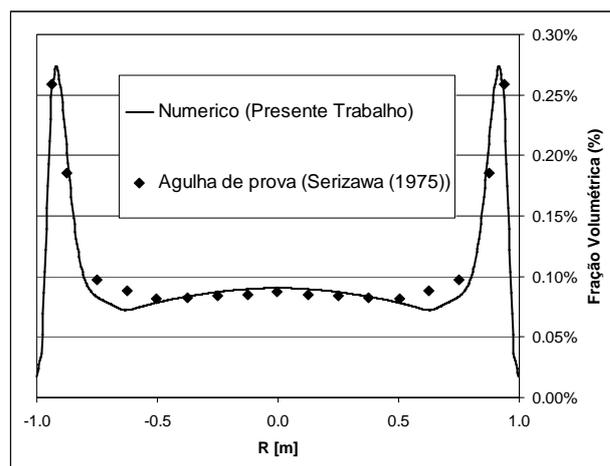
Considerando um domínio de cálculo da ordem de $300\ cm^3$ como os que serão estudados neste trabalho, que por sua vez serão discretizados em volumes elementares suficientemente pequenos para capturar de forma adequada os gradientes das variáveis de interesse, conclui-se que esta hipótese é dificilmente verificada em sistemas dispersos, especialmente, em escoamentos de bolhas que são o foco deste trabalho. Entretanto, uma vez obtidas as equações governantes para estes sistemas, através de um processo adequado de promediação⁹, distribuições espaciais das variáveis fluidodinâmicas como perfis de velocidade e distribuição de bolhas podem ser calculados em forma pontual, isto é considerando as fases como meios contínuos. Ainda, sistemas comumente utilizados para medição de parâmetros em escoamentos multifásicos, como agulhas de provas ou sistemas laser, realizam medições pontuais e os valores medidos são médias temporais de valores locais. Assim, embora o tamanho do volume elementar que verificaria o conceito de “contínuo” para a fase dispersa seja na maioria dos casos muito grande, inclusive maior que o próprio domínio de análise, distribuições pontuais de fase podem ser **medidas** e **calculadas numericamente**. A Figura 2.5 apresenta esquematicamente uma distribuição típica de bolhas num escoamento ascendente em um duto e o perfil de fração volumétrica de gás que seria medido através de uma agulha de prova ou calculado a partir do modelo de dois fluídos.

Esta visão “Euleriana” da fase dispersa é também chamada de difusa ou *fuzzy*. Isto é, pelo fato de se enxergar a mistura bifásica, não como dois fluídos separados por um interface, mas como fluídos interpenetrantes, onde, em um ponto material, podem coexistir duas ou mais fases e a quantidade relativa presente de cada um é dada pelo valor da fração volumétrica nesse ponto.

⁹ Ver seção 2.2.3



Disposição esquemática das bolhas em um plano médio para um escoamento vertical em uma tubulação



Perfil obtido com uma agulha de prova e numericamente

Figura 2.5 – Distribuição típica de gás num escoamento ascendente em padrão de bolhas num duto circular em escoamento vertical

Na seção seguinte, onde será apresentada a dedução das equações médias para escoamentos multifásicos, diferentes formas de realizar estas médias serão apresentadas, assim como as implicações de cada uma.

2.2.3 Equacionamento

O procedimento padrão para a obtenção das equações médias que representam o modelo de dois fluidos é mostrado na Figura 2.6. A descrição detalhada deste procedimento pode ser encontrada, por exemplo, em Drew (1983) ou Enwald *et al* (1996) entre outros trabalhos.

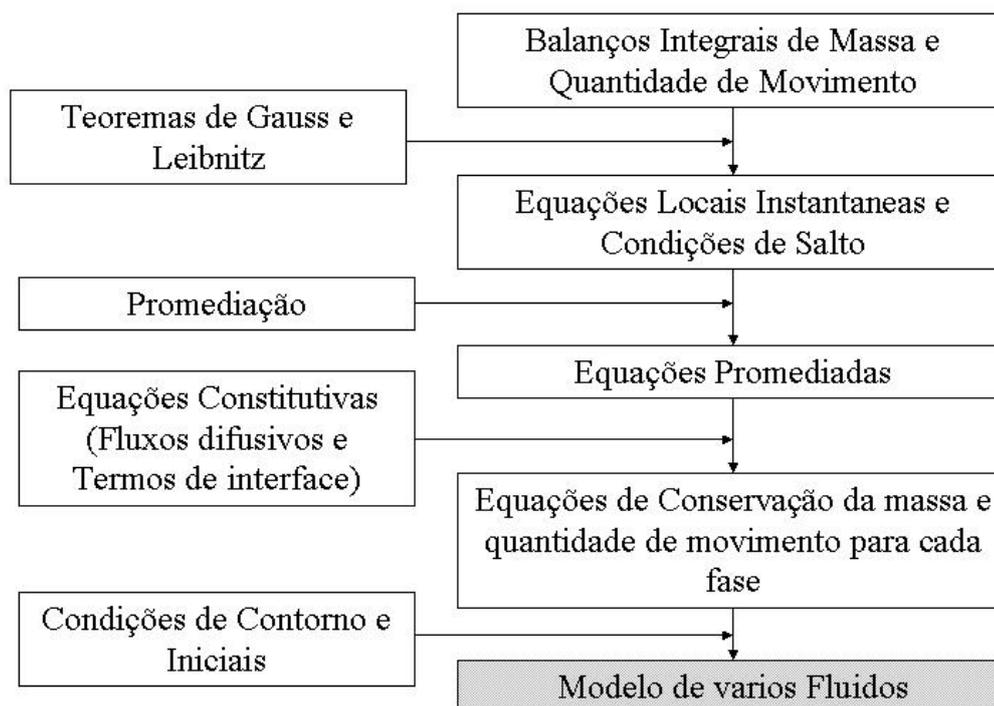


Figura 2.6 – Passos para a obtenção das equações médias Enwald *et al* (1996)

Para dar generalidade ao equacionamento e ainda facilitar o procedimento algébrico, será aqui utilizada uma abordagem para a obtenção das equações médias do escoamento multifásico, similar à apresentada por Enwald *et al* (1996). Esta abordagem consiste na dedução de uma equação para o transporte de uma variável genérica Φ , representando qualquer propriedade da fase como quantidade de movimento em x , y ou z , energia, entropia etc., em forma conjunta com a transferência interfacial desta propriedade, para depois particularizar para as diferentes propriedades. Esta abordagem é comumente adotada na área da Mecânica dos Fluidos Computacional, onde o processo de discretização é aplicado também a esta equação de transporte genérica para depois particularizar para o transporte das diferentes propriedades (ver, por exemplo, Maliska, C. R. (2004), Cap. 1 e Lo (2000))

Considerando o volume de controle genérico mostrado na Figura 2.7, onde coexistem dois fluidos imiscíveis, movimentando-se com velocidades U_i , ($i=1,2$), separados por um interface I que se movimenta com velocidade V_I , a equação de conservação instantânea, para um sistema Euleriano, de uma variável genérica ϕ é dada por,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i \Phi_i) + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{U}_i \Phi_i - \mathbf{J}_i) = S^{\Phi_i} \quad (2.3)$$

onde \mathbf{U}_i é o campo de velocidades, \mathbf{J}_i é o fluxo difusivo de Φ , que inclui o fluxo turbulento caso a mistura escoe em tal regime, e S^{Φ_i} é o termo fonte para a fase i .

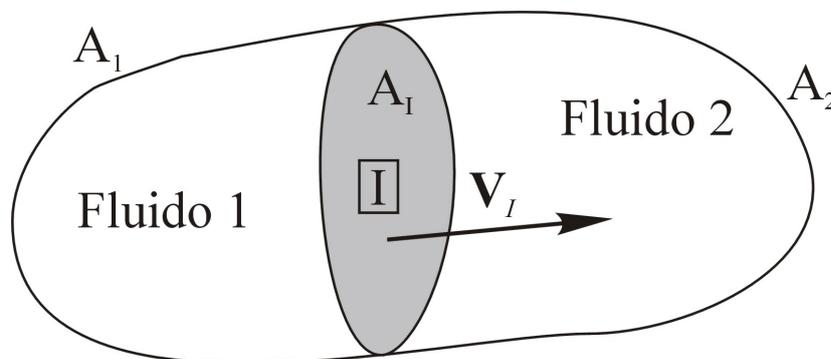


Figura 2.7 – Volume de controle genérico contendo dois fluidos imiscíveis separados por uma interface móvel

Na equação (2.3), fazendo $\Phi_i=1$ obtém-se a equação da conservação da massa, para $\Phi_i = u_i, v_i$ ou w_i obtém-se as equações da conservação da quantidade de movimento nas direções x, y e z respectivamente e para $\Phi_i = h_i$ obtém-se a equação da conservação da energia. No caso da conservação da massa, o fluxo difusivo \mathbf{J}_i e o termo fonte S^{Φ_i} são nulos. Para as equações da conservação da quantidade de movimento e energia, as formas destes termos dependem do tipo de problema que estiver sendo resolvido (tipo de fluido, compressibilidade do escoamento, consideração da dissipação viscosa etc.).

Desta forma, a equação (2.3) representa, na realidade, um sistema de equações que deverá ser resolvido em forma separada pra cada fluido, na região do domínio que ele ocupa.

Se tal sistema de equações for resolvido nesta forma, seriam precisas condições de acoplamento de interface, isto é, condições de contorno para cada fluido, na interface. Neste caso, o domínio de cálculo para cada fase seria constituído apenas pela região onde esta se encontra, sendo as interfaces contornos do mesmo. Assim as “condições de contorno” para estas regiões serão calculadas a partir da outra fase e vice-versa. Estas condições são chamadas na literatura de condições de salto (*Jump Conditions*) pelo fato de representarem, normalmente, um “salto” nos gradientes das

variáveis em questão. Para o leitor não familiarizado com este tipo de escoamentos, as condições nesta interface são semelhantes às interfaces sólido-fluido em um problema de transferência de calor conjugada, onde as variáveis e os fluxos das mesmas deverão ser iguais. Surge, entretanto, uma complexidade adicional pelo fato desta interface estar em movimento e ser deformável.

Para uma variável genérica Φ , estas condições são dadas por,

$$\sum_{i=1}^{N_p} (\rho_i \Phi_i (\mathbf{U}_i - \mathbf{V}_I) \cdot \mathbf{n}_i - \mathbf{J}_i \cdot \mathbf{n}_i) = -S_I^{\Phi} \quad (2.4)$$

Nesta equação, o termo $\rho (\mathbf{U}_i - \mathbf{V}_I) \cdot \mathbf{n}_i$ representa a vazão mássica que atravessa a interface e \mathbf{n}_i o vetor normal à interface. Assim, o primeiro termo equivale ao transporte convectivo de Φ através da interface e o segundo ao transporte difusivo. Por exemplo, no caso do transporte de quantidade de movimento a condição de salto é dada por,

$$\sum_{i=1}^{N_p} (\rho_i \mathbf{U}_i (\mathbf{U}_i - \mathbf{V}_I) \cdot \mathbf{n}_i + \mathbf{T}_i \cdot \mathbf{n}_i) = \kappa \sigma \mathbf{n}_i + \nabla_s \sigma \quad (2.5)$$

onde \mathbf{T}_i é o tensor tensão na fase i , σ é a tensão superficial e κ é a curvatura da interface. O segundo termo do lado direito corresponde à força de tensão superficial devida aos gradientes tangenciais à interface devido a variações de tensão superficial, chamado comumente de efeito de Marangoni. Doravante, σ será considerada constante e estes e, portanto, este termo será negligenciado.

O termo fonte $-S_I^{\Phi}$ na equação (2.4) corresponde à geração de Φ na interface. Os exemplos mais comuns onde este termo é diferente de zero, são os casos de transporte de quantidade de movimento e entropia. No primeiro caso, o desequilíbrio das forças na interface é dado pela força exercida pela tensão superficial, isto é, a diferença entre forças inerciais e viscosas em ambos os lados da interface é balanceada pela tensão superficial. Observe que, no caso estático, se separamos o tensor tensão em forças de pressão e viscosas (estas últimas serão nulas no caso estático), a equação (2.5) resulta na equação de Laplace. Por outro lado, no caso da entropia, sabe-se que em qualquer salto em propriedades do escoamento como temperatura ou concentração, produz uma geração de entropia por irreversibilidades. Assim, neste

caso o termo fonte considera a geração de entropia devido aos saltos de temperatura ou concentração nas interfaces, contudo são poucos os modelos que consideram este fenômeno que também não será considerado neste trabalho. A tensão superficial é considerada em alguns modelos que admitem diferentes pressões para cada fase, porém é relatado na literatura que, nos casos em que os diâmetros médios das fases dispersas superem os 0.5 mm, a tensão superficial pode ser desconsiderada.

Este modelo poderia ser aplicado, *a priori*, a qualquer padrão de escoamento, já que modela cada fase separadamente junto com as condições de transferência interfacial ponto a ponto, isto é, sem considerar nenhum tipo de média.

Assim, estes modelos conseguiriam prever a configuração geométrica do escoamento sem nenhuma consideração acerca da morfologia das fases. Obviamente, em casos em que a interface possui formas muito complexas ou variações temporais muito bruscas, como no caso de escoamentos **dispersos** ou **misturados (*churn*)**, a sua aplicação se torna inviável com os recursos computacionais atualmente disponíveis. Para se ter um melhor entendimento, a resolução do sistema acima apresentado seria equivalente à resolução direta das equações de Navies-Stokes em um escoamento turbulento (DNS). Ainda, neste caso, dois sistemas de equações deveriam ser resolvidos junto com as condições de interface, onde a posição da mesma deveria ser calculada para cada passo de tempo. Assim, esta abordagem pode ser viável apenas em escoamentos onde a geometria da interface é relativamente simples, como escoamentos em superfície livre ou, de forma geral, quando as fases são separadas. Entretanto, como veremos na seção 2.2.5, o modelo homogêneo é normalmente utilizado nestas situações.

As equações médias são obtidas a partir da integração das equações instantâneas num volume de controle através de um procedimento similar ao utilizado na modelagem da turbulência, quando se deseja resolver um escoamento médio, onde as flutuações serão modeladas. A idéia básica por trás desta abordagem é realizar uma média integral, no tempo ou espaço ou ao longo das realizações, como será explicado a seguir.

Para realizar a promediação num volume contendo duas ou mais fases é interessante introduzir um parâmetro chamado função indicadora de fase, definida como,

$$X_i(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{r} \in \text{fase } i \\ 0 & \text{em outro caso} \end{cases} \quad (2.6)$$

Esta função facilita o tratamento matemático do sistema, quando é realizada a média integral das equações instantâneas para um sistema multifásico. Além disto, esta função é naturalmente definida para escoamentos bifásicos, já que indica o sinal de saída que teria uma agulha de prova experimental, submersa num escoamento de líquido-gás. O procedimento para a obtenção das equações médias, consiste basicamente em multiplicar as equações de conservação pela função de fase, X_i , e fazer uma média integral. Esta media, tem diferentes formas, sendo as mais comuns a média volumétrica, definida como,

$$\langle \Phi \rangle_V = \frac{1}{V} \int_V \Phi(\mathbf{r}, t) dV \quad (2.7)$$

Enwald *et al* (1996) coloca que para a aplicação deste tipo de média a condição,

$$\text{Dimensão característica das fases} \ll \text{Dimensão característica do volume de promediação} \ll \text{Dimensão característica do sistema físico}$$

deve ser satisfeita. Como já discutido, esta condição é difícil de ser cumprida, principalmente em escoamento de bolhas. A média temporal é definida como,

$$\langle \Phi \rangle_T = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \Phi(\mathbf{r}, t) dt \quad (2.8)$$

Neste caso a condição que deve ser cumprida para a sua aplicação é,

$$\text{Escala de tempo das flutuações de fase} \ll \text{Intervalo de tempo de promediação} \ll \text{Escala de tempo das variações médias}$$

Uma forma mais geral para obter a média das variáveis é a chamada média das realizações, dada por,

$$\langle \Phi \rangle_R = \int_{E(N)} \Phi(\mathbf{r}, t) dP \quad (2.9)$$

onde P é a probabilidade observar um determinado fenômeno ao longo das e $E(N)$ é o conjunto de realizações do experimento. Esta representa uma média estatística ao longo de um número de experimentos. Tomando como exemplo um clássico em escoamentos líquido-gás quando é utilizada uma agulha de prova para a medição local da fração volumétrica de gás, a média temporal representa uma média do sinal de saída do sensor, enquanto que a média das realizações representaria a média do sinal de saída em diferentes experimentos para o mesmo tempo. A Figura 2.8 mostra esquematicamente um sinal de saída de um sensor para diferentes realizações do mesmo experimento (mesmas condições de contorno e iniciais). Uma média ao longo da linha vertical representa a média das realizações, enquanto uma média ao longo da linha horizontal representa a média temporal.

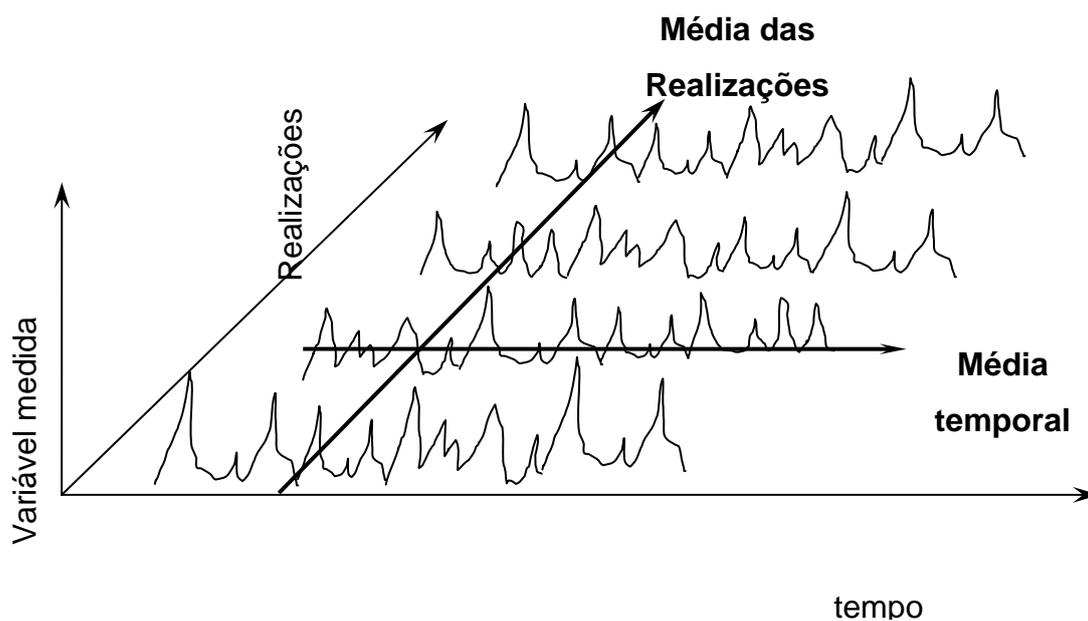


Figura 2.8 – Conceito de média das realizações e temporal

Como já comentado, a média volumétrica é de difícil realização em escoamentos de bolhas, pelo fato dos volumes necessários serem muito grandes. Desta forma, médias volumétricas não podem ser utilizadas para representar valores locais e fazem sentido apenas em abordagens integrais. Entretanto, neste trabalho serão apresentadas algumas análises **qualitativas** realizadas através de análises de

imagens de escoamentos de bolhas, nas quais é utilizado o conceito de média volumétrica.

A correta interpretação destas médias, torna-se importante na formulação das leis de fechamento para as equações médias, porém, de forma geral, a forma destas equações costuma ser a mesma, independentemente do processo utilizado. Escoamentos onde as médias descritas fornecem os mesmos resultados são chamados de escoamentos ergódicos. Hipótese de ergodicidade costuma ser cumprida para a maioria dos escoamentos multifásicos. Um exemplo clássico de escoamento **não** ergodico é o escoamento num meio poroso. Se considerarmos o meio poroso como um fase sólida, a média volumétrica fornecerá um resultado razoável, sempre que for considerado um volume de promediação suficientemente grande em relação ao tamanho dos poros. Esta é a forma na qual são deduzidas as equações de Darci (ver, por exemplo, Bejan, A. (1995)), comumente utilizadas para escoamentos em meios porosos. Entretanto, se um sensor local for utilizado, a leitura será ou 100 % fase sólida ou 100% fase fluida, dependendo da posição, e constante ao longo do tempo. Assim, a média temporal será diferente da volumétrica neste caso.

Admitindo a hipótese de ergodicidade, valida em escoamentos de bolhas como os que serão aqui analisados e, de forma geral em todo tipo de escoamentos, multifásicos, as médias descritas são similares. Desta forma, nos referiremos aqui, a média integral de forma genérica e este procedimento será indicado pelo operador “⟨...⟩”. Pelo fato de serem médias integrais, pode ser demonstrado que (Drew (1983), Enwald *et al* (1996)),

$$\begin{aligned}\langle \Phi + \Theta \rangle &= \langle \Phi \rangle + \langle \Theta \rangle \\ \langle \langle \Phi \rangle \Theta \rangle &= \langle \Phi \rangle \langle \Theta \rangle\end{aligned}\tag{2.10}$$

e também,

$$\begin{aligned}\left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right\rangle &= \frac{\partial \langle \Phi \rangle}{\partial t} \\ \langle \nabla \Phi \rangle &= \nabla \langle \Phi \rangle\end{aligned}\tag{2.11}$$

Estas propriedades são de utilidade no procedimento algébrico de obtenção das equações médias. Uma outra relação importante que será utilizada na promediação, demonstrada por Drew (1983) é que a derivada substantiva de X_i é nula,

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} + \mathbf{V}_I \cdot \nabla X_i = 0 \quad (2.12)$$

onde \mathbf{V}_I é a velocidade da interface (ver Figura 2.7).

Finalmente, utilizando a regra da cadeia e a propriedades das medias integrais, descritas acima, se demonstra que,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle X_i \Phi_i \rangle}{\partial t} &= \left\langle \Phi_i \frac{\partial X_i}{\partial t} \right\rangle + \left\langle X_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right\rangle \\ \nabla \langle X_i \Phi_i \rangle &= \langle \Phi_i \nabla X_i \rangle + \langle X_i \nabla \Phi_i \rangle \\ \nabla \cdot \langle X_i \mathbf{U}_i \rangle &= \langle \mathbf{U}_i \cdot \nabla X_i \rangle + \langle X_i \nabla \cdot \mathbf{U}_i \rangle \end{aligned} \quad (2.13)$$

Multiplicando a equação (2.3) por X_i e aplicando uma média integral, utilizando as propriedades mostradas nas equações (2.10) a (2.13), obtêm-se a forma geral para a equação de transporte média, para uma variável genérica,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle X_i \rho_i \Phi_i \rangle + \nabla \cdot \langle X_i \rho_i \mathbf{U}_i \Phi_i \rangle - \nabla \cdot \langle X_i \mathbf{J}_i \rangle - \langle X_i S^{\Phi_i} \rangle = \\ \langle (\rho_i (\mathbf{U}_i - \mathbf{V}_I) \Phi_i - \mathbf{J}_i) \cdot \nabla X_i \rangle \end{aligned} \quad (2.14)$$

O termo do lado direito da equação corresponde à transferência interfacial de Φ_i e \mathbf{V}_I é a velocidade da interface. A equação média para a condição de salto (equação (2.4)) é dada por,

$$\sum_{i=1}^{N_p} \left\langle \left(\underbrace{\rho_i (\mathbf{U}_i - \mathbf{V}_I)}_{\Gamma_{il}} \Phi_i - \mathbf{J}_i \right) \cdot \nabla X_i \right\rangle = \langle S_I^{\Phi_i} \nabla X_i \rangle \quad (2.15)$$

onde Γ_{il} é a vazão mássica da fase i através da interface. O vetor ∇X_i é normal à interface (ver Figura 2.10) e o seu modulo é dado por,

$$|\nabla X_i| = \delta_I = \begin{cases} \infty & \text{na interface} \\ 0 & \text{em outros locais} \end{cases} \quad (2.16)$$

A função δ_I é chamada delta de Dirac e tem a propriedade,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\xi) \delta(\xi - a) d\xi = \Phi(a) \quad (2.17)$$

Desta forma, a média do produto dos fluxos (convectivos e difusivos) vezes o gradiente de X_i fornecem a contribuição média destes fluxos através da interface em todo o domínio de cálculo. É interessante colocar aqui uma importante diferença com respeito às equações instantâneas. Nesse caso, o domínio de cálculo deverá ser dividido entre as diferentes fases, onde o escoamento em cada região será governado pelas equações correspondentes a cada fase, e as interfaces atuarão como contornos, onde as condições de contorno serão as condições de salto (ou seja estas serão calculadas em função dos valores provenientes da outra fase). Desta forma, a posição das interfaces deverá ser conhecida em cada instante de tempo. Assim, a promediação das equações permite que as condições de contorno sejam aplicadas apenas nas fronteiras do domínio, e as contribuições de uma fase na outra, através das interfaces, será considerada através de termos médios de transferência interfacial.

Uma vez obtida a equação geral de transporte para uma variável genérica, esta pode ser particularizada para a obtenção das equações da conservação da massa e quantidade de movimento, dadas por

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle X_i \rho_i \rangle + \nabla \cdot \langle X_i \rho_i \mathbf{U}_i \rangle = \langle (\rho_i (\mathbf{U}_i - \mathbf{V}_I)) \cdot \nabla X \rangle = \Gamma_{iI} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle X_i \rho_i \mathbf{U}_i \rangle + \nabla \cdot \langle X_i \rho_i \mathbf{U}_i \mathbf{U}_i \rangle - \nabla \cdot \langle X_i \mathbf{T}_i \rangle - \langle \rho_i \mathbf{g} X_i \rangle = \\ \langle (\rho_i (\mathbf{U}_i - \mathbf{V}_I) \mathbf{U}_i - \mathbf{T}_i) \cdot \nabla X_i \rangle = \mathbf{M}_{iI} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Os termos Γ_{il} e \mathbf{M}_{il} representam respectivamente o fluxo de massa e quantidade de movimento através da interface. As condições de salto promediadas para estas equações são,

$$\sum_{i=1}^{N_p} \langle (\rho_i (\mathbf{U}_i - \mathbf{V}_I)) \cdot \nabla X_i \rangle = \sum_{i=1}^{N_p} \Gamma_{il} = 0 \quad (2.20)$$

$$\sum_{i=1}^{N_p} \langle (\rho_i (\mathbf{U}_i - \mathbf{V}_I) \mathbf{U}_i - \mathbf{T}_i) \cdot \nabla X_i \rangle = \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{M}_{il} = \langle \sigma \kappa \nabla X_i \rangle \quad (2.21)$$

Como mencionado acima, os efeitos da tensão superficial são normalmente negligenciados. Assim, as condições de salto são utilizadas para provar que,

$$\sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{M}_{il} = 0 \quad \text{ou} \quad \mathbf{M}_{il} = -\mathbf{M}_{jl}, \quad \text{no caso bifásico} \quad (2.22)$$

ou seja as transferências entre fases serão simétricas, para um caso bifásico. Isto também vale para transferência de massa, energia e espécies químicas.

As equações acima não poderão ser resolvidas para as variáveis de interesse, pois contem médias de produtos das variáveis independentes. Para eliminar estes produtos e obter equações para as variáveis de interesse, dois tipos de médias ponderadas são definidas (Drew (1983)), a média fásica ou ponderada por X_i e a média mássica, ou ponderada pela massa específica, definidas respectivamente como,

$$\tilde{\Phi} = \frac{\langle X_i \Phi \rangle}{\langle X_i \rangle} = \frac{\langle X_i \Phi \rangle}{r_i} \quad (2.23)$$

e

$$\hat{\Phi} = \frac{\langle X_i \rho_i \Phi \rangle}{\langle X_i \rho_i \rangle} = \frac{\langle X_i \rho_i \Phi \rangle}{\tilde{\rho}_i r_i} \quad (2.24)$$

onde

$$r_i = \langle X_i \rangle \quad (2.25)$$

é chamada de fração volumétrica e constitui-se num dos conceitos mais importantes em escoamentos multifásicos. Esta variável chama-se também de “tempo de residência relativo” (Drew (1983)) indicando média temporal em lugar de volumétrica. De forma geral, esta variável, representa o volume ocupado pela fase “ i ” dividido por um volume de referencia. Quando utilizada a metodologia de volumes finitos para a resolução numérica das equações, este volume é normalmente adotado como sendo o volume das células elementares.

Em escoamentos ergódicos, a fração volumétrica e o tempo de residência relativo serão iguais. Existem, entretanto, explicações confusas acerca do significado desta variável. Quando existem velocidades relativas entre as fases, a fração volumétrica média do domínio será diferente da relação entre o volume total da fase presente no domínio, dividido pelo volume do domínio. Kuo & Wallis (1988), por exemplo, chamam esta relação, de fração volumétrica enquanto a variável r_i é chamada de fração volumétrica de gás. Evidentemente isto é confuso, pois não necessariamente esta-se tratando de escoamentos onde uma fase é gasosa. Outros autores chamam esta relação de “relação de volumes”. De forma a esclarecer esta questão, introduzir-se-á neste trabalho o conceito de **fração volumétrica de estagnação**, que chamaremos aqui de β , que será igual à fração volumétrica, quando a velocidade relativa entre as fases for nula. Desta forma, a fração volumétrica será tal como definida na maioria dos trabalhos e idêntica ao “tempo de residência relativo”, para escoamentos ergódicos e, a **fração volumétrica de estagnação**, representará a relação entre o volume total da fase presente no domínio, dividido pelo volume total do domínio.

Uma outra forma de entender este conceito pode ser visualizada na Figura 2.9. Suponha-se o escoamento de duas fases, i e j , descarregando num tanque. A relação entre a média temporal das áreas ocupadas pelas fases numa seção transversal ao duto será a fração volumétrica média na seção, enquanto a relação entre os volumes das fases e o volume total do tanque definirá a fração volumétrica de estagnação. Estes valores serão diferentes devido à velocidade relativa entre as fases.

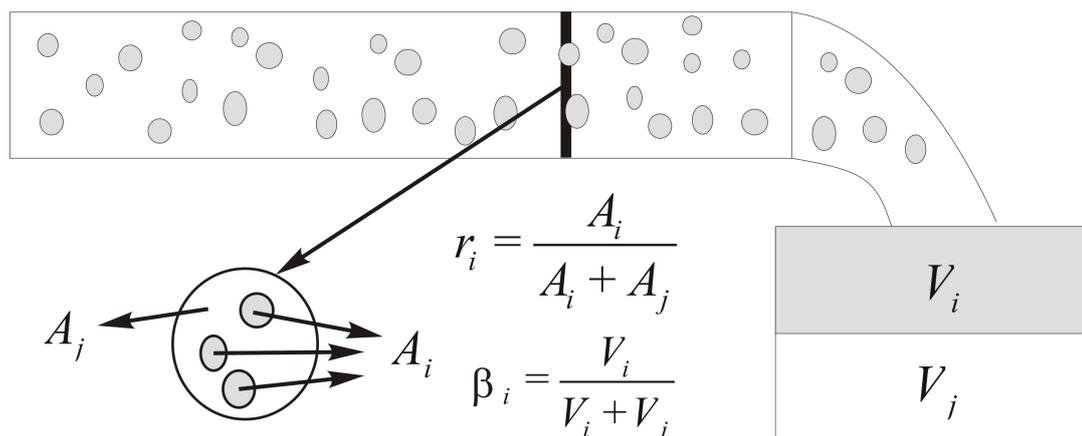


Figura 2.9 – Conceito de “fração volumétrica de estagnação”

A fração volumétrica e fração de estagnação estão relacionadas pela seguinte equação,

$$r_G = \frac{1}{\left(\frac{1}{\beta} - 1\right)S + 1} \quad (2.26)$$

A dedução de esta equação será apresentada no Capítulo 5, onde será utilizada para avaliar as condições de entrada no estudo desenvolvido neste trabalho.

Associado ao conceito de fração volumétrica, aparece um outro importante conceito em escoamentos multifásicos; o de velocidade superficial. Esta velocidade é dada pelo produto da fração volumétrica de uma fase vezes a velocidade da mesma fase, dada por,

$$\mathbf{J}_i = r_i \mathbf{U}_i \quad (2.27)$$

e representa o fluxo volumétrico da fase através de uma determinada superfície.

Utilizando as médias definidas, e fazendo uso das propriedades (2.10) e (2.11) as equações (2.18) e (2.19) podem ser expressadas como,

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_i \tilde{\rho}_i) + \nabla \cdot (r_i \tilde{\rho}_i \hat{\mathbf{U}}_i) = \Gamma_{il} \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_i \tilde{\rho}_i \hat{\mathbf{U}}_i) + \nabla \cdot (r_i \tilde{\rho}_i \hat{\mathbf{U}}_i \hat{\mathbf{U}}_i) - \nabla \cdot (r_i (\hat{\mathbf{T}}_i + \mathbf{T}_i^{Turb})) - r_i \tilde{\rho}_i \mathbf{g} = \mathbf{M}_{il} \quad (2.29)$$

Doravante, os símbolos “~” e “^” denotando variáveis médias, serão abolidos, de forma a simplificar a notação. As variáveis mostradas serão sempre variáveis médias, salvo especificado.

É interessante observar na equação (2.29) a aparição do tensor de Reynolds ou tensor de tensão turbulenta. Nestas equações, de forma a decompor o produto das velocidades que aparece no termo convectivo, a decomposição de Reynolds foi utilizada, dando lugar ao surgimento deste tensor. Esta decomposição, tal como proposta por Reynolds, esta relacionada a uma média temporal, porem é aqui utilizada, independentemente do tipo de média usado (Enwald *et al* (1996)). Em escoamentos multifásicos, esta decomposição torna-se muito mais complexa, devido à presença de interfaces. De forma geral, na literatura, as equações médias são obtidas através do procedimento mostrado, e o tensor tensão é introduzido em forma similar ao que é feito para escoamentos monofásicos. Depois, equações constitutivas são utilizadas para o correlacionamento do tensor turbulento, procurando, em alguns casos levar em consideração os efeitos da presença de outras fases e das interfaces. Entretanto, o tratamento do fenômeno de turbulência em escoamentos multifásicos é uma questão ainda aberta na literatura e diversas abordagens para este fenômeno podem ser encontradas. De forma geral, a abordagem utilizada dependerá do tipo e padrão de escoamento e, em muitos casos calibrações experimentais dos modelos serão necessárias. Este último ponto é uma constante geral em escoamentos multifásicos, não apenas em referência à modelagem da turbulência, mas a todos os fenômenos.

O tensor tensão turbulento pode ser expressado, em função das flutuações da velocidade como,

$$\mathbf{T}_i^{Turb} = \frac{\langle \rho_i X_i \mathbf{u}'_i \mathbf{u}'_i \rangle}{\langle \rho_i X_i \rangle} \quad (2.30)$$

Observe-se que, no modelo de dois fluídos, são feitas dois tipos de medias, uma primeira onde se considera o fato de se terem interfaces com formas complexas e com

fortes variações temporais, porém as equações promediadas podem ser aplicadas a regimes laminares e turbulentos; e uma segunda promediação onde se levam em consideração as flutuações turbulentas dentro de cada fase. Assim, como será visto nas próximas seções, sob determinadas condições físicas, e dependendo dos parâmetros de interesse na modelagem, é possível considerar diferentes regimes para as diferentes fases, como por exemplo, as duas fases turbulentas ou uma laminar e outra turbulenta.

Deve-se prestar especial atenção ao termo \mathbf{M}_{ij} já que, em geral, a capacidade preditiva do modelo de dois fluidos depende de uma adequada modelagem deste termo. Dizemos “adequada” e não “correta” porque mesmo existindo uma forma padronizada de se modelar este termo para alguns padrões (principalmente para dispersos), estes modelos não possuem uma forma geral, sendo foco na atualidade, de numerosas pesquisas na área de escoamentos multifásicos.

Um outro ponto interessante é que as equações de conservação, (2.28) e (2.29) podem também ser deduzidas a partir de balanços de massa e quantidade de movimento de cada fase em volumes de controle, em forma similar ao que é feito em escoamentos monofásicos, utilizando o conceito de velocidade superficial e multiplicando os volumes pelas frações volumétricas. Nesta abordagem entretanto, embora de mais fácil entendimento físico, é complexa a dedução dos termos de transferência de interface que aparecerão, como termos fontes provenientes das outras fases. Porém a dedução da sua forma matemática, como na equação (2.31) ou (2.32), não é direta, sendo mais fácil de entendê-la através do processo de promediação.

Nas seções seguintes serão discutidas algumas equações constitutivas para os termos de transferência interfacial e para o tensor tensão. Serão também discutidos outros modelos comumente utilizados para a representação de escoamentos multifásicos, como o modelo homogêneo, colocado aqui como uma particularização do modelo de dois fluidos, e o Modelo de Três Campos (Kowe *et al* (1988)), muito utilizado na literatura para escoamentos acelerados, que é o caso aqui estudado.

Em termos de modelos para a transferência de quantidade de movimento interfacial, serão focados os escoamentos dispersos que serão estudados neste trabalho e para os quais as equações constitutivas, principalmente para os termos de transferência interfacial, podem ser de certa forma, generalizadas.

2.2.4 Equações constitutivas

O propósito desta seção é discutir os modelos para as equações de fechamento apresentados na literatura para a abordagem Euleriana-Euleriana.

Entende-se por equações constitutivas, ou equações de fechamento, as correlações que expressam as tensões viscosas e turbulentas, \mathbf{T}_i e \mathbf{T}_i^{Turb} , e os termos de transferência de interface \mathbf{M}_{il} e $\mathbf{\Gamma}_i$, em função de variáveis de cálculo (\mathbf{U}_i, p_i, r_i etc.) e propriedades dos fluídos. Estas equações são objeto de numerosas pesquisas relativas à modelagem de escoamentos multifásicos e serão um dos objetivos de estudo neste trabalho.

O primeiro conceito que deve ser discutido na concepção das equações de fechamento é a morfologia de fase. Este conceito está associado aos padrões de escoamento, discutidos na parte inicial deste capítulo. De forma geral, na maioria das aplicações, dois tipos de padrões de escoamentos podem ser encontrados, **escoamentos dispersos** onde uma fase é contínua e a outra dispersa e de **fases separadas**, onde ambas fases são contínuas. O primeiro caso engloba escoamentos em padrão de bolhas, gotas ou partículas sólidas, enquanto no segundo caso podem ser considerados aqueles padrões onde nenhuma das fases adota a forma dispersa, como estratificado anular, ou pistonado. Entretanto, a aplicação mais comum encontrada é em escoamentos com superfície livre. Escoamentos em padrão anular, ou estratificado podem também ser modelados desta maneira.

As equações (2.28) e (2.29) podem ser aplicadas a priori a qualquer padrão de escoamento desde que sejam utilizadas correlações adequadas para os termos de transferência interfacial. Entretanto, como já comentado, embora os fenômenos de interface sejam de grande complexidade, mesmo em padrões dispersos, neste tipo de escoamentos as equações constitutivas pode ser mais facilmente generalizadas.

O termo de transferência interfacial mostrado na equação (2.15) pode ser escrito, após a promediação, como,

$$\mathbf{M}_{il} = (\Gamma_{ij}\Phi_j - \Gamma_{ji}\Phi_i) + \underbrace{\langle \mathbf{J}_i \cdot \nabla X_i \rangle}_{\mathbf{M}_{il}} \quad (2.31)$$

De agora em diante, o termo \mathbf{M}_{ij} referir-se-á apenas a transferência interfacial difusiva. O primeiro termo do lado direito da equação (2.31) representa o transporte de Φ_i devido à transferência de massa através da interface, ou seja, só existirá em escoamentos envolvendo mudança de fase. No caso da quantidade de movimento, o termo de transferência desta propriedade através da interface, já desconsiderando a transferência convectiva, é dado por,

$$\mathbf{M}_{ij} = -\langle \mathbf{T}_i \cdot \nabla X_i \rangle \quad (2.32)$$

O significado físico deste termo é representado graficamente na Figura 2.10. Como comentado acima, o vetor ∇X_i é normal à interface, ou seja, o transporte de quantidade de movimento através da interface será dado pela média integral da componente normal das tensões locais na interface.

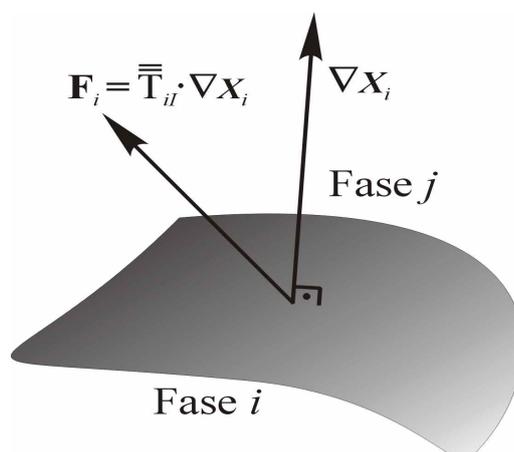


Figura 2.10 – Transferência de quantidade de movimento interfacial

As equações (2.28) e (2.29), em conjunto com as condições de contorno adequadas para cada caso, representam o modelo de dois fluidos. Equações constitutivas são necessárias para o fechamento do sistema.

Como já comentado, serão aqui estudadas as equações constitutivas para o caso de padrões dispersos. Modelos para as forças interfaciais para outros padrões de escoamento, deverão ser desenvolvidos para cada caso estudado e, normalmente, dependem fortemente de calibrações empíricas.

Para esta morfologia de escoamento, as forças interfaciais são comumente divididas em dois tipos; a **força de arrasto** e **outras forças** (*Drag Force* e *Non-drag*

Forces). Esta distinção é feita a partir do fato de que quando um corpo é submerso numa corrente fluída, as forças diferentes do arraste (massa virtual e sustentação são as mais comumente consideradas) aparecem mesmo quando a fase contínua é considerada invíscida.

Uma questão bastante estudada na literatura é a independência do sistema de referência das formas matemáticas para as equações constitutivas, fundamentalmente para as forças interfaciais, que são discutidas em diversos trabalhos (Lahey *et al* (1980), Drew & Lahey (1987), Kowe *et al* (1988), Drew & Lahey (1990), entre outros). Foi observado que os efeitos das forças diferentes do arraste, principalmente de **massa virtual**, podem ser importantes em escoamentos acelerados, como os aqui estudados. Assim, um estudo aprofundado acerca das diferentes formas de quantificar esta força foi realizado e será apresentado no Capítulo 5.

A dedução das forças da interface para escoamentos dispersos é baseada na análise das forças sobre partículas submersas numa corrente fluída, onde a velocidade incidente (U_∞) é, neste caso, a velocidade relativa local (ver Figura 2.11). De forma geral, estas forças surgem como resultado das informações locais do escoamento próximo da interface, as quais são “perdas” no processo de promediação das equações.

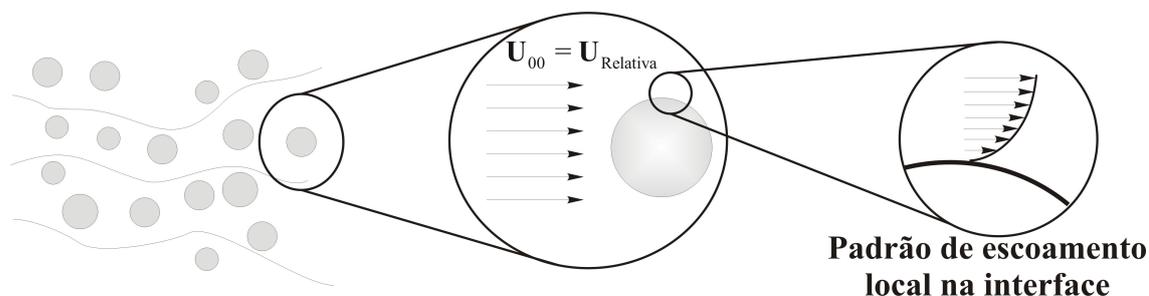


Figura 2.11 – Forças de interface em escoamentos dispersos

Diversos trabalhos (Kuo & Wallis (1988), Kowe *et al* (1988), Couet *et al* (1991), entre outros) analisam as diferentes forças de interface que aparecem em escoamentos dispersos. De forma geral, apenas a força de arraste é considerada na maioria das aplicações. Outras forças, como massa virtual, tem sido estudadas apenas do ponto de vista dos efeitos sobre a estabilidade do escoamento (Lahey *et al* (1980), Watanabe *et al* (1990)). Entretanto, para escoamentos acelerados, esta força, pode ter um efeito importante nos valores calculados, principalmente no gradiente de pressão

(Paladino & Maliska (2004)). Neste trabalho serão estudados os efeitos das forças de **Arraste, Massa Virtual, Sustentação, Lubrificação de Parede e Dispersão Turbulenta**.

A força de arraste

A influência das diferentes forças de interface na estrutura do escoamento depende, *a priori*, do tipo de problema sendo estudado. Em escoamentos dispersos a força de arraste desempenha um papel fundamental, e é responsável pela maior parte da transferência de quantidade de movimento interfacial. Assim, esta força tem recebido grande atenção por parte dos pesquisadores da área, existindo inúmeros modelos para o seu cálculo. A forma padrão de expressar a força de arraste sobre um corpo numa corrente fluida é através do uso do coeficiente de arraste como,

$$\mathbf{F}_i^{Drag} = \frac{1}{2} C_D \rho_f A |\mathbf{U}| \mathbf{U} \quad (2.33)$$

onde A é a área projetada perpendicular ao escoamento e ρ_f e \mathbf{U} são a massa específica e velocidade da corrente fluida e C_D é o coeficiente de arraste. Para o caso em que o corpo esteja em movimento relativo ao fluido circundante, esta força é expressada em termos da velocidade relativa como,

$$\mathbf{F}_i^{Drag} = \frac{1}{2} C_D \rho_i A |\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i| (\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i) \quad (2.34)$$

Neste caso, a fase “*i*” será a fase contínua.

A “visão Euleriana” de um sistema particulado implica no tratamento de tal sistema como um meio contínuo. Desta forma as forças de interface deverão ser expressas, não como a força sobre uma determinada partícula, mas como com um termo de força por unidade de volume. Assim, as forças sobre uma única partícula ou bolha podem ser generalizadas para um sistema de partículas que compõem a fase dispersa.

Para isto, duas grandezas devem ser introduzidas: o número de partículas por unidade de volume e a densidade de área interfacial. Sabendo que a fração volumétrica indicará o volume ocupado pela fase dispersa, por unidade de volume, e

considerando que as partículas possuem forma aproximadamente esférica, o número de partículas por unidade de volume será dado por,

$$n''' = \frac{r_j}{V_p} = \frac{6r_j}{\pi d_p^3} \quad (2.35)$$

onde V_p é o volume de uma partícula. Desta forma, a densidade de área interfacial será dada por,

$$A''' = S_p n''' = \pi d_p^2 \frac{6r_j}{\pi d_p^3} = \frac{6r_j}{d_p} \quad (2.36)$$

onde S_p é a área de uma partícula, r_j é a fração volumétrica da fase dispersa e d_p é o diâmetro médio da fase dispersa. Esta relação permite expressar a área interfacial para um sistema particulado em função de fração volumétrica da fase particulada. O conceito densidade de área interfacial torna-se importante pelo fato de indicar a quantidade de interface disponível para transferência de propriedades. Por exemplo, em sistemas envolvendo transferência de massa entre fases como secagem por aspersão, processos de destilação ou reatores de bolhas, procurar-se-á a maximização da área interfacial por unidade de volume.

Multiplicando a força sobre uma partícula pelo número de partículas por unidade de volume, e utilizando a densidade de área interfacial, obtém-se a transferência de quantidade de movimento interfacial devido ao arraste. Este termo que tem unidades de força por unidade de volume é dado por,

$$\mathbf{M}_i^{Drag} = n''' \mathbf{F}_i^{Drag} = \frac{3}{4} \rho_i C_D \frac{r_j}{d_p} |\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i| (\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i) \quad (2.37)$$

Na forma geral para a força de arraste, dada pela equação (2.37), varias correlações para o coeficiente de arraste, C_D , podem ser utilizadas, dependendo dos regimes de escoamento, forma das bolhas etc.. Para uma esfera submersa numa corrente "livre" a variação do C_D com o número de Reynolds baseado no diâmetro, adota a forma aproximadamente observada na Figura 2.12.

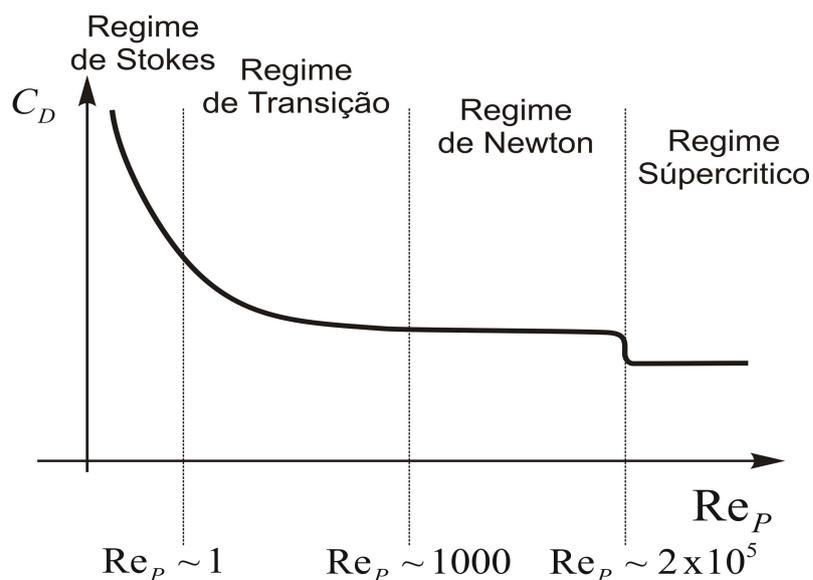


Figura 2.12 – Comportamento do coeficiente de arraste em esferas

Assim, para calcular o coeficiente de arraste, é definido o Numero de Reynolds da Partícula como,

$$\text{Re}_p = \frac{\rho_i |\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i| d_p}{\mu_i} \quad (2.38)$$

A força de arraste sobre um corpo pode ser separada em duas parcelas, a força devida ao cisalhamento superficial e aquela exercida pela distribuição de tensões normais assimétricas na superfície do corpo, chamado de arraste de forma. Assim, para baixos Re_p o arraste é principalmente devido ao atrito superficial. Quando o Re_p aumenta, o arraste de forma vai tendo maior influência, até que para altos valores deste numero, o arraste é dominado por este fenômeno. Surgem assim três regimes amplamente conhecidos na literatura que são,

1. Regime de Stokes ($\text{Re}_p \sim 1$): Neste regime, o coeficiente de arraste é dado por,

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}_p} \quad (2.39)$$

2. Região Viscosa ($1 < \text{Re}_p < 1000$): Neste regime, tanto o atrito superficial quanto o arraste de forma são importantes. Existem inúmeras correlações baseadas em dados teóricos e experimentais na literatura sendo uma

das mais utilizadas atualmente, a apresentada por Ishii & Mishima (1984), dada por,

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}_p} (1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687}) \quad (2.40)$$

3. Região inercial ou turbulenta ($1000 < \text{Re}_p < 2 \times 10^5$): Aqui o arraste de forma domina totalmente e o coeficiente torna praticamente independente do valor de Re_p assumindo um valor aproximado de

$$C_D = 0,44 \quad (2.41)$$

Estas correlações para o coeficiente de arraste abrangem praticamente todo o intervalo de valores de Re_p encontrados comumente em escoamentos multifásicos. Entretanto, para escoamentos de bolhas, o ultimo regime dificilmente será alcançado, sem uma importante distorção geométrica das bolhas, desviando-se consideravelmente da forma esférica, invalidando, portanto este modelo.

Surgem assim, inúmeros outros modelos para o cálculo do coeficiente de arraste que levam em consideração a forma distorcida das bolhas ou gotas, bolhas alongadas, elipsoidais etc.. Neste caso, as bolhas adotam uma forma elipsoidal conforme aumenta o Re_p para, no estágio final, adotar a forma de um semi-esfera (*spherical cap*). Neste caso, o coeficiente de arraste adota um valor constante de $8/3$. Para o regime “elipsoidal” dois modelos são os mais comumente utilizados; o modelo de Ishii e Zuber e o modelo de Grace *et al* (1976). O primeiro é baseado no número de Eotvos, que indica a deformação da bolha, dado por,

$$\text{Eo} = \frac{g \Delta \rho d_p^2}{\sigma} \quad (2.42)$$

onde g é a aceleração da gravidade e σ é a tensão superficial. Assim, o coeficiente de arraste é dado por,

$$C_D = \frac{2}{3} \text{Eo}^{\frac{1}{2}} \quad (2.43)$$

O modelo de Grace é baseado no conceito de velocidade terminal, que é a velocidade que adota uma bolha quando a força de arraste iguala o empuxo. Neste caso o coeficiente de arraste é dado por,

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{g d_p}{U_T^2} \frac{\Delta \rho}{\rho_{cont}} \quad (2.44)$$

onde a velocidade terminal U_T é calculada como,

$$U_T = \frac{\mu_c}{\rho_c d_p} M^{-0.149} (J - 0.857) \quad (2.45)$$

onde

$$M = \frac{\mu_c^4 g \Delta \rho}{\rho^2 \sigma^3} \quad (2.46)$$

e

$$J = \begin{cases} 0,94H^{0.751} & \text{se } 2 < H < 59,3 \\ 3,42H^{0.441} & \text{se } 59,3 > H \end{cases}; \quad (2.47)$$

$$H = \frac{4}{3} Eo M^{-0.149} \left(\frac{\mu_c}{\mu_{ref}} \right)^{-0.14}; \quad \mu_{ref} = 0.0009 \text{ Pa s}$$

Neste trabalho um **modelo “automático”** foi utilizado. Este modelo, escolhe a correlação a ser utilizada em cada ponto do domínio em função do Re_p local, possibilitando os diferentes regimes no domínio de cálculo. Este modelo escolhe se será utilizado um regime para bolhas esféricas ou distorcidas e, dentro deste regime, se será utilizado um modelo para semi-esferas ou para bolhas elipsoidais. Isto é feito adotando os valores máximos do coeficiente de arraste para cada caso, da seguinte maneira,

$$C_D^{dist} = \min(C_D^{elipse}, C_D^{cap})$$

$$C_D = \max(C_D^{esfera}, C_D^{dist}) \quad (2.48)$$

Para o cálculo do C_D^{elipse} pode ser utilizado o modelo de Ishi-Zuber ou o modelo de Grace.

Outras forças de interface

A força de arraste representa normalmente a maior parcela da transferência de quantidade de movimento interfacial. Na maioria das aplicações, as outras forças de interface são desconsideradas. Entretanto, em escoamentos acelerados em dutos, estas forças podem ter um efeito considerável. Nos estudos realizados neste trabalho, a força de massa virtual mostrou ter efeitos importantes no gradiente de pressão, ao longo dos dispositivos de medição de vazão estudados. Ainda, as forças chamadas de “Forças Transversais”, como Sustentação e Lubrificação de Parede, tem uma importante influência na distribuição de fase. No caso de escoamentos em tubos Venturi, observou-se que a desconsideração destas forças pode mudar completamente o padrão de escoamento. Isto será discutido em detalhe no Capítulo 5.

A **força de massa virtual** pode ser definida como a quantidade de movimento necessária para deslocar a massa da fase contínua pela a passagem de uma bolha. Esta parcela de massa deverá ser acelerada em relação à aceleração que tinha originalmente dentro da fase contínua.

Esta porção de massa da fase contínua deverá atingir a velocidade da bolha. Desta forma, o fenômeno pode ser visto como se a bolha virtualmente aumentasse a sua massa, daí o nome dado a esta força. Este fenômeno acontecerá também em outro tipo de escoamentos dispersos, tais como escoamento de partículas sólidas ou gotas. Entretanto, nos casos em que a fase contínua é gás, a “massa virtual” será desprezível em relação à massa da partícula. Em escoamentos de líquidos imiscíveis, a importância da “massa virtual” dependerá da diferença de massas específicas entre as fases. Porém, nestes casos, as acelerações relativas entre as fases são normalmente pequenas e, portanto, também serão os efeitos de massa virtual. Para escoamentos de bolhas, como os estudados neste trabalho, elas podem ser muito importantes.

Esta força é calculada como sendo a massa virtual vezes uma aceleração relativa entre as fases. A forma matemática mais comum para esta força encontrada na literatura é,

$$\mathbf{M}_{ii}^{VM} = \rho_i r_j C_{VM} \left(\left(\frac{\partial \mathbf{U}_j}{\partial t} + \mathbf{U}_j \cdot \nabla \mathbf{U}_j \right) - \left(\frac{\partial \mathbf{U}_i}{\partial t} + \mathbf{U}_i \cdot \nabla \mathbf{U}_i \right) \right) = \rho_i r_j C_{VM} \left(\frac{D_j \mathbf{U}_j}{Dt} - \frac{D_i \mathbf{U}_i}{Dt} \right) \quad (2.49)$$

Onde C_{VM} é o coeficiente de massa virtual. Fisicamente, este coeficiente representa a relação entre o volume de massa deslocado e o volume da bolha (Figura 2.13)

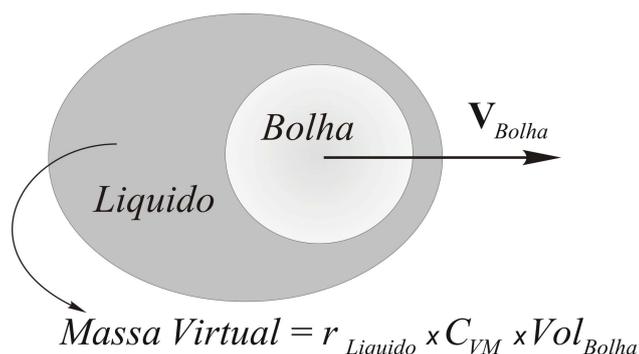


Figura 2.13 – Conceito de Massa Virtual

A forma apresentada na equação (2.49) já é expressada em força por unidade de volume, similarmente ao que foi feito com a força de arraste. O primeiro sub-índice na derivada substantiva, indica a velocidade convectiva utilizada no cálculo desta derivada. A forma de expressar a aceleração relativa entre as fases é uma questão bastante controversa na literatura, e foi objeto de numerosos estudos (Drew *et al* (1979), Lahey *et al* (1980), entre outros). O grau de controvérsia é tal, que em diversos trabalhos dos mesmos autores, como os citados, diferentes formas foram propostas para esta aceleração. Uma outra forma muito utilizada, e que se mostrou mais estável e com melhores resultados neste trabalho é,

$$\mathbf{M}_{ii}^{VM} = \rho_i r_j C_{VM} \left(\left(\frac{\partial \mathbf{U}_j}{\partial t} + \mathbf{U}_i \cdot \nabla \mathbf{U}_j \right) - \left(\frac{\partial \mathbf{U}_i}{\partial t} + \mathbf{U}_j \cdot \nabla \mathbf{U}_i \right) \right) = \rho_i r_j C_{VM} \left(\frac{D_i \mathbf{U}_j}{Dt} - \frac{D_j \mathbf{U}_i}{Dt} \right) \quad (2.50)$$

onde a velocidade convectiva utilizada na derivada substantiva de uma fase é a velocidade da outra fase.

No Capítulo 5 será apresentado um estudo detalhado das diferentes formas para esta aceleração e os seus efeitos na estabilidade dos cálculos numéricos e resultados obtidos.

A **força de sustentação** é originada pelo efeito de rotação do escoamento da fase contínua sobre as bolhas. A Figura 2.14 mostra esquematicamente um escoamento onde o campo de velocidades da fase contínua é rotacional. Observa-se que, um corpo submetido a uma corrente rotacional, estará sujeito a uma rotação, que induzirá uma distribuição de pressão assimétrica em torno do mesmo, gerando uma força que será transversal à direção do escoamento.

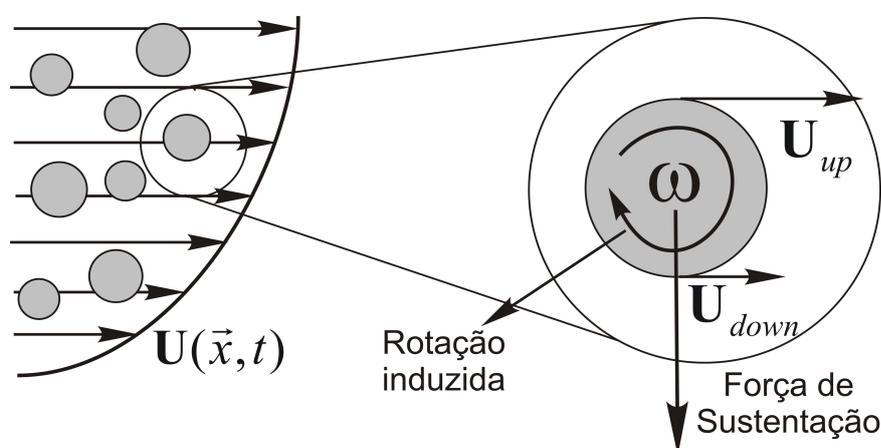


Figura 2.14 – Origem da força de sustentação

Matematicamente, esta força é representada, já colocada em termos de fase dispersa (por unidade de volume), como,

$$\mathbf{M}_{il}^{Lift} = \rho_i r_j C_L (\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i) \times \boldsymbol{\omega}_i ; \quad \boldsymbol{\omega}_i = \nabla \times \mathbf{U}_i \quad (2.51)$$

onde C_L é um coeficiente de sustentação, difícil de estimar de forma teórica devido aos gradientes de velocidade local. Para o caso de um escoamento inviscido ao redor de uma esfera, $C_L = 0.5$, porém, quando se considera a viscosidade da fase contínua e a presença de outras bolhas, este coeficiente pode adotar valores entre 0.01 e 0.05. Detalhes sobre a dedução da equação (2.51) podem ser encontrados, por exemplo, em Drew & Lahey (1987) ou Auton (1987).

Em escoamentos de bolhas em dutos esta força tem o efeito de levar as bolhas para as paredes, induzindo picos de fração volumétrica de gás junto às mesmas (Figura 2.5).

Existe uma outra força transversal à direção principal do escoamento que aparece na proximidades das paredes, chamada de **força de lubrificação de parede**. Esta força é originada pelo padrão de escoamento local junto a esses locais. Quando uma bolha se aproxima da parede, o escoamento ao redor da mesma muda dramaticamente. A condição de não deslizamento na parede faz com que a velocidade da fase contínua diminua localmente enquanto que, do lado oposto da bolha aumenta. Este fenômeno faz com que a pressão nas proximidades das paredes seja maior que no lado oposto, dando lugar a uma força que tende a afastar as bolhas das paredes. Esta força pode ser calculada como,

$$\mathbf{M}_{il}^{WallLub} = \rho_i r_j \frac{\left[(\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i) - \left((\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i) \cdot \mathbf{n}_w \right) \mathbf{n}_w \right]^2}{d_p} \max \left(C_{w1} + C_{w2} \frac{d_p}{y_w} \right) \mathbf{n}_w \quad (2.52)$$

onde \mathbf{n}_w é o vetor normal à parede, y_w é a distancia da parede (medida em forma perpendicular), e C_{w1} e C_{w2} são dois coeficientes dados pelo usuário. Diferentes valores são sugeridos para estes coeficientes na literatura. No Capítulo5, alguns valores sugeridos na literatura serão avaliados e serão adotados os que melhor ajustem os valores experimentais. A função “max” que aparece na formulação indica a distância da parede na qual esta força tem efeito em relação ao diâmetro das bolhas. Por exemplo, para um conjunto de coeficientes, $C_{w1} = -0.01$, e $C_{w2} = 0.05$, que são valores comumente utilizados em modelos para escoamentos de bolhas, indicará que esta força terá efeito em distâncias de até 5 diâmetros de bolha já que, segundo a formulação da equação (2.52),

$$\frac{y_w}{d_p} \leq \left| \frac{C_{w1}}{C_{w2}} \right| = 5 \quad (2.53)$$

O efeito principal desta força é garantir uma fração volumétrica de gás nula junto às paredes, sem modificar significativamente o perfil desta variável fora destas regiões. Este fato, como será visto no Capítulo5, traz enormes implicações na distribuição volumétrica de gás em tubos Venturi. Este modelo para a força de lubrificação de

parede, foi proposto por Antal *et al* (1991). Nesse trabalho uma explicação detalhada do mesmo, assim como sua dedução matemática completa podem ser encontradas.

Finalmente, uma força, também levada freqüentemente em consideração em modelos para escoamentos multifásicos é a **Força de Dispersão Turbulenta**. Segundo Lopez de Bertodano *et al* (1994b) a força de dispersão turbulenta é o resultado das componentes flutuantes das forças atuando sobre uma partícula. Na literatura, esta força é normalmente modelada como,

$$\mathbf{M}_{il}^{TD} = -C_{TD}\rho_i k_i \nabla r_i \quad (2.54)$$

onde k_i é a energia cinética turbulenta da fase contínua.

A forma desta equação pode ser deduzida a partir da equação (2.32) considerando a média volumétrica do tensor tensão de Reynolds. Sabendo que,

$$T_{il}^{Turb} = -\rho_i \mathbf{u}'_i \mathbf{u}'_i \quad (2.55)$$

e, considerando um modelo para as flutuações da velocidade, baseado em viscosidade turbulenta,

$$\mathbf{u}'_i \mathbf{u}'_i = C_{lm} k_i \quad (2.56)$$

Substituindo na equação (2.32),

$$\mathbf{M}_{il} = -\langle \mathbf{T}_i^{Visc} \cdot \nabla X_i \rangle - \langle \rho_i \mathbf{u}'_i \mathbf{u}'_i \cdot \nabla X_i \rangle = \mathbf{M}_{il}^{Drag} + \mathbf{M}_{il}^{TD} \quad (2.57)$$

surgindo assim, a forma geral da equação (2.54). O coeficiente C_{TD} leva em consideração a promediação das tensões turbulentas em todas as direções. Novamente, os efeitos do padrão local do escoamento na superfície das partículas, ou seja, as flutuações turbulentas em nível da camada limite na superfície da bolha, estarão embutidos no coeficiente de arraste. As flutuações descritas na equação (2.56) correspondem às flutuações na fase contínua que são da ordem de grandeza do diâmetro da fase dispersa.

De forma simplificada, esta força pode ser entendida como a média das flutuações da força de arraste ou como a contribuição das tensões turbulentas na interface à transferência de quantidade de movimento interfacial. Quando considerada

no modelo matemático, esta força terá o efeito de dissipar picos de concentração de fase, pois é contrária ao gradiente de fração volumétrica. Maiores detalhes sobre esta força de interface podem ser encontrados em, Lopez de Bertodano *et al* (1994b).

Existem ainda correlações para a transferência de interface de outras propriedades como calor e massa. Estas são desenvolvidas em forma análoga à transferência de quantidade de movimento interfacial. Para o caso de escoamentos dispersos, as correlações são baseadas em coeficientes de transferência global para uma esfera submersa numa corrente fluida. Por exemplo, a transferência de calor interfacial para uma esfera, considerando uma resistência apenas na fase contínua (a temperatura da partícula é constante dentro da mesma), será dada por,

$$Q_{il} = h_{ij}(T_j - T_i) \quad (2.58)$$

onde h_{ij} é o coeficiente de transferência de calor, calculado a partir do número de Nusselt para esferas, dado por,

$$\text{Nu}_{\text{Esfera}} = 2 + 0,6 \text{Re}^{\frac{1}{2}} \text{Pr}^{\frac{1}{3}} \quad (2.59)$$

Outras correlações são utilizadas, por exemplo, considerando as resistências em ambos os lados da interface. Também, em forma análoga, pode ser considerada a transferência de outras propriedades através da interface. Entretanto não serão aqui aprofundados estes conceitos já que, neste trabalho, apenas a transferência de quantidade de movimento será considerada na modelagem.

Tensor tensão

Serão discutidas aqui algumas abordagens utilizadas para a modelagem do tensor tensão em escoamentos multifásicos. Entretanto, esta questão é ainda mais aberta que a modelagem da transferência de quantidade de movimento interfacial, principalmente para escoamentos turbulentos. De forma geral na literatura, a constituição do tensor tensão é feita de maneira similar aos escoamentos monofásicos.

Assim, o tensor tensão, considerando apenas a difusão molecular, para a fase contínua será dado por,

$$\mathbf{T}_c = -r_c p_c \mathbf{I} + \mu_c (\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T) \quad (2.60)$$

Utilizando um modelo baseado em viscosidade turbulenta para o tensor tensão de Reynolds, a tensão efetiva na fase contínua será dada por,

$$\mathbf{T}_c = -r_c p_c \mathbf{I} + \underbrace{(\mu_c + \mu_T)}_{\mu_{\text{eff}}} (\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T) \quad (2.61)$$

Ainda, para o caso de escoamentos de bolhas, uma viscosidade turbulenta adicional pode ser considerada devido à geração de energia cinética turbulenta pela passagem das bolhas, isto é, gerada na esfera das mesmas. Crowe (1993) coloca que, em escoamentos dispersos, nos casos em que as bolhas são menores que as escalas turbulentas nas quais a energia é injetada, estas terão um efeito dissipativo da turbulência, ou seja, tenderão a amortecer as flutuações turbulentas. Por outro lado, quando as bolhas forem maiores que estas escalas, as mesmas terão o efeito de aumentar a turbulência. Sato & Sekouguchi (1975) propõem a introdução de uma viscosidade adicional para levar em consideração estes efeitos em escoamentos de bolhas, onde as mesmas serão normalmente maiores (ou da mesma ordem) que as escalas turbulentas de injeção de energia. Esta viscosidade é dada por,

$$\mu_{Sato} = C_\mu \rho_c r_d d_p |\mathbf{U}_d - \mathbf{U}_c| \quad (2.62)$$

onde os sub-índices “c” e “d” correspondem respectivamente à fase contínua e dispersa e C_μ é uma constante do modelo k- ϵ , que adota normalmente o valor de 0,09.

Assim, a viscosidade efetiva na fase contínua será dada por,

$$\mu_{\text{eff}}^{\text{liq}} = \mu_{\text{Molec}} + \mu_{\text{Turb}} + \mu_{\text{Sato}} \quad (2.63)$$

Por outro lado, as tensões internas da fase dispersa são extremamente difíceis de serem modeladas. Observe-se que, após realizada a média das equações, as tensões na fase dispersa não serão mas as tensões internas dentro da gota ou bolha, mas a tensão na fase, vista esta, como um sistema contínuo. Para entender melhor este conceito, uma abordagem comumente utilizada em sistemas sólido-gás, como os encontrados em leitos fluidizados, pode ser citada. Para tais tipos de escoamento

existem modelos para transferência difusiva baseados em teoria cinética análogos aos modelos de teoria cinética molecular. Estes modelos têm como objetivo estimar propriedades de transferência na fase dispersa, a partir da análise do movimento e colisões das partículas sólidas, aliados a métodos estatísticos. Entretanto, não foi comprovada ainda a eficiência destes modelos para a representação destes fenômenos. Ainda, no caso de escoamentos de bolhas ou gotas, estas analogias não são válidas, pois as colisões entre as bolhas levarão a quebra e coalescência das mesmas, dando lugar a fenômenos extremamente complexos de serem modelados. Desta forma, não foram encontrados na literatura modelos fenomenológicos adequados para os temas difusivos para estes casos.

Normalmente, a partir da visão euleriana da fase dispersa, as tensões viscosas e turbulentas para esta fase são colocadas em forma similar às da fase contínua, em termos do tensor deformação, modificando eventualmente a forma da viscosidade efetiva.

Drew (1983) e outros autores propõem para o tensor tensão na fase dispersa em escoamentos líquido-gás uma modelagem similar à utilizada na fase contínua, isto é baseada no tensor deformação, porém utilizando uma viscosidade dada por,

$$\mu_{eff}^{gas} = \mu_{eff}^{liq} \frac{\rho_G}{\rho_L} \quad (2.64)$$

O autor deste trabalho acredita que é válida a hipótese de desconsiderar as interações viscosas internas da fase dispersa. No caso de escoamento de sólido-gás, as interações entre partículas são fortes, devido às colisões entre partículas sólidas. Para o caso do escoamento de bolhas, estas interações serão de menor ordem. Neste trabalho, foram realizados alguns estudos, visando avaliar a influência destes termos na estrutura do escoamento e, nos valores de pressão diferencial nas constrições estudadas.

A Figura 2.15 mostra os perfis de velocidade obtidos na entrada e na garganta do tubo Venturi utilizando na parte experimental deste trabalho, para a fase dispersa, utilizando o modelo para a viscosidade da fase dispersa proposto por Drew (1983) e outros autores, para escoamentos líquido-gás (eq. (2.64)), em comparação com os

perfis obtidos considerando nulos os termos difusivos, tanto viscosos quanto turbulentos, de acordo como proposto neste trabalho.

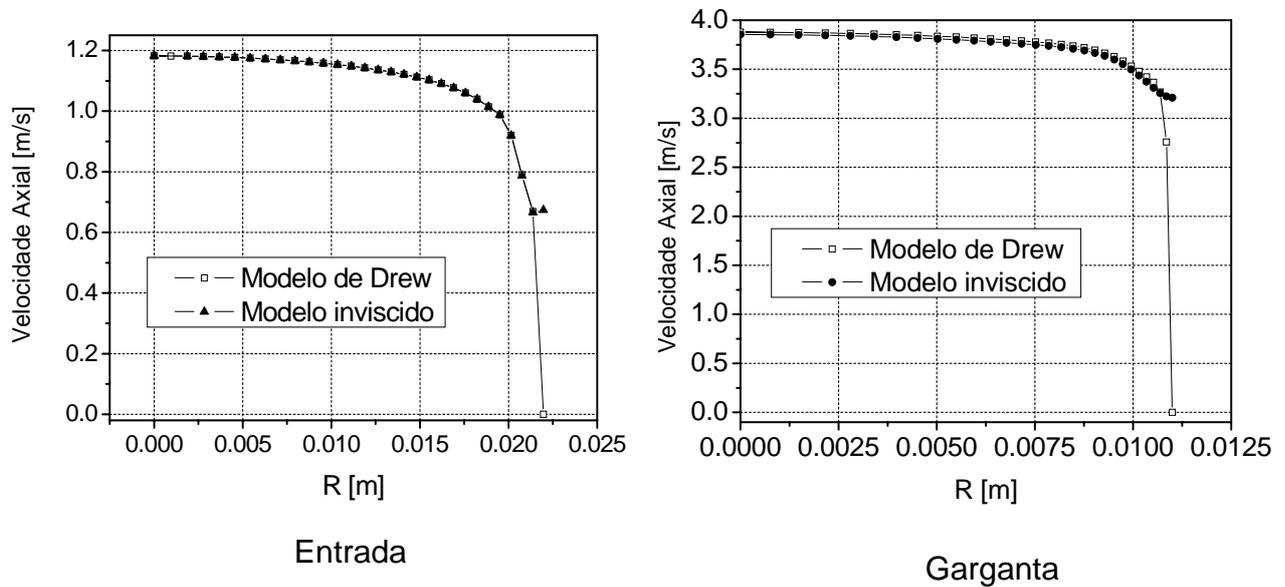


Figura 2.15 – Perfis de velocidade na entrada e garganta de uma contração, com diferentes abordagens para a viscosidade da fase dispersa

A Figura 2.16 mostra a distribuição da fração volumétrica de gás para a mesma situação descrita acima.

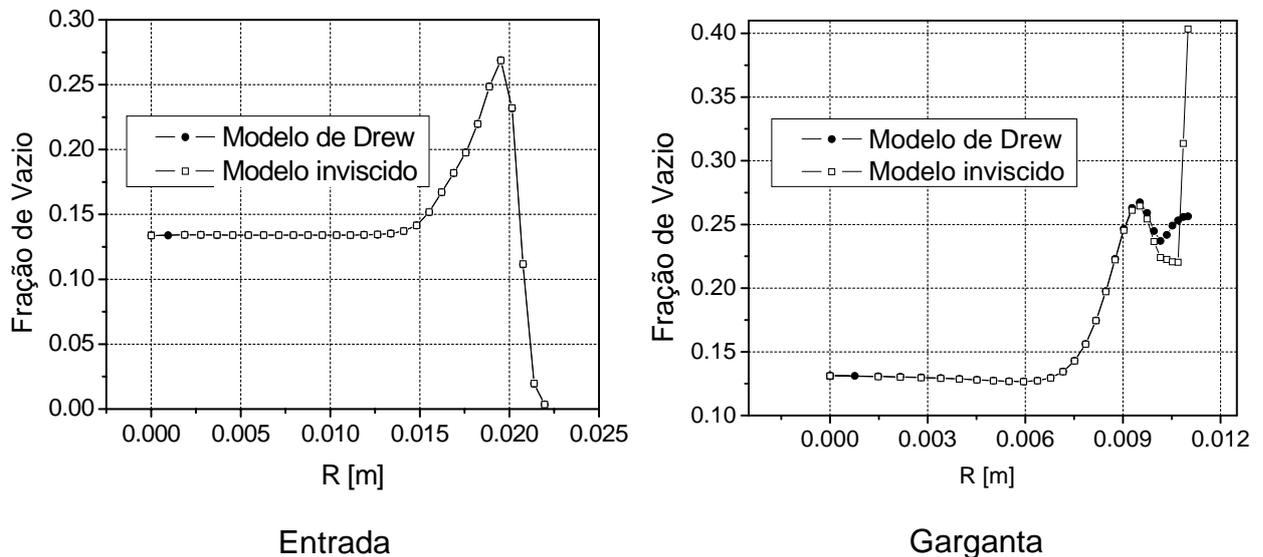


Figura 2.16 – Distribuição de pressão ao longo de uma contração, com diferentes abordagens para a viscosidade da fase dispersa

Observam-se na Figura 2.15 pequenas diferenças nos perfis de velocidade, exceto claro, nas paredes, onde a condição de não deslizamento utilizada no caso do

“modelo de Drew” faz com que a velocidade seja nula nas paredes (muito discutível no caso de escoamentos de bolhas). Ainda, a consideração da força de Lubrificação de Parede, implicará em uma fração volumétrica de gás muito pequena nessa região dando lugar a uma velocidade superficial do gás praticamente nula.

Uma pequena diferença é observada na região das paredes na contração (Figura 2.16) pelo fato de existir um deslizamento grande entre fases nessa região, os testes numéricos realizados mostram que, de forma geral, os termos viscosos na fase dispersa terão pouca influência nos resultados. Desta forma, o conclui-se que é preferível negligenciar os termos viscosos na fase dispersa do que modelá-los de forma errada, pois não se têm disponíveis modelos validados para estes termos.

Finalmente, é importante mencionar que, na maioria dos casos, o campo de pressão é considerado igual para todas as fases. Esta hipótese é baseada no fato que qualquer perturbação na pressão se propagará em forma suficientemente rápida que afetará da mesma maneira ambas as fases, lembrando ainda que, a abordagem Euleriana-Euleriana considera o sistema bifásico como fluídos “interpenetrantes”.

O modelo para a viscosidade foi implementado através de rotinas em FORTRAN, mostradas no Apêndice 1.

Alguns autores (Drew (1983), Dias *et al* (1998b), Rosa & Moraes (2002), entre outros) propõem a consideração de uma diferença de pressão interfacial como sendo proporcional ao quadrado da velocidade relativa. Esta diferença de pressão seria dada pela diferença entre a pressão no seio da fase contínua e a interface. Entretanto, existe certa controvérsia na literatura sobre o real efeito deste fenômeno, e a sua introdução de forma correta no modelo de dois fluídos. No modelo de Três Campos (ver seção 2.2.6) esta diferença de pressão é consistente com os campos de velocidades considerados, pois campos de velocidades diferentes são considerados para o seio da fase contínua e a região próxima da interface. No caso do modelo de dois fluídos, o mesmo campo médio de velocidade é considerado em toda a fase contínua, tornando de certa forma inconsistente esta diferença de pressão. Ainda, este termo é normalmente introduzido através do termo fonte, e não como um campo de pressão diferente para cada fase que governará a conservação da massa. Desta maneira os efeitos podem ser mascarados por outras forças de interface. Neste trabalho este efeito não será considerado.

Nas seções seguintes, algumas variantes da abordagem Euleriana-Euleriana serão discutidas. Embora estas não serão utilizadas neste trabalho, é interessante a sua descrição pelo fato de serem amplamente utilizadas em diversas aplicações acadêmicas e industriais de modelos para escoamentos multifásicos. No caso do “Modelo de Três Campos”, é interessante observar o tratamento dado ao fenômeno de massa virtual, pois será um dos focos da pesquisa neste trabalho. Este modelo é muito utilizado para a modelagem de escoamentos em contrações, isto é, escoamentos acelerados. Estes modelos são todos baseados numa abordagem Euleriana, ou seja, onde a fase dispersa é vista como um meio contínuo. A abordagem Lagrangeana, descrita brevemente no início desta seção, é também muito utilizada em diversas aplicações industriais, como *sprays* e atomizadores, e transporte de partículas em meios diluídos. Entretanto em escoamentos de bolhas esta abordagem é pouco utilizada, e não será mais abordada ao longo deste trabalho.

2.2.5 Modelo Homogêneo

O modelo homogêneo é baseado na hipótese de que determinadas variáveis de escoamento podem ser consideradas iguais para todas as fases. Desta forma, a abordagem é feita utilizando uma única equação de conservação para todas as fases, com se fosse uma mistura homogênea. Como já comentado, a hipótese de homogeneidade pode ser feita para qualquer variável de escoamento (velocidade, temperatura, concentração etc.).

Neste modelo, as frações volumétricas, continuam sendo diferentes para cada fase. Assim precisar-se-á de uma equação da conservação da massa para cada fase:

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_i \tilde{\rho}_i) + \nabla \cdot (r_i \tilde{\rho}_i \hat{\mathbf{U}}_i) = \Gamma_{il} \quad (2.65)$$

A equação para a conservação da quantidade de movimento, considerando a hipótese de homogeneidade de velocidades, é obtida somando a equação (2.29) sobre todas as fases, levando em consideração a equação (2.22), obtendo,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \mathbf{U}_m) + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{U}_m \mathbf{U}_m) - \nabla \cdot (\mu_{\text{eff}}^m (\nabla \mathbf{U}_m + \nabla \mathbf{U}_m^T)) + \nabla p - \rho_m \mathbf{g} = 0 \quad (2.66)$$

onde o sub-índice “ m ” refere-se à “mistura” e a velocidade \mathbf{U}_m é uma velocidade média da mistura dada por,

$$\mathbf{U}_m = \frac{1}{\rho_m} \sum_{i=1}^{N_p} r_i \rho_i \mathbf{U}_i \quad (2.67)$$

Observe-se que a mistura foi considerada como um fluido newtoniano e que é utilizado um modelo de turbulência baseado em viscosidade turbulenta.

É comum que misturas de dois ou mais fluidos que tem comportamento newtoniano nas condições de escoamento da mistura, quando escoam em forma conjunta, adotem um comportamento não-newtoniano. Este é um caso bastante comum em transporte de petróleo quando se tem uma dispersão muito fina de água em óleo, o que dá lugar à formação de espumas. Neste caso, é também possível considerar a hipótese de homogeneidade de velocidades, já que o fato da dispersão ser fina possibilita a rápida equalização das velocidades, porém esta mistura possui um comportamento fortemente não-newtoniano e um modelo adequado para o tensor tensão deve ser utilizado.

As correlações para as pseudo-propriedades da mistura são,

$$\rho_m = \sum_{i=1}^{N_p} r_i \rho_i \quad (2.68)$$

$$\mu_m^{\text{eff}} = \sum_{i=1}^{N_p} r_i \mu_i^{\text{eff}} \quad (2.69)$$

No caso da massa específica, esta equação é normalmente utilizada para o cálculo da massa específica da mistura. Entretanto, a forma de calcular a viscosidade da mistura, deve, as vezes, refletir as complexas interações entre fases. Desta forma diversos modelos têm sido apresentados na literatura para o cálculo da viscosidade da mistura em modelos homogêneos (ver, por exemplo, Collier, J. G. & Thome, J. R. (1996)). Ainda, estas correlações valem apenas para as propriedades intrínsecas dos fluidos, já que o modelo para a viscosidade turbulenta da mistura dependerá do modelo de turbulência utilizado.

Como comentado, este modelo será válido nos casos em que as velocidades das fases sejam iguais. No caso de escoamentos dispersos, esta condição será verificada em dispersões suficientemente finas, onde a força de arraste será grande em comparação.

Paradoxalmente, na atualidade, uma das principais aplicações deste modelo é para escoamentos de fases segregadas, chamados comumente de escoamentos em superfície livre. Entretanto, existe certa confusão na literatura acerca da aplicação do modelo homogêneo para escoamentos em superfície livre, pois, quando se fala em homogeneidade, pensa-se automaticamente e mistura extremamente dispersa e não fases separadas. Ainda, as condições para a aplicação de uma média nas equações de conservação, discutidas nas seções anteriores, não são de maneira alguma satisfeitas quando as fases são segregadas, nem para a média volumétrica, nem para a temporal.

Na realidade, estes tipos de escoamento poderiam ser resolvidos a partir das equações de conservação instantâneas ((2.3) a (2.5)), já que a forma das interfaces não são, *a priori*, complexas, e um seguimento ou “*tracking*” da interface poderia ser feito, com recursos computacionais razoáveis, como é feito no método VOF (*Volume of Fluid*) (ver, por exemplo, Maliska & Vasconcellos (2000)), onde a interface é seguida “marcando” os volumes que estão cheios com uma das fases. Entretanto, de forma a evitar o uso de metodologias para seguimento de interfaces (*interface tracking*), as equações do modelo homogêneo são utilizadas baseando-se na hipótese que, num escoamento de fases segregadas, as respectivas frações volumétricas serão iguais a um ou zero exceto na interface. Assim, as equações podem ser utilizadas, pois a equação governante para uma fase será multiplicada por zero na região ocupada por outra fase e vice-versa. Desta forma, se a interface for suficientemente fina, as equações do modelo homogêneo serão idênticas às equações instantâneas em todo o domínio, exceto na interface. Obviamente que fisicamente a interface será extremamente fina e, nas equações instantâneas é, de fato, considerada como uma superfície¹⁰. Entretanto, numericamente a interface implicará num salto do valor da fração volumétrica, dando lugar à difusão numérica desta interface (Maliska, C. R. (2004)). Devido a isto, funções de interpolação de alta ordem e algoritmos de

¹⁰ Embora a interface tenha uma pequena espessura, em modelos matemáticos de escoamento, esta é normalmente desconsiderada.

refinamento de interface (ver, por exemplo, CFX 4.4 Manual (2000)), são comumente utilizados

O modelo homogêneo, tem sido bastante utilizado para projeto de medidores de vazão, já que as correlações para escoamentos monofásicos, amplamente conhecidas e validadas, podem ser utilizadas considerando propriedades da mistura (ver, por exemplo, Mehdizadeh & Farchy (1995)). Um estudo específico para o caso de escoamentos em contrações (acelerados) foi apresentado por Paladino & Maliska (2002) onde se mostra a diferença, principalmente em termos do cálculo da pressão diferencial, entre os resultados obtidos a partir do modelo homogêneo em comparação com o modelo de dois fluidos e com resultados da literatura. O estudo conclui que o modelo homogêneo pode introduzir erros de até 30 % no cálculo da pressão diferencial. Erros dessa ordem quando utilizado o modelo homogêneo para este tipo de aplicação são também mencionados em Collier, J. G. & Thome, J. R. (1996).

Uma alternativa bastante utilizada na atualidade para escoamentos com dispersões finas é o modelo “*drift-flux*” (Wallis (1968) (Partes I e II), Wallis, G. B. (1969)) também chamado de modelo de deslizamento algébrico (*Algebraic Slip Model*) (CFX 4.4 Manual (2000)). Este modelo é baseado na hipótese que o tempo de relaxação das gotas das partículas é zero, ou seja, as partículas atingem instantaneamente a sua velocidade terminal. Desta forma, os termos inerciais na fase dispersa podem ser desprezados, dando lugar a um sistema de equações governantes onde uma equação da conservação da quantidade de movimento é resolvida para a mistura e a velocidade da fase dispersa é calculada através de uma equação algébrica. Este modelo tem sido aplicado com sucesso em diversos problemas industriais (separadores gravitacionais, hidrociclones com pequenas gotas ou partículas sólidas etc.), pelo fato de serem mais simples, porém não é adequado para escoamentos acelerados de bolhas.

As equações governantes são similares às do modelo homogêneo (equações (2.65) e (2.66)), porém a velocidade das fases dispersas é calculada a partir da soma da velocidade da mistura e a velocidade relativa da fase,

$$\mathbf{U}_i = \mathbf{U}_C + \mathbf{U}_i^S \quad (2.70)$$

Onde a velocidade de escorregamento ou *slip* é calculada através de um equação algébrica dada por,

$$|\mathbf{U}_i^S| = \left(\frac{4}{3} \frac{g d_p}{C_D} \frac{\Delta \rho}{\rho_{cont}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.71)$$

Observe, que esta equação é deduzida a partir da equação (2.44), já que, por hipótese, neste modelo, a velocidade relativa será igual à velocidade terminal.

Neste modelo, a velocidade média da mistura (equivalente à equação (2.67)) é dada por,

$$\mathbf{U}_m = \mathbf{U}_C + \sum_{i=1}^{N_p} r_i \mathbf{U}_i^S \quad (2.72)$$

2.2.6 Modelo de Três Campos (Three-Field model)

Este modelo apresentado por Kowe *et al* (1988) e, numa forma diferente, por Cook & Harlow (1984), será aqui descrito pelo fato que, embora seja aplicável apenas a padrões dispersos, é utilizado amplamente por pesquisadores da área e, em particular, foi utilizado em numerosos trabalhos para análise de escoamentos em constrições (Couet *et al* (1991), Boyer & Lemonnier (1996)).

Basicamente, o Modelo de Três Campos consiste em dividir o meio bifásico em três campos interagentes, a saber,

- As bolhas ocupando o volume $r_b \times V$ cuja velocidade é \mathbf{v}
- O líquido deslocado pelas bolhas, ocupando o volume $C_{VM} \times V$ e com velocidade \mathbf{v}
- O “líquido intersticial” que escoar longe das bolhas, ocupando o volume $V - r_b \times V - C_{VM} \times V$ escoando com velocidade \mathbf{u}_0 .

onde V é o volume total ocupado pela mistura bifásica, r_b é a fração volumétrica da fase dispersa e C_{VM} é o coeficiente de massa virtual. Este coeficiente representa a parcela

de massa que é carregada na passagem das bolhas através da fase contínua. Este fenômeno é ilustrado na figura a seguir extraída de Kowe *et al* (1988).

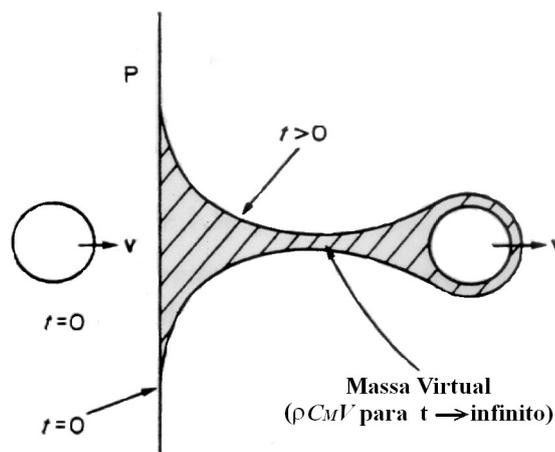


Figura 2.17 – Passagem de uma esfera sólida através de um plano material (adaptada de Kowe *et al* (1988))

A ilustração mostra uma esfera sólida passando através de um plano de pontos materiais (fluido) e a parte sombreada representa a massa deslocada por esta esfera. Assim, quando um corpo se desloca através de um meio fluido, arrasta consigo uma parcela de massa deste meio. No caso de um escoamento de bolha num meio líquido, estas carregarão uma parcela de massa da fase líquida que se movimentará com a velocidade da bolha. É neste ponto onde, segundo os autores do trabalho, reside a principal vantagem deste modelo. No modelo de vários fluidos, se considera que toda a fase líquida se movimenta com um campo de velocidades, obtido a partir das equações promediadas para essa fase, enquanto neste modelo é considerado que apenas “líquido intersticial” se movimenta com a velocidade média da fase contínua e o líquido perto das bolhas se movimenta com a velocidade das mesmas, considerando de forma consistente o fenômeno de massa virtual.

A Figura 2.18 mostra esquematicamente os diferentes campos de velocidades considerados neste modelo. Segundo este enfoque, é preciso introduzir uma pressão intersticial P_0 , associada ao campo de velocidades do líquido intersticial diferente da

pressão média $\langle P \rangle$, sendo a diferença entre as duas, proporcional ao quadrado da velocidade relativa entre as fases.

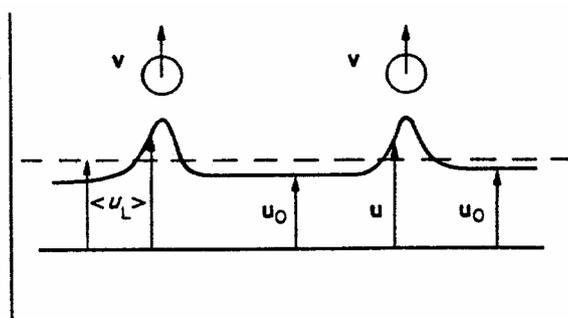


Figura 2.18 – Campos de velocidades considerados no modelo de três campos

A velocidade u mostrada na Figura 2.18 corresponde à velocidade local da fase líquida, enquanto $\langle u_L \rangle$ corresponde à velocidade média obtida através da promediação desta velocidade e u_0 é a velocidade do líquido arrastado pela fase dispersa v .

Este modelo é considerado pelos autores como um modelo mais adequado para escoamentos de bolhas. Na opinião do autor deste trabalho, quando modelados de forma correta os termos de interface, incluindo a força de massa virtual, o modelo de vários fluídos não apresenta desvantagens com respeito a este modelo. O fato de modelar a conservação da quantidade de movimento da fase líquida a partir de uma única equação, e não considerar que uma parcela desta fase se movimenta com a velocidade da fase dispersa, fará apenas com que a velocidade média da fase líquida seja maior que a velocidade intersticial, porém continua sendo um valor representativo da velocidade da fase líquida como um todo. A velocidade utilizada no modelo de dois fluídos é equivalente à representada pela linha tracejada na Figura 2.18.

2.2.7 Modelo utilizado neste trabalho

Neste trabalho será utilizado o modelo de dois fluídos já que os estudos numéricos serão focalizados em escoamentos em padrão disperso, para o qual este modelo tem mostrado ser eficiente. Para o estudo numérico será empregado o pacote comercial CFX4[®] no qual serão avaliados os modelos já implementados e serão

implementadas algumas modificações destes modelos, para as forças de interface, de forma a obter resultados mais apurados para escoamentos em constrições.

Baseando-se em alguns aspectos teóricos revistos na literatura e comentados nas seções anteriores, referentes à modelagem matemática de escoamentos multifásicos dispersos, propõe-se um modelo matemático com algumas simplificações baseadas nas seguintes hipóteses:

1. As tensões viscosas ou turbulentas internas da fase dispersa podem ser desconsideradas, ou seja, serão desconsiderados os termos viscosos na equação da quantidade de movimento da fase dispersa;
2. O campo de pressão será compartilhado por todas as fases, o seja, a pressão em cada ponto será igual para todas as fases;
3. Não existe transferência de calor ou massa através da interface;
4. As tensões turbulentas na fase contínua serão calculadas através do modelo k-ε padrão, e a viscosidade efetiva desta fase será modificada pela presença da fase dispersa utilizando o modelo de Sato (Sato & Sekouguchi (1975));

Desta forma as equações da conservação da massa e quantidade de movimento para a fase contínua são,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_c \rho_c) + \nabla \cdot (\alpha_c \rho_c \mathbf{U}_c) = 0 \quad (2.73)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_c \rho_c \mathbf{U}_c) + \nabla \cdot (\alpha_c \rho_c \mathbf{U}_c \mathbf{U}_c) + \\ & r_c \nabla p - \nabla \cdot (\mu_{\text{eff}} (\nabla \mathbf{U}_c + \nabla \mathbf{U}_c^T)) - \alpha_c \rho_c \mathbf{g} = \mathbf{M}_{cl} \end{aligned} \quad (2.74)$$

A viscosidade efetiva, μ_{eff} , será calculada a partir da equação (2.63) e a viscosidade turbulenta será calculada a partir do modelo k-ε padrão (ver, por exemplo, Hinze, J. O. (1975) e Wilcox, D. C. (2000)). Ainda, para as tensões viscosas nesta fase foi considerado um fluido newtoniano.

Para a fase dispersa, são desconsideradas as tensões cisalhantes, viscosas e turbulentas. Desta maneira, a conservação da massa e quantidade de movimento para a fase dispersa serão,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_d \rho_d) + \nabla \cdot (\alpha_d \rho_d \mathbf{U}_d) = 0 \quad (2.75)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_d \rho_d \mathbf{U}_d) + \nabla \cdot (\alpha_d \rho_d \mathbf{U}_d \mathbf{U}_d) - \alpha_d \rho_d \mathbf{g} = \mathbf{M}_{dt} \quad (2.76)$$

Assim, a equação da conservação da quantidade de movimento para a fase dispersa é dada por um balanço entre forças inerciais, forças de pressão, de campo e forças interfaciais provenientes das interações com outras fases. Como já mencionado, o autor acredita que é válida a hipótese de desconsiderar as interações viscosas internas da fase dispersa, já que não se tem um modelo constitutivo validado para estas tensões, para o caso de escoamentos de bolhas.

Em referência às forças de interface, serão levadas em consideração a força de Arraste, Massa Virtual, Sustentação, Lubrificação de Parede e Dispersão Turbulenta. Para o coeficiente de arraste será utilizado um modelo “automático” que escolhe o modelo adequado dependendo do padrão de escoamento das bolhas, de acordo como descrito na seção 2.2.4. No caso da força de massa virtual serão avaliadas diferentes formas para a implementação da mesma, pois foi observado neste estudo que o modelo padrão implementado no software não fornecia resultados adequados e introduzia serias dificuldades de convergência. Ainda, no Capítulo 5, diferentes valores serão testados para os coeficientes de que aparecem nas forças de Sustentação, Lubrificação de Parede e Dispersão Turbulenta. Para esta avaliação, os resultados obtidos para a distribuição de fase, serão comparados com resultados da literatura para escoamentos em padrão de bolhas.

2.2.8 Algumas Considerações sobre a Turbulência em Escoamentos Multifásicos Dispersos

A questão da turbulência em escoamentos multifásicos dispersos é pouco abordada na literatura. Não existe, para estes casos, um modelo padronizado, cuja aplicabilidade seja comprovada como é o modelo k - ϵ , que funciona razoavelmente bem para uma ampla gama de aplicações em escoamentos monofásicos. Desta forma, na literatura, os modelos de turbulência comumente utilizados em escoamentos multifásicos são extensões deste modelo. Surgem, entretanto para estes casos, algumas diferenças fenomenológicas na modelagem da turbulência mencionadas a seguir,

- Assim como existe transferência de quantidade de movimento, energia etc. entre fases também é reconhecido que existe transferência interfacial de energia cinética turbulenta e dissipação da mesma. Fenomenologicamente, este efeito corresponderia à transferência da quantidade de movimento das flutuações através da interface.
- Este fenômeno é ainda mais complexo em sistemas líquido-líquido ou líquido-gás devido aos efeitos da tensão superficial que, embora negligenciados macroscopicamente, serão importantes nas escalas das flutuações turbulentas.
- Entretanto, devido à falta de conhecimento acerca deste fenômeno, os termos de transferência interfacial são normalmente desconsiderados nas equações de transporte para k e ϵ .
- Os termos fonte de produção e dissipação de turbulência (k e ϵ), serão afetados pela presença de outras fases. No caso de escoamentos dispersos, as bolhas de maior tamanho aumentarão a produção de turbulência devido à esteira de desprendimento, enquanto as de menor tamanho (da ordem das menores escalas de turbulência) aumentarão a dissipação da turbulência (Crowe (1993)). A maioria das abordagens específicas para a turbulência em escoamentos multifásicos, baseiam-se na modificação dos termos fontes de produção e dissipação de energia cinética turbulenta, levando em consideração este conceito (Rizk & Elghobashi (1989), Troshko & Hassan (2001b), entre outros).

- As funções de parede normalmente utilizadas no caso monofásico, não são aplicáveis em escoamentos multifásicos. Pode-se ver que os perfis de velocidade logarítmicos normalmente utilizados são afetados pela presença de outras fases (Troshko & Hassan (2001a)). Estas funções podem ser utilizadas quando as frações volumétricas das fases dispersas são baixas próximo das paredes (isto pode ser considerado quando a força de lubrificação de parede é incluída).

A recomendação dada na literatura para escoamentos de bolhas é a utilização do modelo apresentado por Sato & Sekouguchi (1975) para levar em consideração o efeito da presença da fase dispersa na turbulência da fase contínua. Este modelo consiste, basicamente, em acrescentar um termo à viscosidade efetiva da fase contínua que leva em consideração a turbulência induzida pela fase dispersa.

Foge do escopo deste trabalho o aprofundamento do estudo da modelagem da turbulência em escoamentos multifásicos. Este é um tópico extremamente aberto e é objeto de pesquisas em diversas grupos ao redor do mundo. Como comentado, será utilizado neste trabalho um modelo padrão baseado no modelo k - ε , e introduzido os efeitos da fase dispersa através do modelo de Sato. Algumas abordagens particulares para a modelagem da turbulência em escoamentos de bolhas podem ser encontradas, por exemplo, em, Wang *et al* (1987), Rizk & Elghobashi (1989), Lopez de Bertodano *et al* (1994b), Deen *et al* (2001), Troshko & Hassan (2001b), entre várias outras referências.

Assim, seguindo a proposta feita para o modelo matemático, será utilizado o modelo de Sato, tal como descrito, para a fase contínua, e será anulada a viscosidade para a fase dispersa.

O modelo matemático descrito, será implementado através do pacote comercial CFX4[®]. Uma descrição geral deste software será apresentada no próximo capítulo, juntamente com uma descrição geral das abordagens mais utilizadas para a resolução numérica das equações governantes de escoamentos multifásicos, no contexto da metodologia de volumes finitos serão apresentadas.

Capítulo 3 – Formulação Numérica

O propósito deste capítulo é apresentar as principais características das metodologias numéricas mais comumente utilizadas para a solução das equações governantes de escoamentos multifásicos apresentadas no Capítulo 2. Será mostrada a metodologia utilizada neste trabalho (solução segregada empregando coordenadas curvilíneas generalizadas) e também será descrita em forma sucinta a solução acoplada do sistema de equações diferenciais que representam o modelo de dois fluídos, sendo esta última abordagem, o estado-da-arte na solução numérica de escoamentos multifásicos. A abordagem segregada para a solução das equações foi utilizada até pouco tempo atrás devido, principalmente, porque a solução acoplada exige grande memória computacional que não era disponível. Com o aumento da capacidade dos computadores, as abordagens acopladas começaram a ser mais utilizadas em aplicações industriais a partir da década de noventa. Até então estes algoritmos ficaram restritos ao uso acadêmico.

A análise aqui apresentada será focada nas metodologias numéricas utilizadas para a solução das equações que representam o modelo de dois fluídos, que é o foco do trabalho e, como já comentado, o mais utilizado para o estudo de escoamentos multifásicos, tanto em nível acadêmico como industrial.

3.1 Solução segregada e acoplada das equações governantes

De forma geral os problemas envolvendo mecânica dos fluidos e transferência de calor requerem a solução de sistemas de equações acopladas, pois as variáveis principais das equações aparecem em outras equações. Em particular, no caso das equações de Navier-Stokes, as equações estão acopladas pelo fato que as diferentes incógnitas, u , v , w e p aparecem em diferentes equações. Mesmo quando nas equações da conservação da quantidade de movimento linearizadas aparece apenas uma componente da velocidade, já que as outras componentes foram colocadas na matriz de coeficientes, todas as equações, incluindo a conservação da massa, estarão fortemente acopladas fisicamente pela variável pressão. O gradiente de pressão influenciará de forma importante no balanço de quantidade de movimento e, portanto, no campo de velocidades que definirão o balanço de massa. Entretanto, este fato não aparece de forma clara nas equações, já que a pressão não aparece explicitamente na equação de conservação da massa, porém, fisicamente, o balanço de massa é definido pelo gradiente de pressão. Uma discussão interessante sobre a relação entre a pressão e a conservação da massa pode ser encontrada em Ferziger, J. H. & Peric, M (2001), pp 194-195.

Existem inúmeras metodologias numéricas para resolver este acoplamento. Estas metodologias podem ser basicamente divididas em dois tipos de abordagens: **solução segregada** e **solução acoplada ou simultânea** das equações de conservação.

Entende-se por **solução segregada** de um sistema de equações diferenciais parciais ao método de solução que consiste na resolução de cada equação em forma separada e seqüencial. Nesta abordagem, cada equação é resolvida para a sua variável principal e as outras variáveis são tratadas como conhecidas, utilizando-se o “melhor” valor disponível, ou seja, o valor obtido na iteração anterior. Entretanto, como será visto mais adiante, algumas metodologias específicas, embasadas fisicamente, são necessárias para direcionar a solução para a convergência do sistema, já que o forte acoplamento físico entre variáveis como velocidade e pressão fazem com que a simples resolução seqüencial das equações nem sempre leve a convergência da solução.

A **solução acoplada** das equações consiste em resolver todas as equações em forma conjunta a partir do mesmo sistema linear. Desta forma qualquer acoplamento entre as variáveis estará automaticamente resolvido, restando apenas as não linearidades, para as quais será necessária a solução iterativa. Entretanto, tal solução será sempre mais robusta que no caso segregado.

Numericamente, após a aplicação de um operador numérico linear, uma equação diferencial parcial, pode ser representada como:

$$L_N [EDP(\phi)] = [A][\Phi] = [B] \quad (3.1)$$

Para o caso das equações da conservação da massa e quantidade de movimento, considerando um sistema monofásico e escoamento incompressível, por simplicidade, aplicando um operador numérico linear temos,

$$L_N^M \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \right] = A^M u + A^M v + A^M w = 0$$

$$L_N^{QM} \left[\begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{U}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) = \\ \nabla \cdot (\mathbf{T} + \mathbf{T}^{Turb}) - \nabla p + \mathbf{f} \end{array} \right] = \begin{cases} A^{uu} u + A^{pu} p = B^u \\ A^{vv} v + A^{pv} p = B^v \\ A^{ww} w + A^{pw} p = B^w \end{cases} \quad (3.2)$$

Do lado direito das equações, tem-se quatro sistemas lineares com quatro incógnitas. Observa-se que, no caso das equações da conservação da quantidade de movimento, em cada equação aparece a velocidade correspondente a cada direção e a pressão. Entretanto, esta variável não aparece na equação da conservação da massa. Colocando o sistema em forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} A^{uu} & 0 & 0 & A^{pu} \\ 0 & A^{vv} & 0 & A^{pv} \\ 0 & 0 & A^{ww} & A^{pw} \\ A^{mu} & A^{mv} & A^{mw} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^u \\ B^v \\ B^w \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Observa-se que, colocado desta forma, aparecerão termos nulos na diagonal principal, o que inviabiliza a solução do sistema linear por métodos iterativos. Eis o principal problema na resolução numérica das equações de conservação na forma

acoplada. Como será visto nas seções seguintes, o problema é resolvido a partir da criação de uma equação para a pressão a partir da equação da conservação da massa. Este procedimento será descrito na seção 3.3.

Por outro lado, no caso da solução segregada das equações, o forte acoplamento físico entre velocidade e pressão faz com que surja também a necessidade de criar uma equação para a pressão através da equação da conservação da massa.

As seções seguintes apresentam em uma forma mais detalhada as abordagens descritas, onde também será abordada a questão do acoplamento entre fases, tanto na solução segregada quanto a solução acoplada das equações.

3.2 Solução segregada das equações

Em se tratando da solução das equações governantes de escoamentos multifásicos, existem dois acoplamentos que devem ser considerados, o acoplamento entre a pressão e velocidade e o acoplamento entre as equações governantes das diferentes fases. O problema do acoplamento pressão-velocidade é um clássico na solução de problemas envolvendo escoamentos incompressíveis ou fracamente compressíveis (Raithby & Schneider (1979), Maliska, C. R. (2004), cap. 6).

O problema principal na solução das equações de conservação da massa e quantidade de movimento, é que este sistema de equações diferenciais parciais é um sistema compatível determinado por consistir em quatro equações com quatro incógnitas (u , v , w e p), porém a pressão esta presente apenas nas equações da conservação da quantidade de movimento não aparecendo na equação da conservação da massa.

Após a integração numérica das equações governantes de um escoamento, considerado isotérmico por simplicidade, obtêm-se sistema de equações lineares como (Maliska (2004)),

$$\frac{M_P - M_P^0}{\Delta t} + \sum_{nb} \dot{M}_{NB} = 0 \quad (3.4)$$

$$A_p u_P = \sum_{NB} A_{nb} u_{NB} - L[P^u] \Delta V + B^u$$

$$A_p v_P = \sum_{NB} A_{nb} v_{NB} - L[P^v] \Delta V + B^v$$

$$A_p w_P = \sum_{NB} A_{nb} w_{NB} - L[P^w] \Delta V + B^w$$

$$p = p(\rho, T_C)$$

Escritas desta forma, estas equações representam a conservação da massa e quantidade de movimento, integradas utilizando o método dos Volumes Finitos. Independentemente da metodologia utilizada para a integração das mesmas (formulação baseada em elementos ou volumes, malhas estruturadas ou não estruturadas etc.) o sistema linear obtido poderá ser expresso da forma acima. A última equação do sistema representa a equação de estado do fluido em questão, onde o sub-índice “C” indica que a temperatura foi considerada constante.

Quando a massa específica varia significativamente com a pressão, ou seja, em escoamentos compressíveis, o fechamento do problema é feito a partir da equação de estado, calculando a massa específica a partir da equação da conservação da massa, que aparece explicitamente nessa equação, e a pressão é calculada utilizando a equação de estado. Em escoamentos incompressíveis ou fracamente compressíveis, pequenas variações de massa específica levarão a grandes variações de pressão. Desta forma, quando a massa específica é calculada através da equação da conservação da massa, pequenos erros de cálculo na mesma, inevitáveis em cálculos numéricos, induzirão grandes erros no cálculo da pressão, introduzindo oscilações numéricas que levarão a divergência do problema.

Surgem desta forma, diversas metodologias para o fechamento do problema do acoplamento pressão-velocidade, em escoamentos incompressíveis ou quase incompressíveis, a massa específica é apenas função da temperatura. Basicamente, a solução mais comumente utilizada para a solução deste problema, é a criação de uma equação para a pressão a partir da equação da conservação da massa. Devido aos fatos comentados no parágrafo anterior, este tipo de abordagem é comumente chamada na literatura de formulação incompressível ou “baseada em pressão”.

Excede entretanto o escopo deste trabalho a descrição detalhada destas metodologias, que tem sido objeto de pesquisas nas décadas de 70, 80 e 90, até o surgimento dos *solvers* acoplados, em meados da década dos 90, quando este tipo de solução começou a ser implementada em softwares comerciais. Assim, será apenas brevemente descrita a idéia básica deste tipo de metodologia. Detalhes destas metodologias podem ser encontrados, por exemplo, em Maliska, C. R. (2004), Ferziger, J. H. & Peric, M (2001), Van Doormal & Raithby (1984), entre outras varias referencias.

Outro acoplamento importante que deve ser considerado na solução numérica de escoamentos multifásicos é o acoplamento entre fases. Fisicamente este acoplamento corresponde a interação entre as fases e matematicamente este fenômeno se vê refletido nos termos de transferência de quantidade de movimento entre fases, onde a velocidade de uma fase aparece na equação da conservação da quantidade de movimento da outra e vice versa.

A maneira mais direta de tratar este acoplamento é em forma **explicita** onde as forças de interface são calculadas a partir dos valores de velocidade das fases disponíveis, ou seja, calculados na iteração anterior. Entretanto, como em qualquer tratamento explicito, a convergência é difícil quando o acoplamento é forte, como no caso de escoamentos em padrão de bolhas.

Por outro lado existe uma dificuldade para a consideração implícita de tal acoplamento quando as equações são resolvidas em forma seqüencial, da forma que é feito no caso do acoplamento pressão velocidade. Nesse caso, como já comentado, existe uma forte relação física entre o campo de pressão e a conservação da massa e, a idéia da criação de uma equação para a pressão a partir da equação da conservação da massa surge naturalmente. Tal equação atua como um acoplador entre as diferentes componentes da velocidade e a pressão.

No caso do acoplamento entre fases, as variáveis que aparecem no termo de transferência interfacial, que representa tal acoplamento, são resolvidas a partir de da equação respectiva de cada fase, não existindo uma equação explicita para o calculo deste termo. Desta forma surgem diversas metodologias para o tratamento deste delicado acoplamento que serão descritas a seguir. Basicamente serão aqui descritos o tratamento explícito, parcialmente implícito e os algoritmos PEA (*Partial Elimination Algorithm*) e SINCE (*Simultaneous solution of Non-linearly Coupled Equations*) da

forma apresentado por Karema & Lo (1999). Nesse trabalho os autores descrevem em detalhe a metodologia utilizada no pacote CFX4[®], que foi o software utilizado neste trabalho.

Colocando as equações governantes para o modelo de dois fluídos em uma forma conveniente para resolução numérica, linearizando o termo de transferência de quantidade de movimento interfacial e separando o mesmo e força de arraste e de outras forças, temos,

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_\alpha \rho_\alpha) + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha \mathbf{U}_\alpha) = \sum_{\beta=1}^N (\dot{m}_{\alpha\beta} - \dot{m}_{\beta\alpha}) = \Gamma_\alpha \quad (3.5)$$

para a conservação da massa da fase α e,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(r_\alpha \rho_\alpha \mathbf{U}_\alpha) + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha \mathbf{U}_\alpha \otimes \mathbf{U}_\alpha) - \nabla \cdot (r_\alpha \mu_\alpha (\nabla \mathbf{U}_\alpha + (\nabla \mathbf{U}_\alpha)^T)) \\ & = -r_\alpha \nabla p + r_\alpha \rho_\alpha \mathbf{g} + \sum_{\beta=1}^{N_p} M_{I\alpha} \end{aligned} \quad (3.6)$$

para a conservação da quantidade de movimento, onde o termo linearizado de transferência de quantidade de movimento é dado por,

$$M_{I\alpha} = (\dot{m}_{\beta\alpha} \mathbf{U}_\beta - \dot{m}_{\alpha\beta} \mathbf{U}_\alpha) + C_{\alpha\beta} (\mathbf{U}_\beta - \mathbf{U}_\alpha) + \mathbf{F}_\alpha^O \quad (3.7)$$

A equação de transporte de um escalar genérico Φ em um sistema multifásico, pode ser escrita como,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(r_\alpha \rho_\alpha \Phi_\alpha) + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha \mathbf{U}_\alpha \Phi_\alpha) - \nabla \cdot (r_\alpha \Gamma_{eff} \nabla \Phi_\alpha) = \sum_{\beta=1}^{N_p} C_{\alpha\beta} (\Phi_\beta - \Phi_\alpha) + \\ & + \sum_{\beta=1}^{N_p} (\dot{m}_{\alpha\beta} \Phi_\beta - \dot{m}_{\beta\alpha} \Phi_\alpha) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Como descrito no Capítulo 2, os termos na equação (3.7) representam, respectivamente, a transferência convectiva e difusiva de quantidade de movimento através da interface. O termo \mathbf{F}^O é introduzido para representar outras forças de campo que não a gravidade. Entretanto, neste trabalho, algumas forças de interface como

força de sustentação (*Lift*) e Massa Virtual serão implementadas como sendo forças de campo adicionais em cada fase, sendo o seu tratamento numérico, portanto, o mesmo tratamento dado a este termo. Assim, o termo F^O será utilizado para representar as forças de interface diferentes do arraste. Como comentado no Capítulo 2, estas forças são chamadas na literatura de *non-drag forces* (forças que não a de arraste). Isto porque, de forma geral, esta força é a mais importante e, na maioria das aplicações a única considerada. Entretanto, como será visto no Capítulo 5, em escoamentos acelerados de bolhas estas forças podem se tornar importantes e devem ser consideradas.

Alem da questão da resolução numérica do acoplamento entre fases, serão também discutidas neste Capítulo as metodologias para a discretização numérica de geometrias complexas. Será apresentada nesta seção a abordagem segregada, utilizando coordenadas curvilíneas generalizadas (Maliska, C. R. (1981)) que é a metodologia utilizada no pacote CFX4[®].

Serão aqui apresentadas as equações discretizadas utilizando coordenadas curvilíneas generalizadas, deixando para a próxima seção a descrição sucinta das metodologias para malhas não estruturadas, utilizando metodologias baseadas em elementos, no contexto da abordagem acoplada para a solução das equações de conservação. A combinação destas abordagens representa hoje o Estado-da-Arte em solução numérica de escoamentos multifásicos. Entretanto, optou-se pela utilização da abordagem segregada utilizando coordenadas curvilíneas generalizadas pelo fato que os códigos comerciais que utilizam estas metodologias (CFX4), tem mais tempo no mercado e, portanto, estão melhor validados.

Fundamentalmente, a discretização baseada em coordenadas curvilíneas generalizadas consiste em expressar as equações de conservação, as quais desejam se resolver em uma geometria complexa, num plano computacional transformado cuja geometria é simples, através de funções de mapeamento ou transformação,

$$\begin{aligned}\xi &= \xi(x, y, z) \\ \eta &= \eta(x, y, z) \\ \zeta &= \zeta(x, y, z)\end{aligned}\tag{3.9}$$

Logo, as equações são numericamente resolvidas neste plano transformado. A Figura 3.1 mostra os conceitos de domínio físico e transformado.

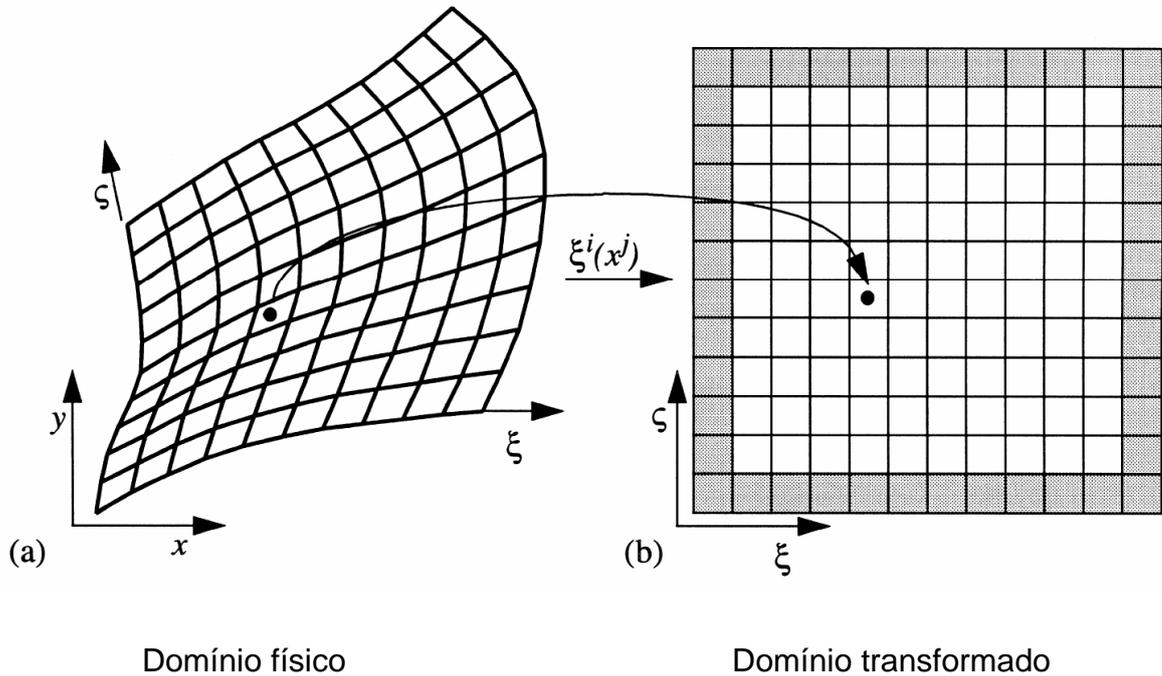


Figura 3.1 – Malhas nos dominós físico e transformado (caso bidimensional) e conceito de mapeamento (de Karema & Lo (1999))

Expressando as equações da conservação da massa e quantidade de movimento e transporte de um escalar genérico, em coordenadas curvilíneas generalizadas para um sistema multifásico, considerando que não existe transferência de massa entre fases, tem-se,

$$\frac{\partial}{\partial t}(|J|r_\alpha\rho_\alpha) + \frac{\partial}{\partial \xi^j}(r_\alpha\rho_\alpha U_\alpha^j) = 0 \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}(|J|r_\alpha\rho_\alpha U_\alpha^i) + \frac{\partial}{\partial \xi^j}(r_\alpha\rho_\alpha \tilde{U}^j U_\alpha^i) - \frac{\partial}{\partial \xi^j} \left(r_\alpha \mu_\alpha \frac{A_k^j A_k^i}{|J|} \frac{\partial U^i}{\partial \xi^m} \right) = -r_\alpha A_i^j \frac{\partial p}{\partial \xi^j} + \\ &+ r_\alpha \rho_\alpha g |J| + \sum_{\beta=1}^{N_p} |J| C_{\alpha\beta}^{U_i} (U_\beta^i - U_\alpha^i) + |J| \mathbf{F}_\alpha^O \end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (|J| r_\alpha \rho_\alpha \Phi_\alpha) + \frac{\partial}{\partial \xi^j} (r_\alpha \rho_\alpha \tilde{U}_\alpha^j \Phi_\alpha) - \frac{\partial}{\partial \xi^j} \left(r_\alpha \Gamma_\alpha \frac{A_k^j A_k^l}{|J|} \frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial \xi^m} \right) = |J| S_\alpha^\Phi + \\ + \sum_\alpha |J| C_{\alpha\beta}^\Phi (\Phi_\beta - \Phi_\alpha) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Onde $|J|$ é o determinante da matriz jacobiana e A_i^j as adjuntas desta matriz dada por,

$$J = \begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

e U_α representam as componentes contravariantes da velocidade. Estas velocidades são normais às faces do volume de controle no domínio físico e são, portanto, utilizadas para calcular os fluxos mássicos através das mesmas nos balanços de propriedades nos volumes de controle. Estas velocidades são dadas por,

$$\tilde{U}_\alpha^k = \frac{\partial \xi^k}{\partial x} V_\alpha^x + \frac{\partial \xi^k}{\partial y} V_\alpha^y + \frac{\partial \xi^k}{\partial z} V_\alpha^z \quad (3.14)$$

As linhas da matriz jacobiana inversa $A_i^j = A^j$, representam os vetores normais às faces do volume de controle no domínio físico, de acordo como mostrado na Figura 3.2.

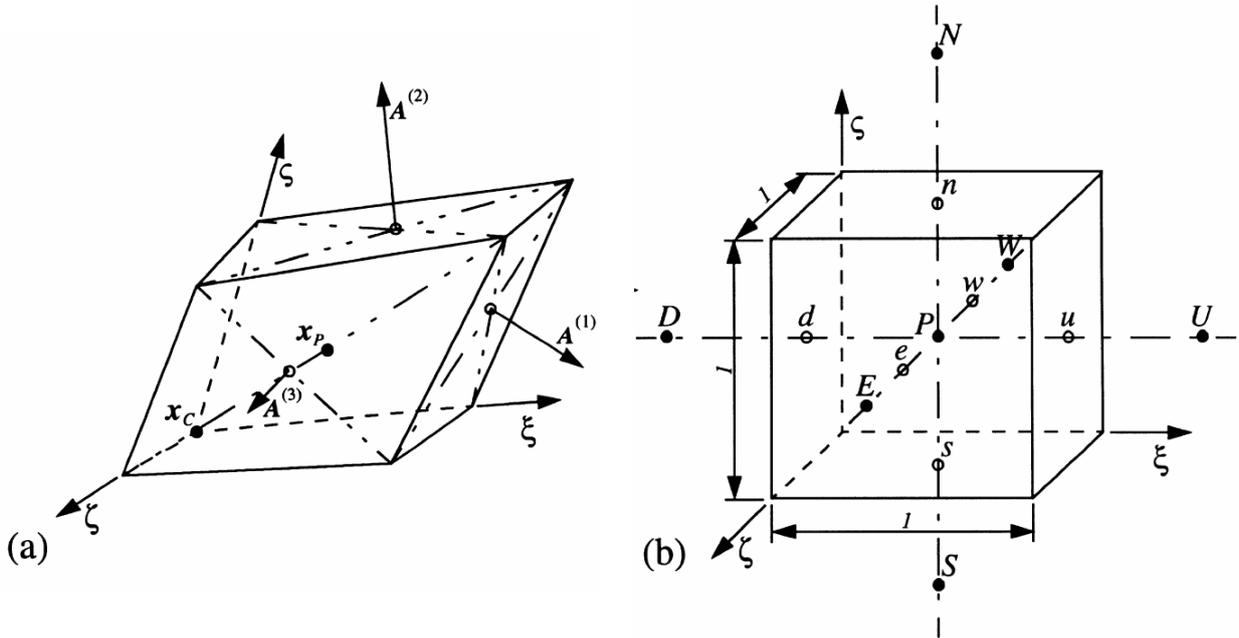


Figura 3.2 – Volumes de controle domínios físico (a) e transformado (b)

Os vetores \mathbf{A}^j são chamados de vetores contravariantes e representam os vetores normais a uma superfície $\xi_j = \text{cte.}$, ou seja, $\mathbf{A}^j = \nabla \xi_j$, e as suas componentes aparecem na matriz Jacobiana inversa,

$$J^{-1} = \frac{1}{|J|} \begin{pmatrix} (y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) & -(x_\eta z_\zeta - x_\zeta z_\eta) & (x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta) \\ -(y_\xi z_\zeta - y_\zeta z_\xi) & (x_\xi z_\zeta - x_\zeta z_\xi) & -(x_\xi y_\zeta - x_\zeta y_\xi) \\ (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) & -(x_\xi z_\eta - x_\eta z_\xi) & (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Detalhes adicionais sobre esta transformação e o significado das variáveis utilizadas na mesma podem ser encontrados em (Maliska, C. R. (2004)).

Em se tratando de escoamentos multifásicos, os fluxos são calculados considerando a região das faces onde escoar a fase para a qual se estão realizando os balanços. Assim, a componente normal à fase da velocidade superficial, introduzida no Capítulo 2, é utilizada. Da mesma forma, podemos definir uma velocidade contravariante superficial como sendo,

$$\tilde{J}_\alpha^j = \frac{\partial \xi^j}{\partial x} r_\alpha V_\alpha^x + \frac{\partial \xi^j}{\partial y} r_\alpha V_\alpha^y + \frac{\partial \xi^j}{\partial z} r_\alpha V_\alpha^z = r_\alpha \tilde{U}_\alpha^j \quad (3.16)$$

Embora não utilizada explicitamente nas equações discretizadas, é interessante definir este conceito, já que a velocidade contravariante superficial representa o fluxo volumétrico da fase α através das faces dos volumes de controle. Ainda, é interessante colocar que este conceito pode ser estendido a qualquer tipo de método de discretização utilizado, baseado em volumes de controle. Sempre que for feito um balanço de qualquer variável em escoamentos multifásicos, os fluxos nas fases do volume de controle serão multiplicados pela fração volumétrica da fase.

3.2.1 Integração das equações – Método dos Volumes Finitos Clássico

Integrando as equações (3.10) e (3.11) num volume de controle tal como mostrado na Figura 3.2, utilizando uma função de interpolação adequada¹¹ e agrupando os coeficientes que multiplicam a variável no ponto P e as variáveis nos volumes vizinhos (NB), obtêm-se,

$$\dot{M}_\alpha^e - \dot{M}_\alpha^w + \dot{M}_\alpha^n - \dot{M}_\alpha^s + \dot{M}_\alpha^f - \dot{M}_\alpha^b = 0 \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} A_{U_\alpha^i}^P U_\alpha^i|_P &= \sum_{nb, NB} A_{U_\alpha^i}^{nb} U_\alpha^i|_{NB} - L[P_{U_i}]_P V_P + \sum_{\beta=1}^{N_P} C_{\alpha\beta}^{U_i}|_P (U_\beta^i|_P - U_\alpha^i|_P) V_P \\ &+ {}^P F_{i\alpha}^O|_P U_\alpha^i|_P V_P + {}^C F_{i\alpha}^O|_P V_P + r_\alpha \rho_\alpha|_P g^i V_P + \frac{M_{\alpha P}^0}{\Delta t} U_\alpha^i|_P^0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

onde $L[P_{U_i}]_P$ representa a forma numérica do gradiente de pressão avaliado no centro do volume (P), $M_\alpha^{e,w,n,s}$ representam as vazões mássicas da fase α nas faces do volume de controle e os sub-índices nb e NB representam os locais onde as variáveis são calculadas ou armazenadas, sendo respectivamente as faces dos volumes vizinhos e os centros dos mesmos. Na equação (3.18) o termo que representa as forças de interface adicionais foi linearizado. Outras fontes de quantidade de movimento deverão ser tratadas da mesma forma.

¹¹ Para avaliar as variáveis nas faces dos volumes de controle ($e, w, n, s, etc.$), requerer-se-á uma função de interpolação (ver Maliska, C. R. (2004), cap. 4).

A equação de transporte discretizada de um escalar genérico em um escoamento multifásico é dada por,

$$A_{\Phi_\alpha}^P \Phi_\alpha|_P = \sum_{nb, NB} A_{\Phi_\alpha}^{nb} \Phi_\alpha|_{NB} + \sum_{\beta=1}^{N_p} C_{\alpha\beta}^\Phi|_P (\Phi_\beta|_P - \Phi_\alpha|_P) V_P + S_{\Phi_\alpha}^P|_P \Phi_\alpha|_P V_P + S_{\Phi_\alpha}^C|_P + \frac{M_{\alpha P}^0}{\Delta t} \Phi_\alpha|_P^0 \quad (3.19)$$

Nas equações (3.18) e (3.19),

$$A_{U_a^i}^P = \sum_{nb, NB} A_{U_a^i}^{nb} U_a^i|_{NB} + \frac{M_{\alpha P}}{\Delta t} \quad (3.20)$$

$$A_{\Phi_\alpha}^P = \sum_{nb, NB} A_{\Phi_\alpha}^{nb} + \frac{M_{\alpha P}}{\Delta t}$$

onde $M_{\alpha P}$ e $M_{\alpha P}^0$ representam respectivamente a massa da fase α presente no volume de controle no instante atual e no passo de tempo anterior, e o supraíndice “0” indica a variável independente avaliada no passo de tempo anterior.

Um aspecto interessante das metodologias de volumes finitos é o contínuo apelo físico em todas as etapas do processo de discretização. Nas equações discretizadas podem ser reconhecidos os termos correspondentes aos balanços de propriedades nos volumes de controle. O termo do lado esquerdo na equação (3.19) corresponde à variação volumétrica da propriedade, o primeiro termo do lado direito corresponde aos fluxos em todas as faces do volume de controle, o segundo termo, que aparecerá apenas no caso do modelo de dois fluidos para escoamentos multifásicos, representa o transporte da propriedade através da interface, e o terceiro e quarto termo representam a linearização do termo fonte. No caso da equação de transporte de quantidade de movimento aparecerá um termo adicional representando o gradiente de pressão.

3.2.2 Algoritmos de acoplamento interfacial

Como comentado, no caso de escoamentos multifásicos, as equações de conservação estarão fortemente acopladas através do termo de transferência interfacial. Este acoplamento é particularmente importante no caso de transferência de quantidade de movimento em escoamentos em padrão de bolhas. Desta forma, é

requerido o tratamento implícito do acoplamento entre fases para obter a convergência da solução numérica.

Em ordem crescente de complexidade, serão descritos os métodos; totalmente explícito, parcialmente implícito, Algoritmo de Eliminação Parcial (PEA) e a sua generalização para o caso de mais de duas fases, a solução Simultânea de Equações Não - linearmente Acopladas (SINCE).

3.2.2.1 Tratamento totalmente explícito

Este método simplesmente calcula os termos de transferência interfacial a partir dos valores disponíveis das variáveis dependentes. De forma a facilitar a notação, chamaremos de coeficientes “Base”, os coeficientes e termos fonte das equações linearizadas, tal como aparecem na equação (3.19), porém sem considerar o termo de transferência interfacial. Em todos os esquemas de acoplamento, as equações serão expressas da forma,

$$A_{\Phi_\alpha}^P \Phi_\alpha|_P = \sum_{nb, NB} A_{\Phi_\alpha}^{nb} \Phi_\alpha|_{NB} + B_{\Phi_\alpha} \quad (3.21)$$

ou, em forma matricial,

$$[A][\Phi] = [B] \quad (3.22)$$

Na equação (3.21), A^P representa o coeficiente da diagonal principal da matriz, A^{nb} os coeficientes fora da diagonal principal e B_ϕ o termo independente. Neste caso,

$$\begin{aligned} A_{\Phi_\alpha}^P &= \sum_{nb} A_{\Phi_\alpha}^{nb} + S_{\Phi_\alpha|_P}^P V_P + \frac{M_{\alpha P}}{\Delta t} = A_{\Phi_\alpha}^{P \text{ Base}} \\ B_{\Phi_\alpha} &= \underbrace{S_{\Phi_\alpha|_P}^C V_P + \frac{M_{\alpha P}^0}{\Delta t} \Phi_\alpha|_P^0}_{B_{\Phi_\alpha}^{\text{Base}}} + \sum_{\beta=1}^{N_P} C_{\alpha\beta}^\Phi|_P \left(\Phi_\beta^*|_P - \Phi_\alpha^*|_P \right) V_P = \\ &= B_{\Phi_\alpha}^{\text{Base}} + \sum_{\beta=1}^{N_P} C_{\alpha\beta}^\Phi|_P \left(\Phi_\beta^*|_P - \Phi_\alpha^*|_P \right) V_P \end{aligned} \quad (3.23)$$

Nas equações acima, os asteriscos indicam valores disponíveis da iteração anterior. Neste caso os coeficientes da matriz não são modificados e todos os termos

de transferência de interface são considerados no termo independente no sistema de equações lineares. Obviamente isto será bastante prejudicial para a convergência. Uma alternativa simples, que não introduz grande complexidade é linearizar o termo de transferência interfacial de forma similar à linearização do termo fonte comumente utilizada. Esta metodologia é descrita a seguir.

3.2.2.2 Tratamento parcialmente implícito

Esta metodologia consiste em linearizar o termo de transferência interfacial avaliando parte deste termo implicitamente. Para qualquer variável, o termo de transferência interfacial será dado pela multiplicação de um coeficiente, que poderá ser função da própria variável dependente, pela diferença entre a variável da fase em questão menos a mesma variável na outra fase. Assim, a proposta deste método é avaliar implicitamente a parte correspondente à fase da própria equação. Desta forma, tendo como base os coeficientes e o termo fonte mostrados na equação (3.23), o coeficiente A_P e o termo fonte serão, neste caso,

$$A_{\Phi_\alpha}^P = A_{\Phi_\alpha}^{P\ Base} + \sum_{\beta=1}^{N_p} C_{\alpha\beta}^\Phi \Big|_P V_P \quad (3.24)$$

$$B_{\Phi_\alpha} = B_{\Phi_\alpha}^{Base} + \sum_{\beta=1}^{N_p} C_{\alpha\beta}^\Phi \Big|_P \Phi_\beta^* \Big|_P V_P$$

Desta forma a parte do termo de transferência é avaliado implicitamente como incógnita do sistema de equações lineares, dado pela equação (3.21)

3.2.2.3 Algoritmo de Eliminação Parcial – PEA

Para o caso onde apenas duas fases são consideradas, as equações de transporte para uma variável genérica de cada fase podem ser expressas como,

$$A_{\Phi_\alpha}^{P\ Base} \Phi_\alpha \Big|_P = \sum_{nb, NB} A_{\Phi_\alpha}^{nb} \Phi_\alpha \Big|_{NB} + C_{\alpha\beta}^\Phi \Big|_P \left(\Phi_\beta \Big|_P - \Phi_\alpha \Big|_P \right) V_P + B_{\Phi_\alpha}^{Base} \quad (3.25)$$

$$A_{\Phi_\beta}^{PBase} \Phi_\beta|_P = \sum_{nb, NB} A_{\Phi_\beta}^{nb} \Phi_\beta|_{NB} + C_{\alpha\beta}^\Phi|_P \left(\Phi_\alpha|_P - \Phi_\beta|_P \right) V_P + B_{\Phi_\beta}^{Base} \quad (3.26)$$

Somando a equação (3.25) à (3.26), o balanço para a mistura será dado por,

$$A_{\Phi_\alpha}^{PBase} \Phi_\alpha|_P + A_{\Phi_\beta}^{PBase} \Phi_\beta|_P = \sum_{nb, NB} A_{\Phi_\alpha}^{nb} \Phi_\alpha|_{NB} + \sum_{nb, NB} A_{\Phi_\beta}^{nb} \Phi_\beta|_{NB} + B_{\Phi_\alpha}^{Base} + B_{\Phi_\beta}^{Base} \quad (3.27)$$

Isolando Φ_α e Φ_β da equação (3.27) e substituindo nas equações (3.25) e (3.26), obtêm-se as equações de conservação para cada fase como,

$$\underbrace{\left(A_{\Phi_\alpha}^{PBase} + \frac{C_{\alpha\beta}^\Phi|_P V_P}{A_{\Phi_\beta}^{PBase}} \left(A_{\Phi_\alpha}^{PBase} + A_{\Phi_\beta}^{PBase} \right) \right)}_{A_{\Phi_\alpha}^{PModif}} \Phi_\alpha|_P = \sum_{nb, NB} A_{\Phi_\alpha}^{nb} \Phi_\alpha|_{NB} + \underbrace{+ B_{\Phi_\alpha}^{Base} + \frac{C_{\alpha\beta}^\Phi|_P V_P}{A_{\Phi_\beta}^{PBase}} \left(\sum_{nb, NB} A_{\Phi_\alpha}^{nb} \Phi_\alpha|_{NB} + B_{\Phi_\alpha}^{Base} + \sum_{nb, NB} A_{\Phi_\beta}^{nb} \Phi_\beta|_{NB} + B_{\Phi_\beta}^{Base} \right)}_{B_{\Phi_\alpha}^{Modif}} \quad (3.28)$$

$$\underbrace{\left(A_{\Phi_\beta}^{PBase} + \frac{C_{\alpha\beta}^\Phi|_P V_P}{A_{\Phi_\alpha}^{PBase}} \left(A_{\Phi_\alpha}^{PBase} + A_{\Phi_\beta}^{PBase} \right) \right)}_{A_{\Phi_\beta}^{PModif}} \Phi_\beta|_P = \sum_{nb, NB} A_{\Phi_\beta}^{nb} \Phi_\beta|_{NB} + \underbrace{+ B_{\Phi_\beta}^{Base} + \frac{C_{\alpha\beta}^\Phi|_P V_P}{A_{\Phi_\alpha}^{PBase}} \left(\sum_{nb, NB} A_{\Phi_\alpha}^{nb} \Phi_\alpha|_{NB} + B_{\Phi_\alpha}^{Base} + \sum_{nb, NB} A_{\Phi_\beta}^{nb} \Phi_\beta|_{NB} + B_{\Phi_\beta}^{Base} \right)}_{B_{\Phi_\beta}^{Modif}} \quad (3.29)$$

Desta forma o tratamento do termo de transferência interfacial é totalmente implícito, já que todas as variáveis dependentes são avaliadas na iteração atual, ou seja entrarão como incógnitas no sistema de equações lineares.

3.2.2.4 Solução Simultânea de Equações Não-linearmente Acopladas (SINCE)

Este algoritmo consiste na generalização do Algoritmo de Eliminação Parcial (PEA) descrito na seção anterior para escoamentos com mais de duas fases. Embora neste trabalho tenham sido consideradas apenas duas fases, é interessante a descrição deste algoritmo pelo fato de possuir alguma similaridade com a metodologia acoplada que será descrita na seção seguinte.

Isolando a variável independente Φ_p na equação (3.25) para um número qualquer de fases, tem-se,

$$\begin{aligned}
 D_{\Phi_1}^P \Phi_1|_P &= \sum_{nb, NB} A_{\Phi_1}^{nb} \Phi_1|_{NB} + B_{\Phi_1}^{Base} + C_{12}^{\Phi}|_P \Phi_2|_P + C_{13}^{\Phi}|_P \Phi_3|_P + \dots + C_{1N_p}^{\Phi}|_P \Phi_{N_p}|_P \\
 D_{\Phi_2}^P \Phi_2|_P &= \sum_{nb, NB} A_{\Phi_2}^{nb} \Phi_2|_{NB} + B_{\Phi_2}^{Base} + C_{21}^{\Phi}|_P \Phi_1|_P + C_{23}^{\Phi}|_P \Phi_3|_P + \dots + C_{2N_p}^{\Phi}|_P \Phi_{N_p}|_P \\
 &\vdots \\
 D_{\Phi_{N_p}}^P \Phi_{N_p}|_P &= \sum_{nb, NB} A_{\Phi_{N_p}}^{nb} \Phi_{N_p}|_{NB} + B_{\Phi_{N_p}}^{Base} + C_{N_p1}^{\Phi}|_P \Phi_{N_p}|_P + C_{N_p2}^{\Phi}|_P \Phi_{N_p}|_P + \\
 &+ \dots + C_{(N_p-1)N_p}^{\Phi}|_P \Phi_{N_p-1}|_P
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

onde foi dado a cada fase um tratamento parcialmente implícito (seção 3.2.2.2), ou seja,

$$D_{\Phi_\alpha}^P = A_{\Phi_\alpha}^{Base} + \sum_{\beta=1}^{N_p} C_{\alpha\beta}^{\Phi}|_P \tag{3.31}$$

De forma a simplificar a notação, nas equações acima, o volume do volume de controle no domínio computacional, $V_{p=\Delta\xi\Delta\eta\Delta\zeta}$ foi considerado igual à unidade. Esta medida é comumente adotada em programas utilizando coordenadas generalizadas para simplificar a programação, já que não afeta os valores das variáveis no domínio físico.

Expressando a equação (3.30) em forma matricial tem-se,

$$\begin{pmatrix} D_{\Phi_1}^P & -C_{12}^\Phi & -C_{13}^\Phi & \dots & -C_{1N_P}^\Phi \\ -C_{21}^\Phi & D_{\Phi_2}^P & -C_{23}^\Phi & \dots & -C_{2N_P}^\Phi \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C_{N_P1}^\Phi & -C_{N_P2}^\Phi & -C_{N_P3}^\Phi & \dots & D_{\Phi_{N_P}}^P \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1|_P \\ \Phi_2|_P \\ \vdots \\ \Phi_{N_P}|_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{nb,NB} A_{\Phi_1}^{nb} \Phi_1^*|_{NB} + B_{\Phi_1}^{Base} \\ \sum_{nb,NB} A_{\Phi_2}^{nb} \Phi_2^*|_{NB} + B_{\Phi_2}^{Base} \\ \vdots \\ \sum_{nb,NB} A_{\Phi_{N_P}}^{nb} \Phi_{N_P}^*|_{NB} + B_{\Phi_{N_P}}^{Base} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Este sistema de equações deverá ser resolvido para cada volume de controle na malha computacional, obtendo-se uma nova estimativa para $\Phi_{\alpha}|_P$. Entretanto é importante salientar que o tratamento não é totalmente implícito como no caso do PEA pelo fato que os valores de $\Phi_{\alpha}|_{NB}$ que aparecem no termo independente, são os valores disponíveis da iteração anterior, ou seja, as equações são acopladas no termo de transferência interfacial, mas os termos convectivos e difusivos são avaliados a partir dos valores disponíveis das variáveis. Já no caso do PEA, todos os termos nas equações são avaliados de forma implícita. Assim, no caso de se resolver um problema bifásico, a metodologia PEA é a melhor alternativa. Esta foi a metodologia utilizada nas simulações realizadas neste trabalho.

No contexto da solução segregada, o acoplamento entre fases será resolvido em algum passo da seqüência de solução para o acoplamento pressão-velocidade. O tratamento clássico para a solução das equações da conservação da massa e quantidade de movimento num sistema multifásico é o algoritmo IPSA (*Interface Slip Algorithm*) (Spalding (1976), Spalding (1983)), que utiliza o método SIMPLE (Patankar & Spalding (1972)) para o tratamento do acoplamento pressão – velocidade, tratando o acoplamento entre faces em forma Parcialmente Implícita (secção 3.2.2.2).

A proposta apresentada em Karema & Lo (1999) através do algoritmo IPSA-C (*Interface Slip Algorithm - Coupled*) é a inclusão semi-implícita dos efeitos das outras fases através do método SINCE, no próprio passo de correção da pressão. Os algoritmos para o tratamento do acoplamento entre fases podem ser utilizados independentemente do tratamento dado ao acoplamento pressão-velocidade. Os acoplamentos pressão-velocidade e interfacial podem ser tratados em forma segregada, ou seja, resolver o acoplamento pressão-velocidade para cada fase e, em forma seqüencial, o acoplamento entre fases através de algum dos algoritmos descritos

nas seções precedentes. Entretanto, na proposta do IPISA ou IPISA-C, as equações de correção da velocidade que são substituídas na equação de conservação da massa, para a obtenção e uma equação para a pressão, já levam em consideração este acoplamento. No caso do PEA, os coeficientes utilizados nas equações de correção são os mostrados nas equações (3.28) e (3.29) e, no caso do SINCE e a equação (3.32) é resolvida, não para as componentes da velocidade $U_{\alpha P}^i$ mas para as correções das mesmas $\delta U_{\alpha P}^i = U_{\alpha P}^i - U_{\alpha P}^{i*}$, onde o asterisco indica o valor calculado da velocidade, para um campo de pressão não convergido. Maiores detalhes sobre este algoritmo excedem o escopo do trabalho e, podem ser encontrado em Karema & Lo (1999).

Os algoritmos IPISA e IPISA-C utilizam a equação da conservação da massa de uma das fases para o cálculo da pressão (que é compartilhada por todas as fases) e as equações da conservação da outras fases para a determinação das frações volumétricas de cada fase. Convencionalmente, é adotada a equação da conservação da massa da fase 1 para o cálculo da pressão e a fração volumétrica desta fase é obtida a partir da conservação do volume ($\sum r_i = 1$). Uma metodologia similar, porém resolvendo todas as equações (conservação da massa e quantidade de movimento, para ambas fases) simultaneamente, é utilizada nos algoritmos de resolução acoplada que serão descritos na seção seguinte.

3.3 Solução acoplada das equações

Como já comentado, a solução acoplada das equações consiste na resolução dos sistemas de equações lineares resultantes para cada uma das equações de conservação em forma simultânea. Neste caso, a aparição de termos nulos na diagonal principal da matriz de coeficientes mostrada esquematicamente na equação (3.3), independentemente da compressibilidade do escoamento, faz com que seja necessário o aparecimento da pressão na equação da conservação da massa.

Como comentado na seção anterior, embora sistemas advindos da discretização através de metodologias de Volumes Finitos Baseadas em Elementos (Maliska, C. R. (2004)) possam ser resolvidos em forma segregada, soluções acopladas são normalmente associadas a este tipo de discretização.

A metodologia de volumes finitos baseada em elementos é similar à metodologia clássica no sentido que balanços das propriedades são realizados nos volumes de controle nos quais é discretizado o domínio de cálculo, porém são introduzidas algumas características do método dos elementos finitos como o próprio conceito de elemento e **coordenadas locais**, o que facilita a formulação utilizando malhas não estruturadas, e a utilização de **funções de forma** para o cálculo dos valores das propriedades no interior dos elementos a partir dos valores nodais.

A principal vantagem da utilização de malhas não estruturadas reside na facilidade do tratamento geométrico, já que diferentes tipos de elementos podem ser utilizados como hexaedros, tetraedros, prismas, pirâmides etc.. Rigorosamente, discretizações baseadas neste tipo de elementos poderiam ser tratadas como malhas estruturadas, isto é, a partir de coordenadas globais, porém a sua implementação computacional e generalização para geometrias complexas seria tão complicada que carece totalmente de praticidade.

Esta metodologia consiste basicamente em realizar os balanços nos sub-volumes de controle nos quais são divididos os elementos para depois utilizar o conceito de montagem dos sub-volumes de controle para obter o balanço no volume finito. Desta forma, a discretização é realizada para um elemento e depois os sub-volumes de controle são reunidos dando lugar aos volumes de controle.

De forma a esclarecer este conceito, a Figura 3.3 (a) apresenta um elemento com os respectivos sub-volumes de controle. A Figura 3.3 (b) apresenta um volume de controle construído a partir da montagem de quatro sub-volumes de controle, pertencentes aos elementos adjacentes.

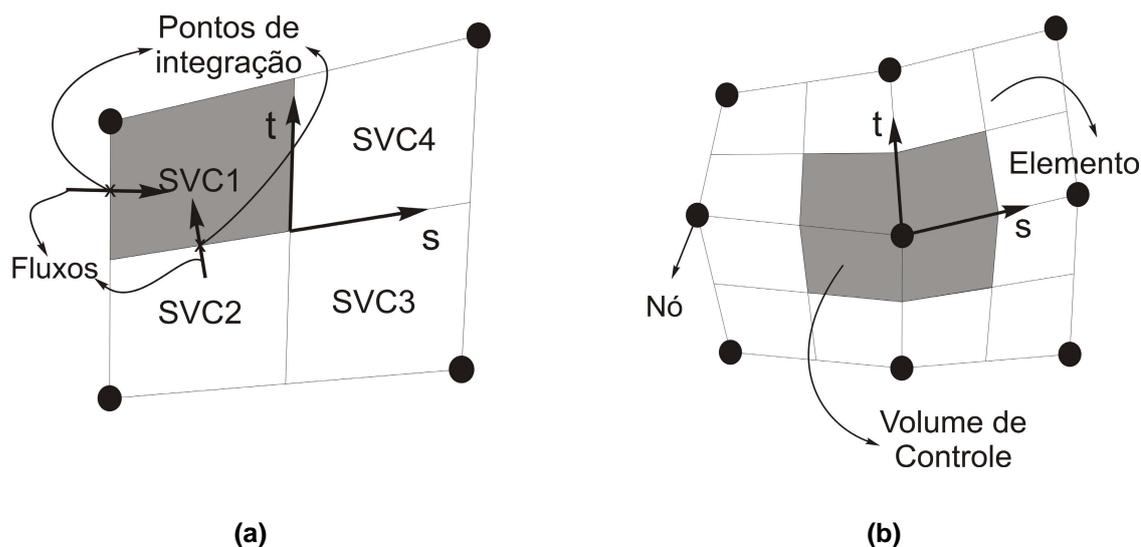


Figura 3.3 – Volumes de controle domínios físico (a) e transformado (b)

As coordenadas locais s e t são utilizadas para o cálculo das propriedades no interior dos elementos, necessárias para a avaliação dos fluxos nos pontos de integração, a partir dos valores nodais. Similarmente à relação entre as coordenadas nos domínios físico e computacional em sistemas de coordenadas generalizadas, relações podem se estabelecidas entre as coordenadas locais y globais, isto é tal relação pode ser vista como uma transformação de coordenadas. (Maliska, C. R. (2004), cap. 11). Observe que, como no caso de coordenadas generalizadas, as coordenadas locais seguem as linhas das fronteiras dos elementos facilitando a interpolação dos valores internos em função dos valores nodais. Foge do escopo deste trabalho, a descrição detalhada desta metodologia. Detalhes adicionais podem ser encontrados, por exemplo, em Baliga & Patankar (1980), Raw, M. J. (1985), , Maliska, C. R. (2004), entre outros.

Será entretanto descrita brevemente a metodologia utilizada para o tratamento do acoplamento entre fases utilizado nesta abordagem.

Como comentado na seção anterior, as equações obtidas a partir desta metodologia terão também a forma geral das equações (3.4). Neste caso, porém, os somatórios dos fluxos serão referidos aos pontos de integração, pi , em lugar dos “volumes vizinhos”, NB , como é no caso de malhas estruturadas.

Assim, as equações lineares discretizadas para a conservação da quantidade de movimento para os nos, serão dadas por,

$$\begin{aligned}
\left(A_{u_\alpha}^P + \sum_{\beta} C_{\alpha\beta} \right) u_\alpha^P &= \sum_I A_{pi} u_\alpha^{ip} - L[P^{u_\alpha}] \Delta V + B^{u_\alpha} \\
\left(A_{v_\alpha}^P + \sum_{\beta} C_{\alpha\beta} \right) v_\alpha^P &= \sum_I A_{pi} v_\alpha^{ip} - L[P^{v_\alpha}] \Delta V + B^{v_\alpha} \\
\left(A_{w_\alpha}^P + \sum_{\beta} C_{\alpha\beta} \right) w_\alpha^P &= \sum_I A_{pi} w_\alpha^{ip} - L[P^{w_\alpha}] \Delta V + B^{w_\alpha}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Nas equações acima, o termo de transferência interfacial é avaliado em forma similar ao algoritmo parcialmente implícito – PEA.

Uma forma proposta por Raw, M. J. (1985) para a eliminação dos zeros na diagonal principal da matriz de coeficientes, seguindo as idéias de Rhie & Chow (1983), é utilizar a própria equação da conservação da quantidade de movimento unidimensional ao longo de uma linha de corrente que passa pelo ponto de integração, como função de interpolação (ver Raw, M. J. (1985) ou Maliska, C. R. (2004)). Desta forma, a pressão aparecerá na função de interpolação utilizada para as velocidades na equação da massa. Assim as três componentes da velocidade e a pressão aparecerão em **todas** as equações permitindo resolver o sistema em forma acoplada.

No caso da abordagem segregada, as frações volumétricas que aparecem em todos os termos das equações de conservação, são avaliadas na iteração anterior. No caso da solução acoplada, procura-se avaliar mais implicitamente esta variável, de forma a conferir robustez ao algoritmo. A equação da conservação do volume,

$$\sum_{\alpha} r_{\alpha} = 1 \tag{3.34}$$

é utilizada para a obtenção do campo de pressão, compartilhado por todas as fases, e as equações da conservação da massa para cada a fase é utilizada para o cálculo da distribuição de fração volumétrica da fases.

Parta isto, a equação da conservação da massa é escrita como,

$$\frac{M_{\alpha}^P}{\Delta t} (r_{\alpha} - r_{\alpha}^0) + \sum_{nb} \rho_{\alpha} r_{\alpha ip}^0 \mathbf{U}_{\alpha ip} \cdot \mathbf{A}_{ip} = 0 \quad (3.35)$$

Na equação acima, os termos dentro do somatório representam os fluxos mássicos da fase α nas faces do volume de controle. Entretanto, as frações volumétricas são avaliadas explicitamente. O supra índice “0” indica que a variável é avaliada na iteração anterior.

Utilizando a interpolação de Rhie & Chow (1983) para correlacionar as velocidades nos pontos de integração com uma média das velocidades nodais mais um termo de redistribuição de pressão,

$$\mathbf{U}_{\alpha ip} - \bar{\mathbf{U}}_{\alpha N} = d_{\alpha ip} (\nabla \bar{P} - \nabla P)_N + \text{outros termos} \quad (3.36)$$

a equação (3.36) pode ser expressa como,

$$\frac{M_{\alpha}^P}{\Delta t} (r_{\alpha} - r_{\alpha}^0) + \sum_{nb} \rho_{\alpha} r_{\alpha ip}^0 (\bar{\mathbf{U}}_{\alpha N} + d_{\alpha ip} (\nabla \bar{P} - \nabla P)_N) \cdot \mathbf{A}_{ip} = 0 \quad (3.37)$$

ou,

$$r_{\alpha} = \frac{M_{\alpha}^P}{\Delta t} (r_{\alpha}^0) - \sum_{nb} \rho_{\alpha} r_{\alpha ip}^0 (\bar{\mathbf{U}}_{\alpha N} + d_{\alpha ip} (\nabla \bar{P} - \nabla P)_N) \cdot \mathbf{A}_{ip} \quad (3.38)$$

Substituindo a equação (3.38) na equação (3.34) obtêm-se um sistema de equações lineares onde aparecerão as velocidades e as pressões nodais. Da mesma maneira, utilizando o a interpolação de Rhie & Chow (1983) nas equações (3.33), estas poderão ser expressas em função das variáveis nodais.

Assim, todas as equações poderão ser resolvidas em um único sistema que terá como incógnitas as três componentes das velocidades, a pressão e as frações volumétricas das fases. O sistema de equações lineares resultante terá a seguinte estrutura:

$$\begin{matrix}
 QM - u_\alpha \\
 QM - v_\alpha \\
 QM - w_\alpha \\
 QM - u_\beta \\
 QM - v_\beta \\
 QM - w_\beta \\
 Cons. Vol \\
 Massa - \alpha \\
 Massa - \beta
 \end{matrix}
 \begin{pmatrix}
 A^{u_\alpha u_\alpha} & A^{v_\alpha u_\alpha} & A^{w_\alpha u_\alpha} & C_{\alpha\beta}^u & 0 & 0 & A^{Pu_\alpha} & 0 & 0 \\
 A^{u_\alpha v_\alpha} & A^{v_\alpha v_\alpha} & A^{w_\alpha v_\alpha} & 0 & C_{\alpha\beta}^v & 0 & A^{Pv_\alpha} & 0 & 0 \\
 A^{u_\alpha w_\alpha} & A^{v_\alpha w_\alpha} & A^{w_\alpha w_\alpha} & 0 & 0 & C_{\alpha\beta}^w & A^{Pw_\alpha} & 0 & 0 \\
 C_{\beta\alpha}^u & 0 & 0 & A^{u_\beta u_\beta} & A^{v_\beta w_\beta} & A^{w_\beta u_\beta} & A^{Pu_\beta} & 0 & 0 \\
 0 & C_{\beta\alpha}^v & 0 & A^{u_\beta v_\beta} & A^{v_\beta v_\beta} & A^{w_\beta v_\beta} & A^{Pv_\beta} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & C_{\beta\alpha}^w & A^{u_\beta w_\beta} & A^{v_\beta w_\beta} & A^{w_\beta w_\beta} & A^{Pw_\beta} & 0 & 0 \\
 A^{Vu_\alpha} & A^{Vv_\alpha} & A^{Vw_\alpha} & A^{Vu_\beta} & A^{Vv_\beta} & A^{Vw_\beta} & A_{Vol}^P & 0 & 0 \\
 A_{Mass}^{u_\alpha} & A_{Mass}^{v_\alpha} & A_{Mass}^{w_\alpha} & 0 & 0 & 0 & A_{Mass-\alpha}^P & A_{Mass}^{r_\alpha} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & A_{Mass}^{u_\beta} & A_{Mass}^{v_\beta} & A_{Mass}^{w_\beta} & A_{Mass-\beta}^P & 0 & A_{Mass}^{r_\beta}
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 u_\alpha \\
 v_\alpha \\
 w_\alpha \\
 u_\beta \\
 v_\beta \\
 w_\beta \\
 P \\
 r_\alpha \\
 r_\beta
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 B^{u_\alpha} \\
 B^{v_\alpha} \\
 B^{w_\alpha} \\
 B^{u_\beta} \\
 B^{v_\beta} \\
 B^{w_\beta} \\
 B^P \\
 B^{r_\alpha} \\
 B^{r_\beta}
 \end{pmatrix}$$

(3.39)

A partir deste sistema, as três componentes de velocidade de cada fase podem ser obtidas assim como o campo de pressões e as frações volumétricas.

De forma geral, nesta abordagem, apenas as equações de conservação da massa e quantidade de movimento são resolvidas em forma acoplada (resultando nas três componentes do vetor velocidade e a pressão), resolvendo em forma separada outras equações de transporte, como energia, variáveis do modelo de turbulência (k , ϵ) e concentração de espécies químicas. Embora estas variáveis possam também estar acopladas às equações da conservação da quantidade de movimento, este acoplamento é geralmente fraco possibilitado tratá-lo de forma segregada. No caso do acoplamento entre fases, porém, existe uma forte interação física expressada matematicamente pelo termo de transferência de quantidade de movimento interfacial.

Maiores detalhes sobre esta metodologia podem ser encontrados em Burns *et al* (2001). Entretanto, existe escassa literatura a respeito de soluções acopladas, principalmente para escoamento multifásicos, pois se trata de uma metodologia ainda em desenvolvimento e, pelo fato deste desenvolvimento ser realizado principalmente em companhias de software comerciais, poucas publicações podem ser encontradas.

3.4 Algumas considerações sobre convergência

Nesta seção serão abordadas algumas considerações acerca das dificuldades de convergência encontradas em escoamentos multifásicos.

É bem sabido, que a introdução de termos fontes nas equações induzem, sempre, instabilidades na resolução numérica das equações. Isto é explicado pelo fato que estes termos, quando não tratados, recaem completamente no termo fonte do sistema linear resultante da discretização, dificultando a sua solução quando é realizada por métodos iterativos (prática adotada em função do tamanho dos sistemas lineares resultantes).

Desta forma, no modelo de dois fluídos, onde os termos de transferência através da interface aparecem como termos fonte que ainda possuem fortes variações espaciais pelo fato de dependerem de variáveis que aparecem em outras equações de conservação, um cuidadoso tratamento dos acoplamentos entre fases, tal como apresentado nas seções anteriores, se faz necessário.

No caso particular de escoamentos em padrão de bolhas, ou, de forma geral, escoamentos onde as massas específicas das fases são muito diferentes (gás-sólido, gás-líquido etc.), na equação da conservação da quantidade de movimento, o termo de força de arraste será grande em relação aos termos inerciais e viscosos. Isto fará com que os coeficientes da matriz do sistema linear sejam pequenos em relação ao termo fonte, dificultando mais convergência.

Isto explica também o fato que, para um sistema com velocidade relativa definida (mesmo diâmetro de bolhas), o aumento das velocidades superficiais facilita a convergência, pois aumentarão os coeficientes da matriz em relação ao termo fonte. Na literatura são reconhecidamente instáveis os cálculos numéricos em sistemas onde a fase contínua não escoar em convecção forçada, mas a sua velocidade é induzida pelo escoamento da fase dispersa, como colunas de borbulhamento ou decantadores.

Outra questão que dificulta a convergência em escoamentos multifásicos, que não está relacionada com o tipo de escoamentos estudados neste trabalho, mas é interessante citar, é referente a escoamentos diluídos. Quando a fração volumétrica de algumas das fases é muito pequena (~ 0.0001) erros de arredondamento podem complicar a convergência. Embora esta questão é óbvia, é interessante salientar que no modelo Eulriano-Euleriano as variáveis dependente serão as frações volumétricas

e não as mássicas. Assim, em escoamentos com relação de massas específicas grande (por exemplo, condensados em transporte de gás), vazões mássicas da mesma ordem de grandeza, podem dar lugar a frações volumétricas muito diferentes. A recomendação nestes casos é utilizar precisão dupla nos cálculos.

Finalmente, uma outra questão relacionada à convergência, também abordada na literatura para escoamentos multifásicos, é a relação entre Massa Virtual e estabilidade. Diversos autores (Lahey *et al* (1980), Watanabe *et al* (1990), entre outros) colocam que a introdução do termo de força de massa virtual pode estabilizar os cálculos numéricos. As simulações neste trabalho, realizadas através do pacote comercial CFX4[®] mostraram o contrario. Entretanto, esta questão será discutida na Capítulo5, onde diversas formas para o termo de massa virtual serão implementadas e avaliadas.

3.5 O pacote CFX4[®]

Este pacote consiste em um software que resolve numericamente as equações governantes de problemas envolvendo mecânica de fluídos e transferência de calor. O programa emprega a metodologia de **Volumes Finitos** utilizando malhas estruturadas porém com flexibilidade de adaptação a geometrias complexas através do uso de **coordenadas curvilíneas generalizadas** e a possibilidade de resolução com a metodologia de **multidomínios**. Além de resolver as equações e Navier - Stokes em três dimensões, o software possui uma enorme quantidade de modelos para diferentes aplicações que vão desde diferentes modelos para o fechamento da turbulência até modelos para escoamentos em meios porosos, combustão e escoamentos multifásicos, entre vários outros.

Uma característica interessante do pacote é que permite a inclusão de novos modelos ou modificação dos já implementados, sejam estes para a consideração de fenômenos físicos ou modificação de esquemas numéricos, através de rotinas em linguagem FORTRAN. Isto torna o software adequado para pesquisa científica, já que possibilita testar diferentes modelos matemáticos, analisar influência de determinados parâmetros etc., sem ser necessário o árduo trabalho de implementação numérica de algoritmos para a resolução numérica das equações de Navier – Stokes ou outros modelos matemáticos amplamente conhecidos e validados na literatura.

O pacote CFX4[®] é composto por três programas principais, um programa de geração de geometrias e malhas estruturadas (*CFX – Build*[®]), o código de solução numérica (*CFX - SOLVER*) e o pós - processador para visualização de resultados (*CFX - ANALIZE*[®]) e um programa de configuração dos comandos para o programa de resolução (*CFX - SETUP*). Neste trabalho foi utilizado o software *CFX-POST*[®] para o pós processamento dos resultados, que vem junto com a distribuição da versão 5 (*CFX5*[®]) do software. Este programa tem uma maior capacidade e flexibilidade para as análises e é totalmente compatível com os arquivos de resultados gerados a partir da versão 4 do CFX[®].

Para a geração de malhas foi utilizado também um outro software de geração de malhas, disponível no laboratório SINMEC, que é o programa *ICEMCFD*[®]. O programa de resolução (*SOLVER*) recebe três tipos de arquivos, um contendo as informações geométricas do modelo (malha computacional), um arquivo com os comandos que definem o modelo a ser utilizado, condições de contorno, fenômenos a serem considerados etc. e, se forem utilizadas rotinas de usuário, um arquivo contendo as rotinas em linguagem FORTRAN.

O arquivo de comandos permite passar ao programa todas as informações, inclusive as geométricas quando se trata de geometrias simples. Esta característica será aqui utilizada para o estudo do escoamento em dutos de seção constante. Assim, a partir deste arquivo é possível estabelecer todas as condições e modelos a serem utilizados, sempre que estes estejam implementados no pacote. Nos casos em que é necessária a implementação de novos modelos ou modificação dos já implementados, isto deverá ser feito através das rotinas de usuário em linguagem FORTRAN. Estas rotinas são compiladas e acopladas ao código principal do programa de resolução.

A implementação do modelo matemático descrito no Capítulo 2, será feita através do arquivo de comandos. O modelo será colocado da forma tradicional do modelo de vários fluidos, já implementado no pacote CFX4[®], porém deixando fora os termos viscosos para a fase ou fases dispersas. O procedimento para fazer isto, será estabelecer uma viscosidade nula para as fases dispersas e colocar condição de deslizamento, ou seja, tensão cisalhante nula, nas paredes.

Outros modelos, fundamentalmente no que se refere às forças interfaciais, serão implementados através das rotinas em linguagem FORTRAN

Um arquivo de comandos típico, assim como as rotinas de usuário em linguagem FORTRAN utilizadas neste trabalho, são mostradas nos Apêndices I e II respectivamente.

Capítulo 4 – Aparato Experimental

O propósito deste capítulo é descrever a bancada experimental utilizada neste trabalho com os seus detalhes e características. Como comentado em capítulos anteriores, o trabalho de tese está focado na modelagem matemática e numérica do escoamento bifásico em medidores de vazão do tipo pressão diferencial. Adicionalmente, a bancada descrita neste Capítulo será utilizada para a visualização do escoamento bifásico e medição da pressão diferencial ao longo da seção convergente em tubos Venturi. Estes valores medidos de pressão diferencial serão utilizados para comparação com os resultados obtidos no modelo numérico. As visualizações do escoamento bifásico, obtidas através de fotografia rápida, irão fornecer subsídios qualitativos para modelagem do escoamento, em termos de tamanho de bolhas e forma das mesmas. Ainda, um outro aspecto que será estudado é a visualização do **padrão de escoamento bifásico** (Ver Capítulo 2). Embora a modelagem matemática utilizada neste trabalho restrinja-se a padrões dispersos, o dispositivo experimental permitiu a visualização de outros padrões de escoamento, assim como também as condições para as quais o padrão disperso é estabelecido.

1.1. Descrição da bancada experimental

A bancada experimental utilizada, montada nas instalações do Laboratório de Energia Solar – LABSOLAR, no Bloco B do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, dispõe de quatro diferentes seções de

teste, colocadas em duas mesas, sendo uma para escoamentos em dutos verticais e outra para escoamentos em dutos horizontais. Em cada mesa se dispõe de uma seção de testes para escoamentos em dutos de seção constante e uma para testes em constrições. Ainda, as seções de testes em constrições são intercambiáveis, podendo ser testados diferentes tipos de constrições (tubos Venturi, placas de orifício, contrações etc.).

Neste trabalho foram estudados os escoamentos verticais, em tubos Venturi. De forma geral, os dispositivos de medição baseados em pressão diferencial, para escoamentos multifásicos, são posicionados em forma vertical, para evitar qualquer tipo de estratificação. Isto facilita enormemente o correlacionamento pressão-vazão em escoamentos multifásicos. Ainda, esta posição facilita a obtenção e estabilização de um escoamento disperso, tal como é a proposta deste trabalho (ver Capítulo 1). Entretanto, esta bancada está sendo utilizada para diversos trabalhos envolvendo escoamentos de água e ar em dutos e constrições. Atualmente, dois projetos de pesquisa paralelos, um que consiste a caracterização do escoamentos e medição de perda de carga em escoamentos água - ar para diversos padrões (de Oliveira & Possamai (2004)) e outro que consiste no desenvolvimento de um medidor capacitivo de fração da vazão, estão sendo desenvolvidos. Este último projeto possibilitará, no futuro, a medição direta da fração de ar nos experimentos desenvolvidos na bancada. Neste trabalho a fração volumétrica de gás foi estimada com base na velocidade terminal das bolhas, considerando um escoamento plenamente desenvolvido (Ver Capítulo 5).

Uma vista geral da bancada experimental pode ser observada na Figura 4.1, onde podem ser vistas em detalhe, as mesas vertical e horizontal, cada uma com duas seções de teste.

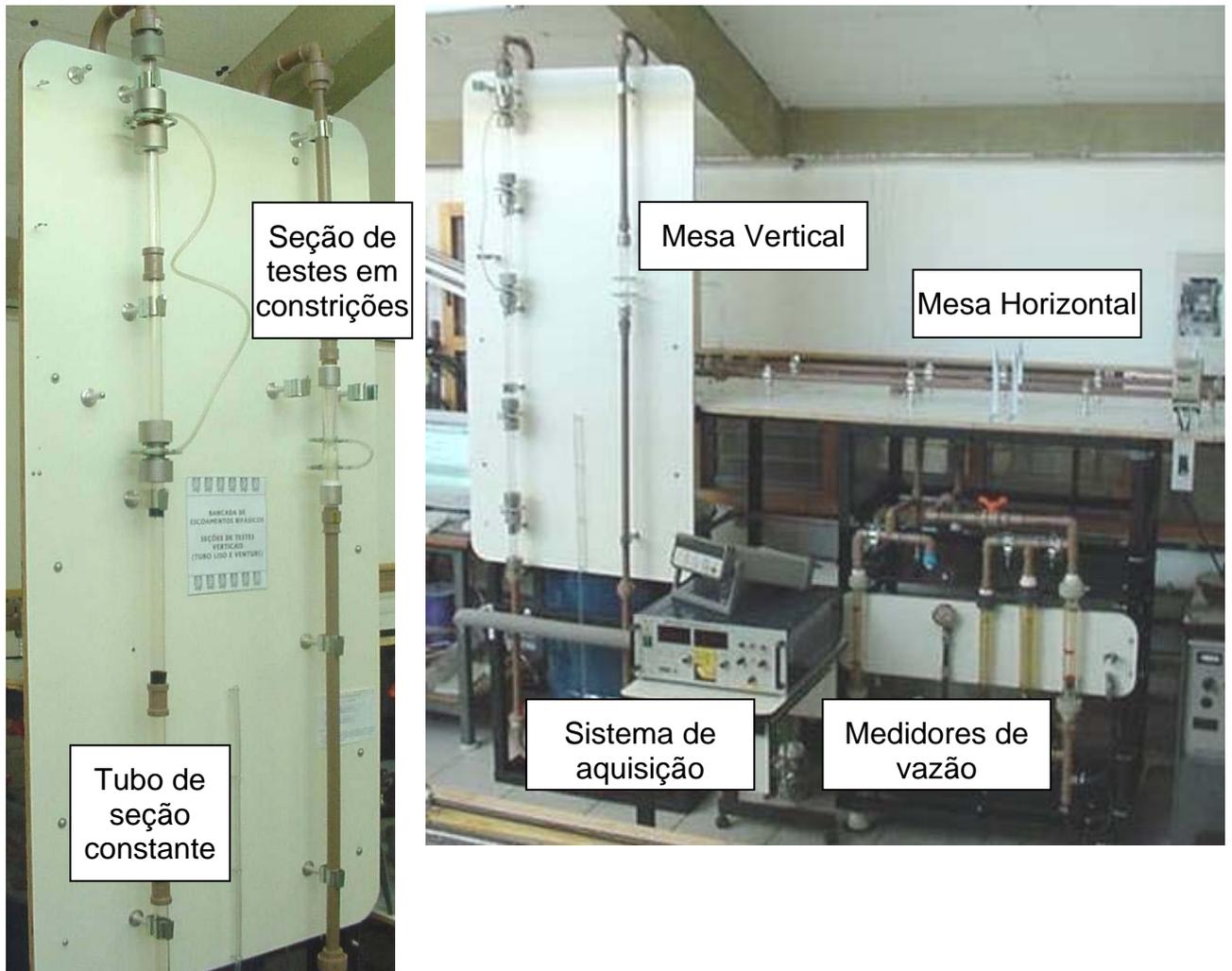


Figura 4.1 – Vista geral da bancada experimental e detalhe mesa vertical e horizontal

A bancada experimental está equipada com uma bomba centrífuga tipo BC-91S-1CV (765 Watts) que opera com uma vazão máxima de 15000 l/h. Nas condições de operação impostas na bancada, a vazão máxima obtida ronda os 4000 l/h. Acima desta vazão começa o aparecimento de cavitação, instabilizando totalmente o funcionamento da bancada.

A vazão volumétrica de ar é medida através de três dispositivos, dois rotâmetros, sendo um rotâmetro ApplfTech[®], modelo E5-2600 e outro GEMO[®], modelo 504244 e um medidor de turbina LABSOLDA modelo MVG-2 desenvolvido no Instituto de Soldagem e Mecatrônica – LABSOLDA, na Universidade Federal de Santa Catarina. O medidor de turbina mede vazões entre 0.5 e 3 l/min, o rotâmetro ApplfTech[®] mede vazão no intervalo de 5 até 50 litros por minuto, e o rotâmetro GEMO[®] mede vazões de ar em um intervalo de 0,5 e 1,5 Nm³/min. A utilização conjunta destes dispositivos possibilita a medição da vazão de ar num intervalo de 0.5 até 1500 litros por minuto. Entretanto, neste trabalho, não será utilizado o rotâmetro para altas vazões (>50 l/min) pois para o diâmetro interno da tubulação ($\phi=44$ mm) e as vazões de água utilizadas, o padrão de bolhas é estabelecido para vazões de ar de até aproximadamente 15-20 l/min. Acima destes valores de vazão de ar, começam a aparecer grandes bolhas ou *slugs*, que caracterizam este padrão de escoamento.

A vazão de água é medida através de um rotâmetro GEMO[®] modelo 503355, que opera num intervalo de 150 a 1600 litros por hora e um rotâmetro CONAUT[®] modelo 440, que opera em um intervalo de vazões de 1000 a 10000 litros por hora, obtendo um intervalo de operação total para a bancada de 150 a 10000 litros por hora.

A Figura 4.2 mostra os medidores de água e ar na bancada experimental. Medidores de pressão são utilizados a montante dos medidores de vazão de forma a estabelecer a pressão de calibração de tais dispositivos

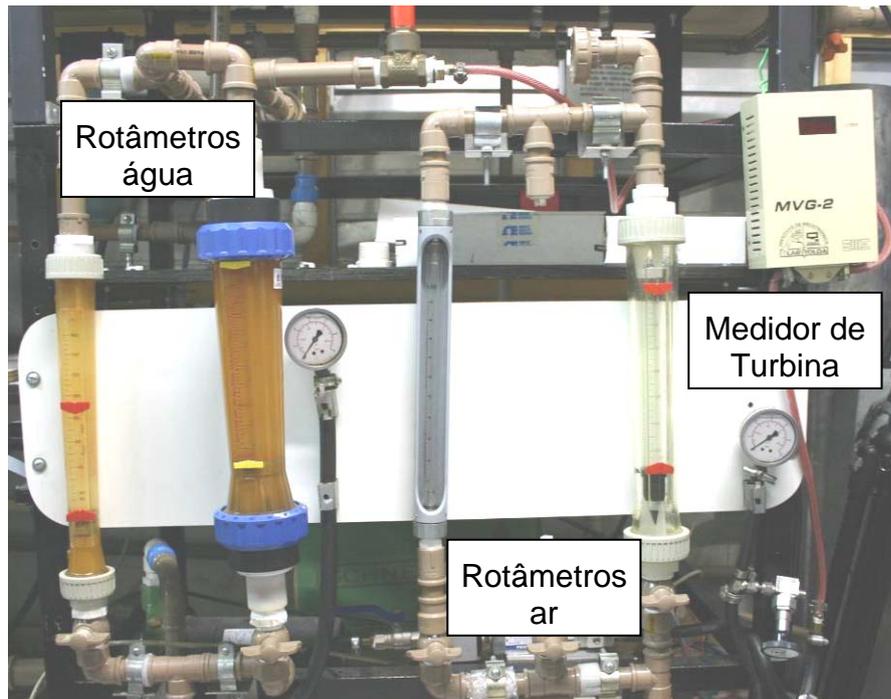


Figura 4.2 – Medidores de vazão de água e ar

A corrente de ar provém de uma linha de ar comprimido externa, disponível no prédio onde a bancada foi montada. A regulação da vazão de ar é controlada por um válvula de agulha FESTO, tipo GR 1/2, serie MD 14 de ajuste fino.

Em serie com esta válvula se encontra uma válvula reguladora de pressão SMC IR2020 – F02, que possibilita a estabilização da pressão, independentemente da vazão de ar utilizada. Esta estabilização se faz necessária devido à pressão de calibração dos medidores de vazão de ar.

A vazão de água é controlada através de um inversor de frequência WEG modelo ML 4.0/1 que regula a velocidade de rotação da bomba.

A mistura das correntes de ar e água é feita através de um misturador tipo tubo concêntrico perfurado. Um detalhe do misturador é mostrado na Figura 4.3.

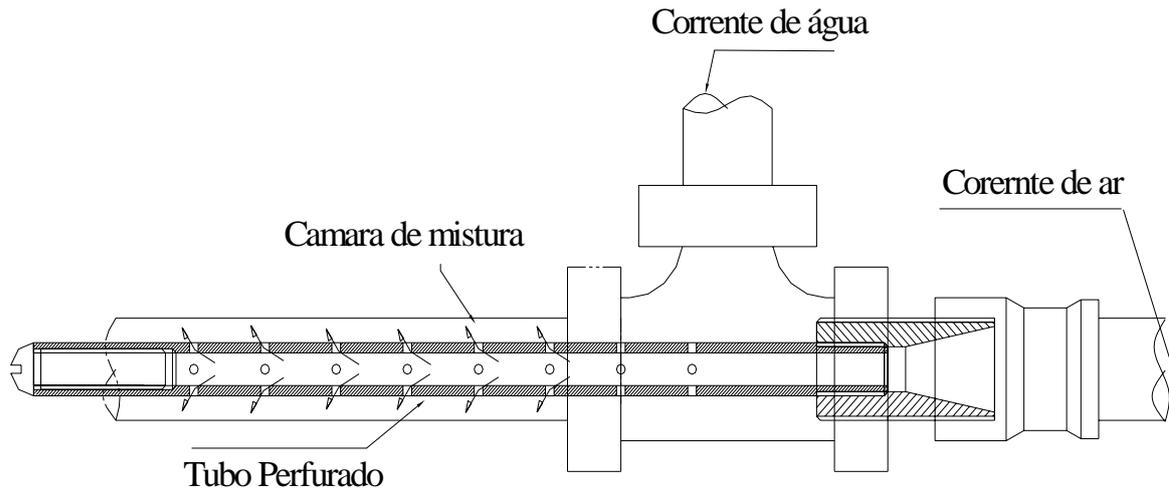


Figura 4.3 – Misturador de água e ar e detalhe do tubo perfurado

A mistura é feita em um ponto longe das entradas das seções de teste, de forma que não seja influenciado o padrão de escoamento desenvolvido para as velocidades superficiais impostas. Desta forma, para o caso de escoamentos dispersos, o diâmetro das bolhas será definido pelas velocidades superficiais das fases e não pelo tamanho dos furos do misturador. Ainda, na seção de testes em constrições verticais, que foi a utilizada neste trabalho, um trecho de duto de seção constante de aproximadamente 1700 mm foi colocado antes da seção da constrição, o que, para o tubo Venturi analisado com diâmetro interno de 44 mm, significa uma seção de desenvolvimento do escoamento de aproximadamente 40 diâmetros, o que garante um escoamento plenamente desenvolvido.

A pressão efetiva é medida na entrada e na garganta do tubo Venturi. São utilizados dois sensores OMEGA PX303 – 05AV, que operam em um intervalo de pressão de 0 a 350 kPa. A aquisição dos valores de pressão é feita através de uma unidade de aquisição de dados HP 34970, mostrada na Figura 4.4.



Figura 4.4 – Unidade de aquisição

A seção de testes propriamente dita, consiste em um tubo Venturi, com diâmetro interno na entrada de 44 mm e diâmetro na garganta de 22 mm, resultando em uma relação de contração,

$$\beta = \frac{A_{Throat}}{A_{Inlet}} = \left(\frac{D_{Throat}}{D_{Inlet}} \right)^2 = 4 \quad (4.1)$$

A Figura 4.5 mostra em detalhe o tubo Venturi usinado em um tubo maciço de acrílico, onde se pode observar as tomadas de pressão.



Figura 4.5 – Detalhe tubo Venturi

A Figura 4.6 mostra a geometria interna do tubo Venturi utilizado, mostrando todas as dimensões do mesmo.

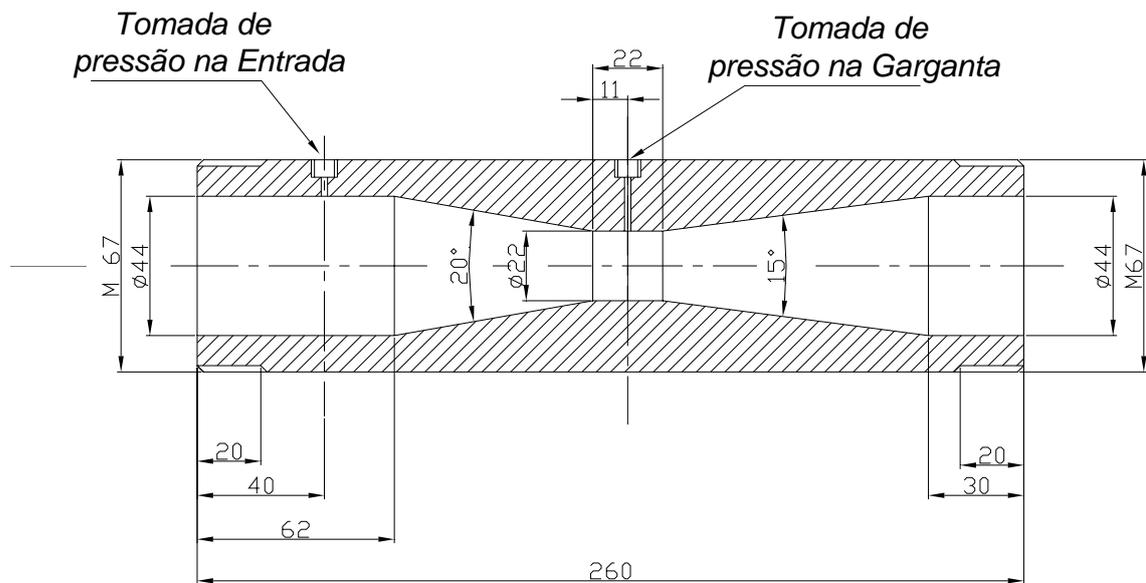


Figura 4.6 – Geometria do tubo Venturi utilizado

4.1 Sistema de aquisição de imagens fotográficas de escoamentos multifásicos

Para a aquisição de imagens do escoamento bifásico de água ar foi utilizada uma câmera CANON® EOS 300 D. Trata-se de uma câmera SLR (*Single Lens Reflex*) digital, de corpo e lente separados, com uma resolução máxima de 6.1 Megapixels. O tempo mínimo de exposição é de 1/4000 segundos (0.00025 s), o que permite adquirir imagens de escoamentos a velocidades relativamente altas, embora não se trate de um equipamento especialmente projetado para tal fim.

A objetiva utilizada é também da marca CANON® com um comprimento focal fixo de 100 mm, abertura máxima f2.8, foco ultrasonico, e com possibilidade de ajuste “MACRO” que permite exposições com uma distância focal (distância do objeto fotografado) de 31 centímetros. Isto permitiu fotografar detalhes do escoamento como, por exemplo, o formato das bolhas na região da garganta, da entrada etc.. O comprimento focal de 100 mm ajuda a evitar distorções das imagens (efeito de perspectiva). Lentes com comprimentos focais menores podem ter aberturas maiores, para o mesmo custo, porém importantes distorções podem ser introduzidas nas imagens. Cabe salientar entretanto, que existe alguma distorção introduzida pela curvatura das paredes do tubo.

Um aspecto interessante de ser relatado, diz sobre a iluminação do experimento fotografado. De forma a obter imagens nítidas com velocidades da fase contínua da ordem de 0,5 a 0,7 m/s, foi necessária a utilização de tempos de exposição de 1/3200 a 1/4000 segundos. Com estes tempos de exposição, mesmo com um valor de abertura relativamente grande (f2.8), uma grande quantidade de luz se faz necessária para a obtenção de imagens claras. Um outro aspecto importante da iluminação tem a ver com o contraste das fases, já que não foi utilizado nenhum tipo de corante para contrastação das interfaces. Desta forma, após inúmeros testes de iluminação, chegou-se a um esquema onde quatro lâmpadas de tungstênio de 74 Watts foram dispostas próximas da seção de testes, iluminando em um ângulo tal que parte da luz incidia em forma direta no tubo Venturi e parte era refletida na mesa de onde foi colado papel alumínio de forma a refletir a luz. Desta forma a luz refletida

na mesa passava através do Venturi antes de atingir a objetiva, dando o contraste necessário às interfaces para sua visualização.

A Figura 4.7 mostra esquematicamente o esquema de iluminação utilizada para a captura das interfaces. As lâmpadas de tungstênio foram posicionadas em um ângulo tal que possibilitara a iluminação das interfaces a “contraluz”.

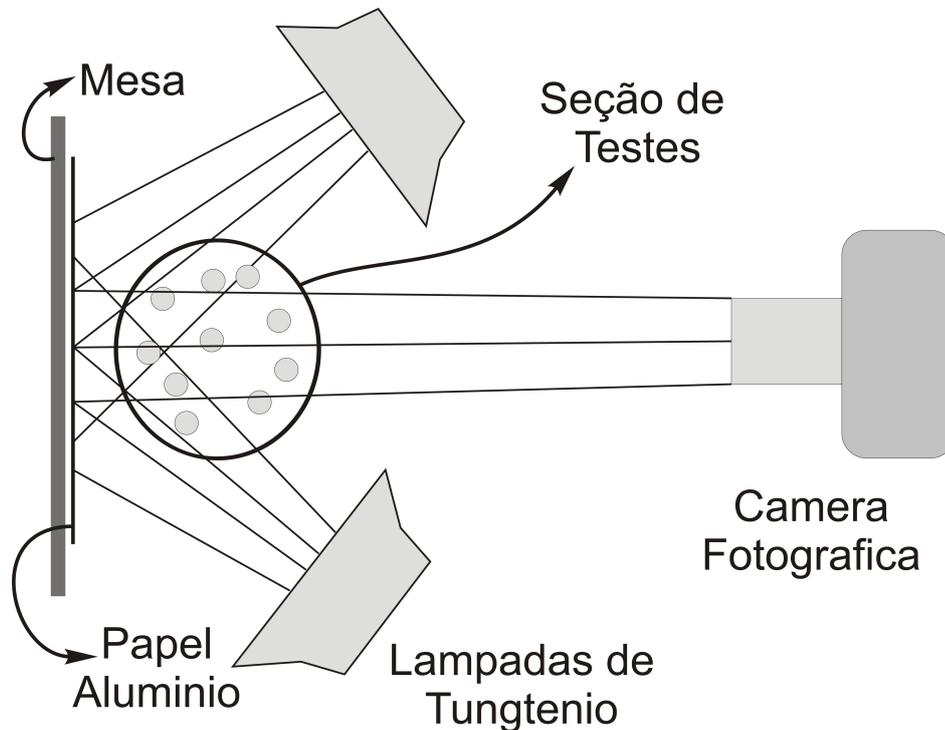


Figura 4.7 – Esquema do sistema de iluminação

A partir dos equipamentos experimentais mostrados neste capítulo, foram realizados diversos testes que incluem a visualização do escoamento bifásico de água-ar e a aquisição de medidas de pressão diferencial para diferentes vazões de água e ar, para escoamentos em padrões dispersos. No Capítulo seguinte, será apresentada um sessão de fotografias, onde se relatam as visualizações do escoamento realizadas. Os valores experimentais de pressão diferencial serão utilizados para comparação com valores obtidos a partir da modelagem matemática e numérica relatadas nos capítulos precedentes.

Capítulo 5 – Resultados

Apresentam-se neste capítulo os resultados obtidos com a da modelagem matemática e numérica descrita nos capítulos anteriores e os resultados experimentais obtidos na bancada descrita no Capítulo 4. O objetivo deste Capítulo é apresentar os resultados do estudo das características do escoamento em tubos Venturi, que é o dispositivo mais comumente utilizado em sistemas de medição de vazão baseados em pressão diferencial.

Duas questões fundamentais referentes a este tipo de escoamento foram abordadas: a pressão diferencial medida entre a entrada do Venturi e a garganta, que representa a variável fundamental em termos de medição de vazão e a distribuição de fração volumétrica de gás ou fração volumétrica de gás. Esta última variável é de fundamental importância por duas razões:

- A distribuição de fração volumétrica de gás influenciará a distribuição de pressão, que é a variável utilizada para correlacionar a vazão
- O conhecimento da distribuição de fração volumétrica de gás é de fundamental importância no projeto de engenharia destes dispositivos.

Além disto, o estudo da distribuição de fases é uma questão de grande importância em diversas aplicações industriais. De acordo com os objetivos definidos no Capítulo 1, este trabalho visa também estudar a modelagem numérica de escoamentos multifásicos, apresentando-se o escoamento em tubos Venturi, como um excelente problema teste para este propósito. Assim, serão apresentados neste Capítulo diversos estudos, mostrando a influência das diferentes abordagens

utilizadas para a modelagem da transferência de quantidade de movimento interfacial na pressão diferencial e distribuição de fase em tubos Venturi. Como já comentado, em todos os casos será utilizado como base o modelo de dois fluidos, estudando a influência das equações constitutivas utilizadas para as forças de interface na pressão diferencial e distribuição de fração volumétrica de gás.

Visualizações do escoamento obtidas através de fotografia de alta velocidade serão apresentadas e servirão de auxílio ao entendimento da fenomenologia envolvida. Em termos qualitativos, estas visualizações permitiram obter alguns subsídios para a modelagem computacional, como padrão de escoamento para diferentes vazões de água e ar, diâmetro de bolhas e formato das mesmas. Ainda, valores de pressão diferencial para diferentes vazões de água e ar medidos na bancada experimental serão utilizados para comparação com resultados numéricos.

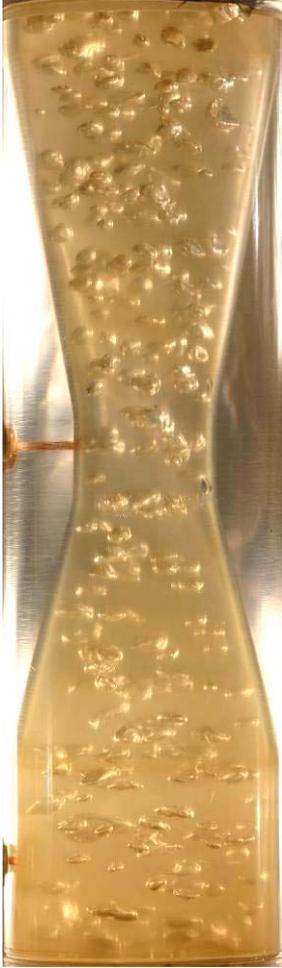
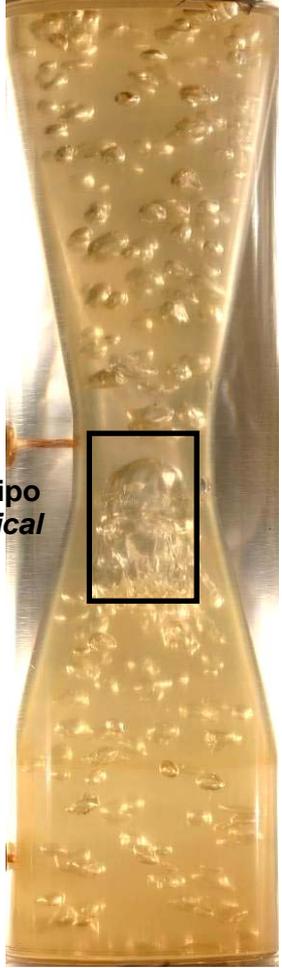
5.1 Visualização experimental do escoamento bifásico e comparação qualitativa com resultados numéricos

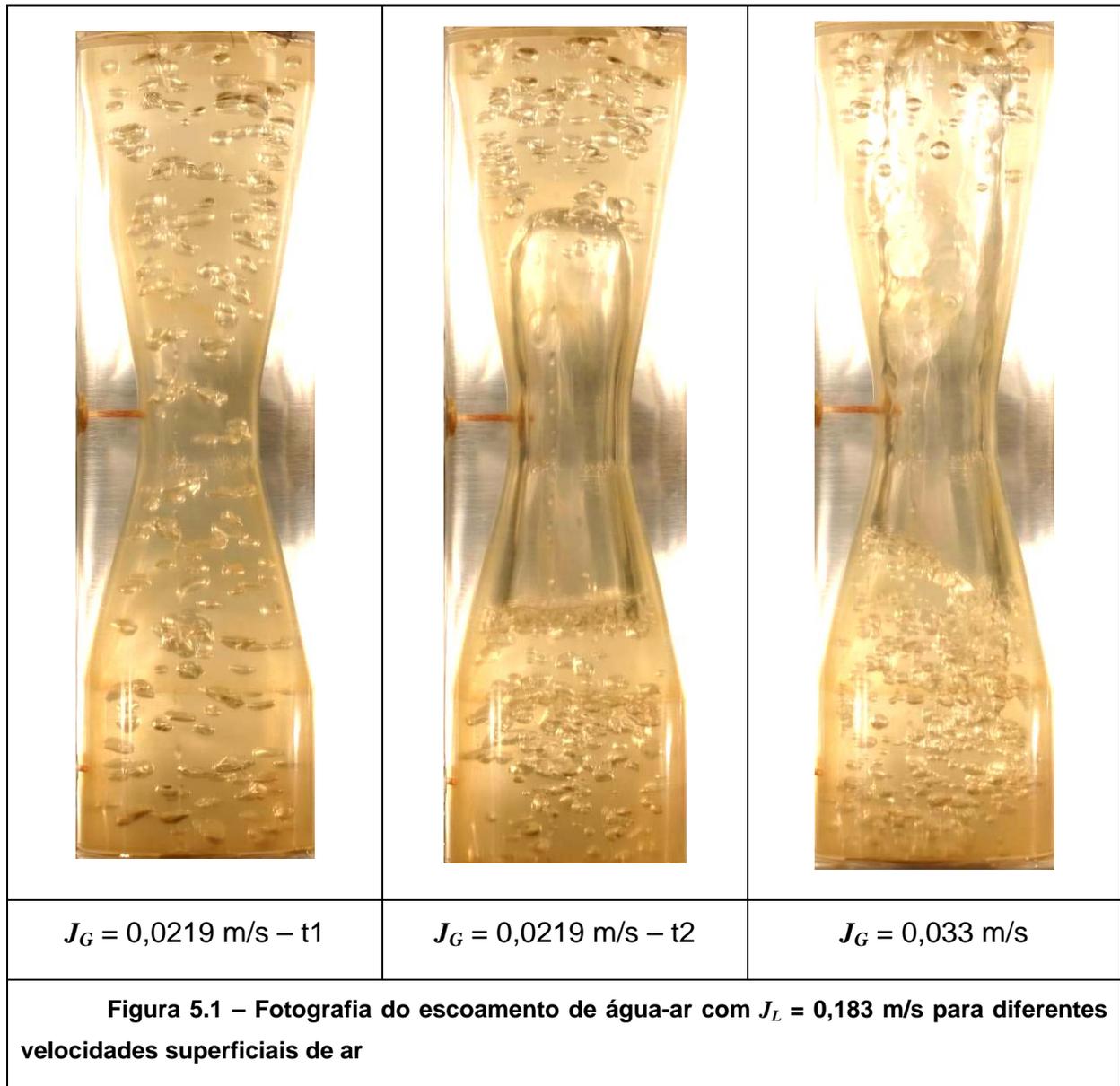
A sessão de fotos apresentada a seguir mostra imagens do escoamento obtidas para diferentes velocidades superficiais de água e ar, as quais são especificadas nas legendas de cada figura. Em alguns casos, são apresentadas imagens obtidas em diferentes tempos onde, propositalmente, são mostrados padrões particulares, como escoamento pistonado. Estes tempos são indicados nas figuras como t_1 , t_2 etc. O intuito é mostrar para quais velocidades superficiais o escoamento deixa de ser disperso. Nos casos do aparecimento de padrões pistonados, as regiões de passagem entre as bolhas de Taylor, assemelham-se a um padrão disperso. É importante deixar claro que nenhum dispositivo misturador ou similar foi utilizado. Desta forma o padrão é estabelecido a partir das velocidades superficiais das fases. Entretanto, como colocado no Capítulo 1, em um caso de aplicação tecnológica, o padrão disperso poderia ser “estendido” através do uso de misturador de forma a quebrar as bolhas de Taylor, sem introduzir grandes perturbações no escoamento (que possam gerar emulsões). Ainda, as condições para as quais se observou o aparecimento do padrão pistonado correspondem ao escoamento de água e ar empregado nos experimentos. No caso de escoamentos

de óleo-água-gás, as condições de estabelecimento de do padrão disperso podem ser diferentes dependendo das propriedades dos fluídos envolvidos.

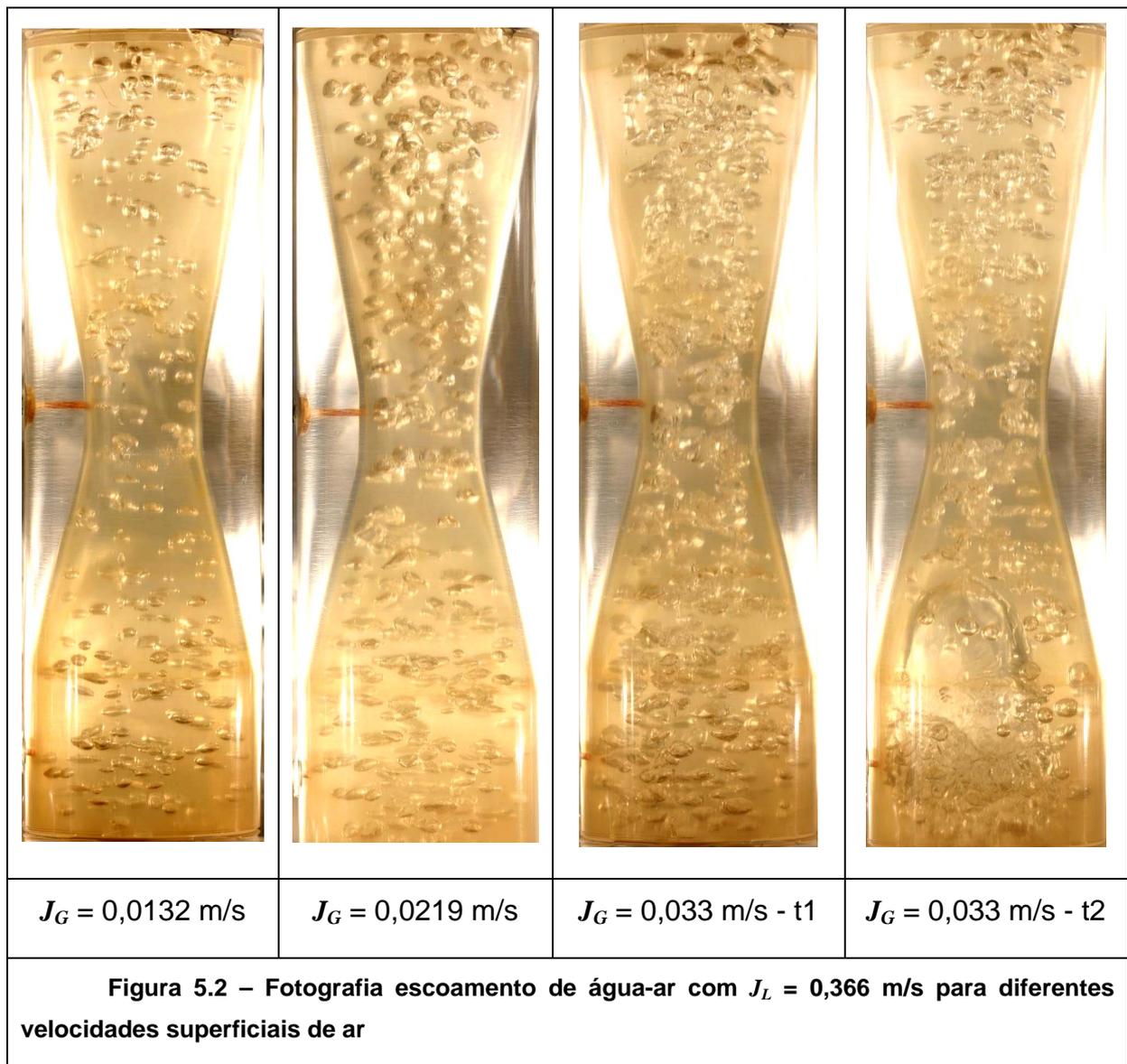
Na Figura 5.1 se mostra uma seqüência de fotografias para uma velocidade superficial de líquido $J_L = 0,183$ m/s, para diferentes velocidades superficiais de ar. Para baixas vazões de ar ($J_G = 0,0132$ m/s), observa-se uma baixa concentração de bolhas, com uma concentração bastante uniforme ao longo de todo do Venturi. Para $J_G = 0,0164$ m/s, começam a aparecer algumas bolhas maiores, adotando em alguns casos um formato tipo “*spherical cap*”. Para esta vazão de ar começa-se a observar a aparição de *slugs*, porém muito esporádicos. Acredita-se que estes se devam a alguma instabilidade na operação da bancada e não ao fato que este padrão esteja estabelecido para estas condições de escoamento. Um aspecto interessante que se observa é a diferença no formato das bolhas ao longo do dispositivo. Na seção convergente ocorre um importante aumento da velocidade relativa, aumentando o número de Reynolds da bolha o que leva à adoção de uma forma elíptica das mesmas. No caso da seção divergente, a velocidade relativa diminui (mudando o sentido em alguns casos) fazendo com que as bolhas adotem uma forma esférica.

Quando aumenta-se a velocidade superficial do ar, nota-se o aparecimento mais freqüente de *slugs*, com intermitência de padrão de bolhas. Nas regiões de padrão de bolhas, as mesmas tornam-se mais homogêneas. Finalmente, para velocidades superficiais de ar da ordem de 0,03 ou maiores, o padrão pistonado torna-se evidente, com uma freqüência alta de passagem de *slugs*.

		 <p data-bbox="997 689 1150 786">Bolha tipo "Spherical cap"</p>
<p>$J_G = 0,0132 \text{ m/s}$</p>	<p>$J_G = 0,0164 \text{ m/s} - t1$</p>	<p>$J_G = 0,0164 \text{ m/s} - t2$</p>



A Figura 5.2 apresenta imagens obtidas para velocidade superficial da água $J_L = 0,366 \text{ m/s}$. Para velocidade superficial de ar de $0,0132 \text{ m/s}$, a distribuição de fase se apresenta homogênea, e também o tamanho de bolhas, observando-se, entretanto, o mesmo efeito descrito anteriormente, em referencia ao formato das mesmas, apresentado-se elípticas na contração e esféricas na seção divergente. Quando aumenta a vazão de ar ($J_G = 0,0219 \text{ m/s}$) começa-se a observar um fenômeno interessante, que será novamente abordado, que é a concentração das bolhas na região central na seção divergente.

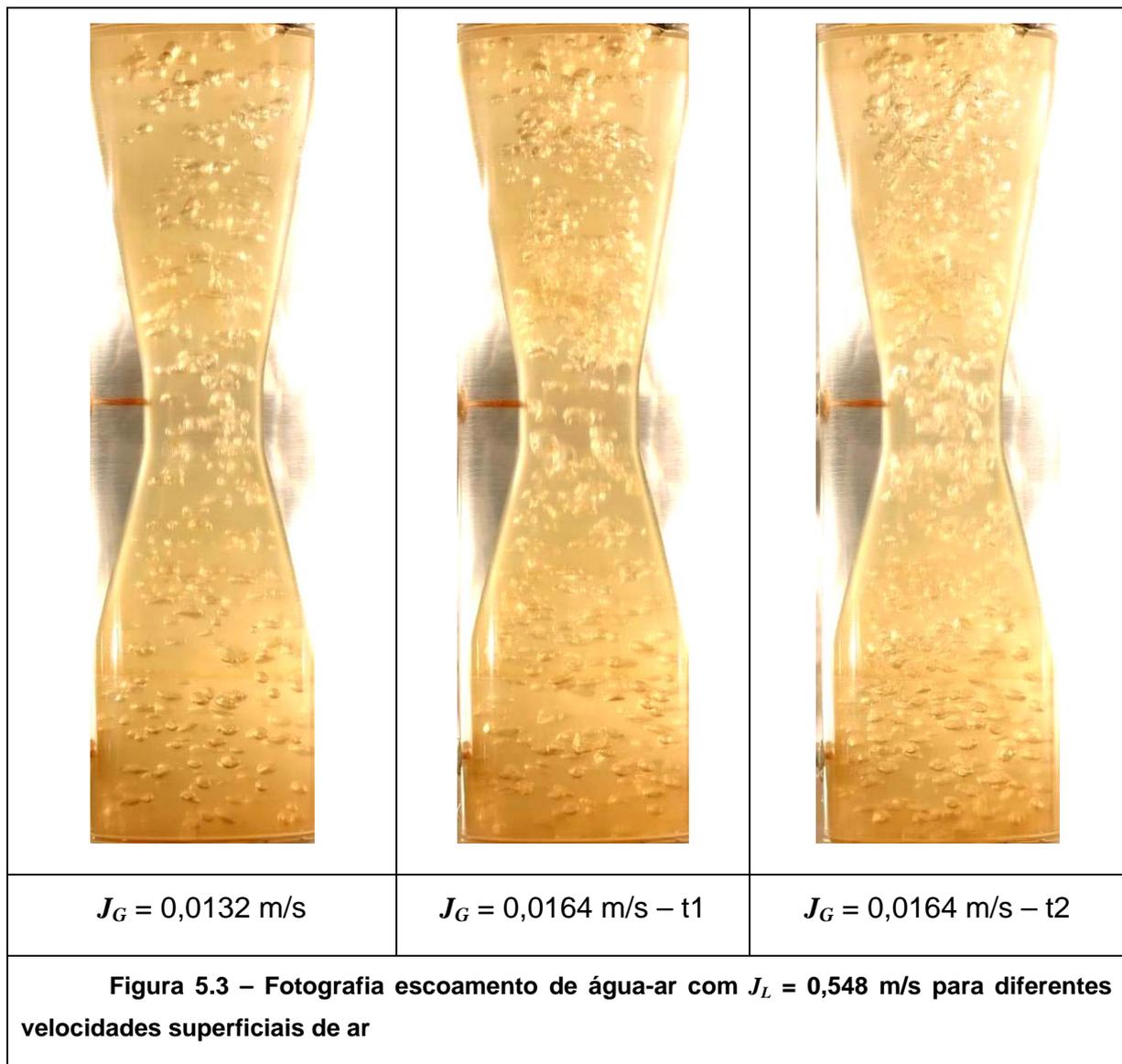


Entretanto, o tamanho de bolhas permanece similar para as diferentes vazões de ar dependendo basicamente da velocidade superficial da água. O mesmo se observa em termos de formato das bolhas nas seções convergente e divergente.

Para velocidades superficiais de ar iguais ou maiores que $J_G = 0,033 \text{ m/s}$ começa o aparecimento de *slugs*. O fato que para $J_G = 0,0219 \text{ m/s}$ a concentração de bolhas parece maior que para $J_G = 0,033 \text{ m/s}$ se explica em que, na realidade, as bolhas tendem a coalescer, formando *slugs*. Nas regiões entre os mesmos, a concentração de ar será menor. Para velocidades superficiais de ar da ordem de $J_G = 0,0219 \text{ m/s}$, a quantidade de ar não é suficiente para a formação de *slugs*, dando lugar a um padrão de bolhas com uma alta concentração de ar.

A Figura 5.3 apresenta imagens do escoamento para $J_L = 0,548$ m/s, novamente com diferentes velocidades superficiais de ar. Para esta velocidade superficial da água percebe-se uma dispersão no tamanho das bolhas, principalmente na seção divergente. Isto é devido à turbulência gerada na garganta do Venturi devido às altas velocidades, levando à quebra das bolhas. Observou-se que, ainda para altas velocidades superficiais de gás, permanece o padrão de bolhas, sem o aparecimento de *slugs*. De forma geral, verificou-se que, para velocidades superficiais da água J_L maiores que $\sim 0,5$ m/s, o padrão de bolhas se mantém para velocidades superficiais de ar de até $\sim 0,15$ m/s.

Um aspecto importante acerca dos padrões de escoamento multifásicos em dutos, e que foi observado nos experimentos, é que estes se tratam de padrões desenvolvidos, isto é deve existir um comprimento suficiente do duto para o estabelecimento deste padrão. Foi observado nas visualizações do escoamento, que embora as velocidades superficiais das fases mudem da entrada para a garganta do Venturi, podendo criar em alguns casos condições para o aparecimento de padrões não dispersos, não existe se tem tempo suficiente para o acontecimento deste fenômeno. É importante salientar, entretanto que, embora o padrão e bolhas se mantenha, pode existir "evolução" do escoamento em relação à distribuição de tamanho de bolhas, variável que é normalmente afetada quando o escoamento passa através deste tipo de singularidades.



Como conclusões principais destas visualizações podemos comentar que:

- O diâmetro de bolha depende basicamente da velocidade superficial do líquido enquanto se mantêm o padrão disperso, porém a sua forma varia significativamente entre as seções convergente e divergente do Venturi. Isto não representa dificuldades em termos de modelagem pois os modelos de arraste utilizado contemplam tais mudanças;
- Para maiores velocidades superficiais de líquido percebe-se um maior dispersão na distribuição de tamanho de bolhas. Contudo, alguns testes numéricos foram realizados utilizando o modelo MUSIG (*MUltiple Size Group*, Lo (2000)) e percebe-se que utilizando um valor

adequado para o diâmetro médio das bolhas, a variáveis de interesse neste estudo (pressão e distribuição de fase) não são afetadas de forma importante. Modelos de balanço populacional são de interesse em aplicações quando se deseja conhecer a distribuição de tamanho de bolhas como, por exemplo, em reatores de bolhas, onde a densidade de área interfacial regira as taxas de reação.

- A distribuição de fase se apresenta muito diferente nas seções convergentes e divergentes. Isto pode ser explicado pelo fato que a força de sustentação é perpendicular à velocidade relativa, a qual diminui substancialmente na seção divergente, em alguns casos mudando de sentido. Assim, na seção divergente, esta força terá menor intensidade ou, eventualmente, tenderá a direcionar as bolhas para o centro da tubulação.

A Figura 5.4 apresenta um comparação qualitativa entre uma fotografia obtida em bancada experimental e resultados numéricos, para $J_L = 0,511$ m/s e $J_G = 0,02$, que comprova este ultimo efeito comentado.

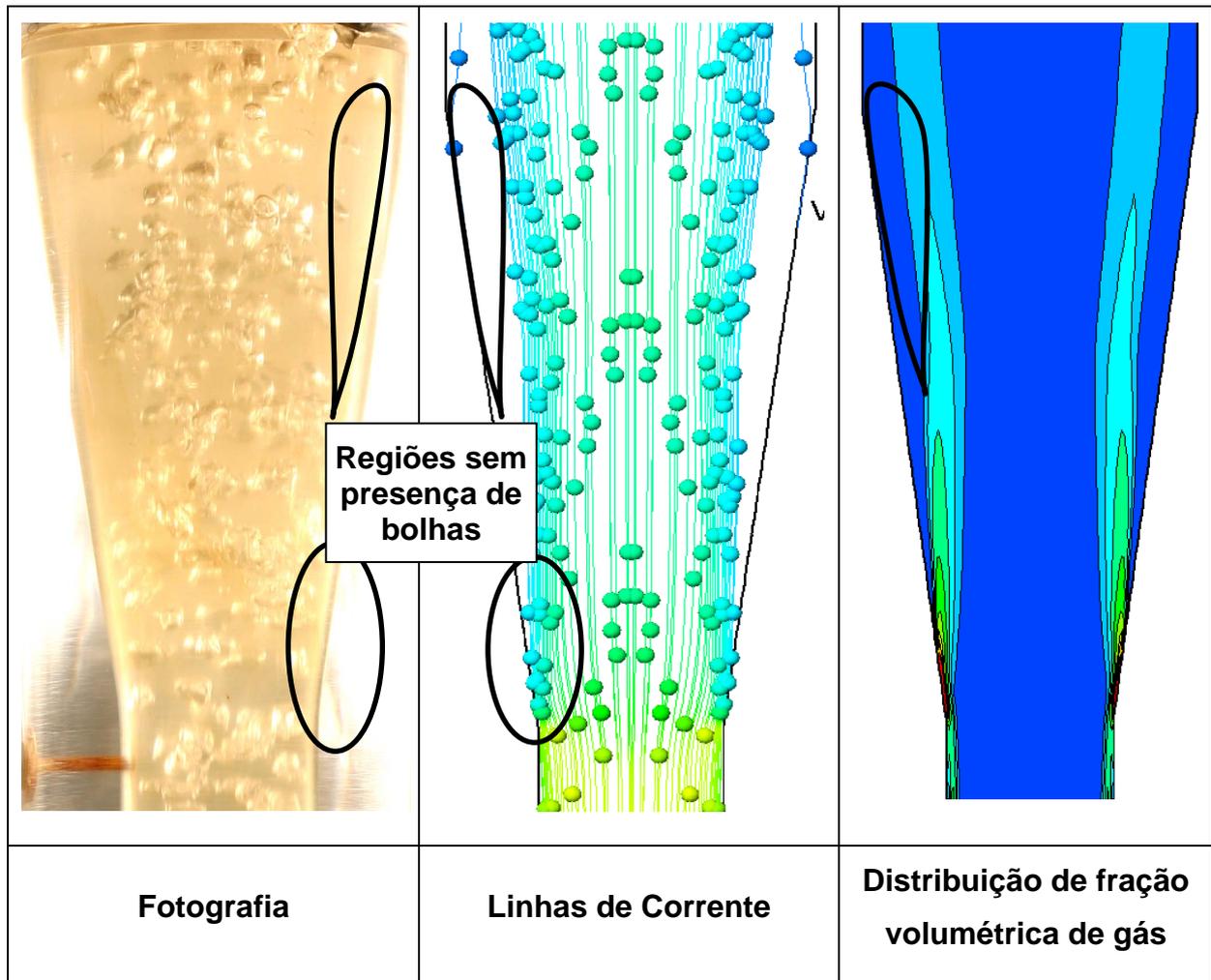
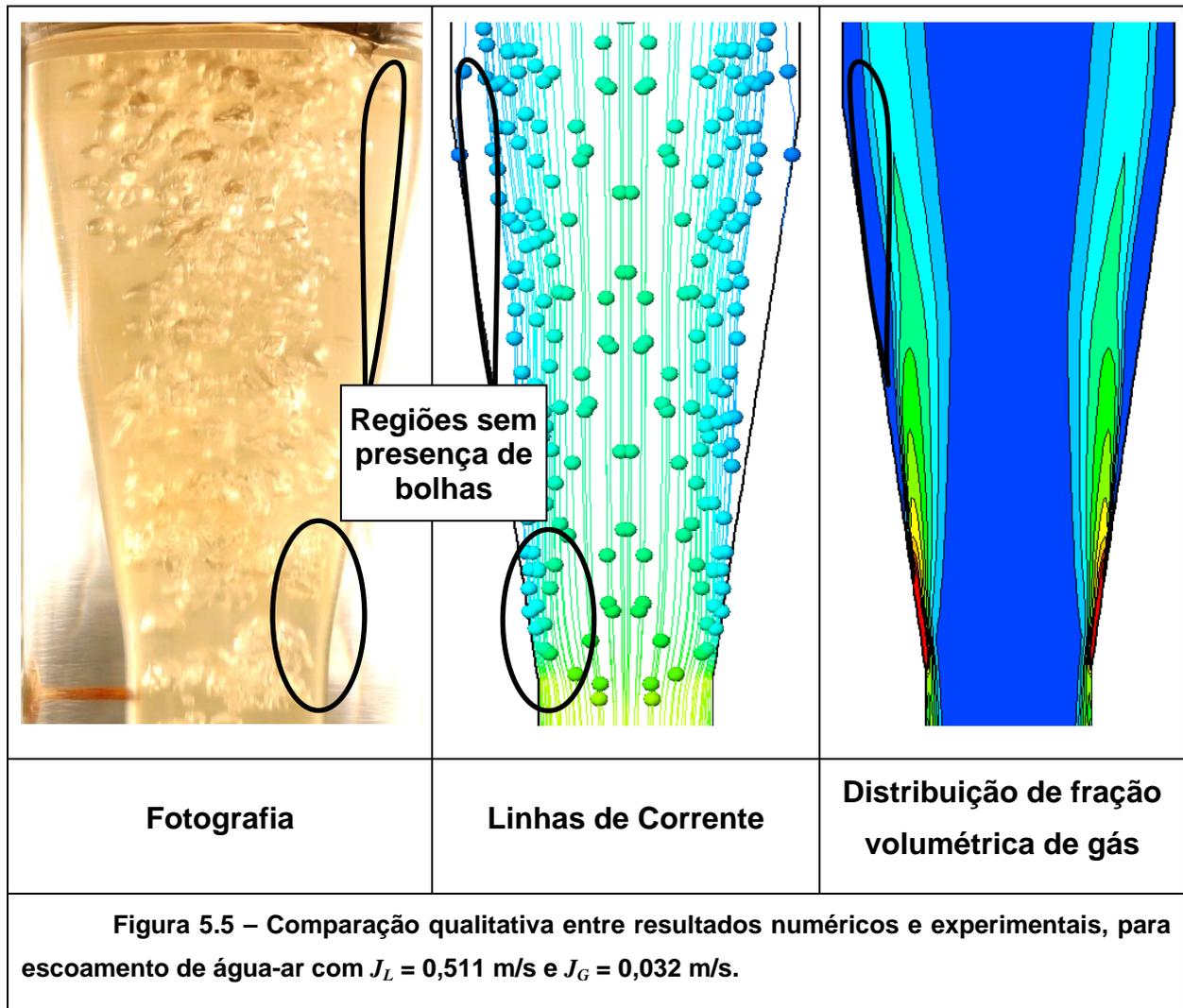
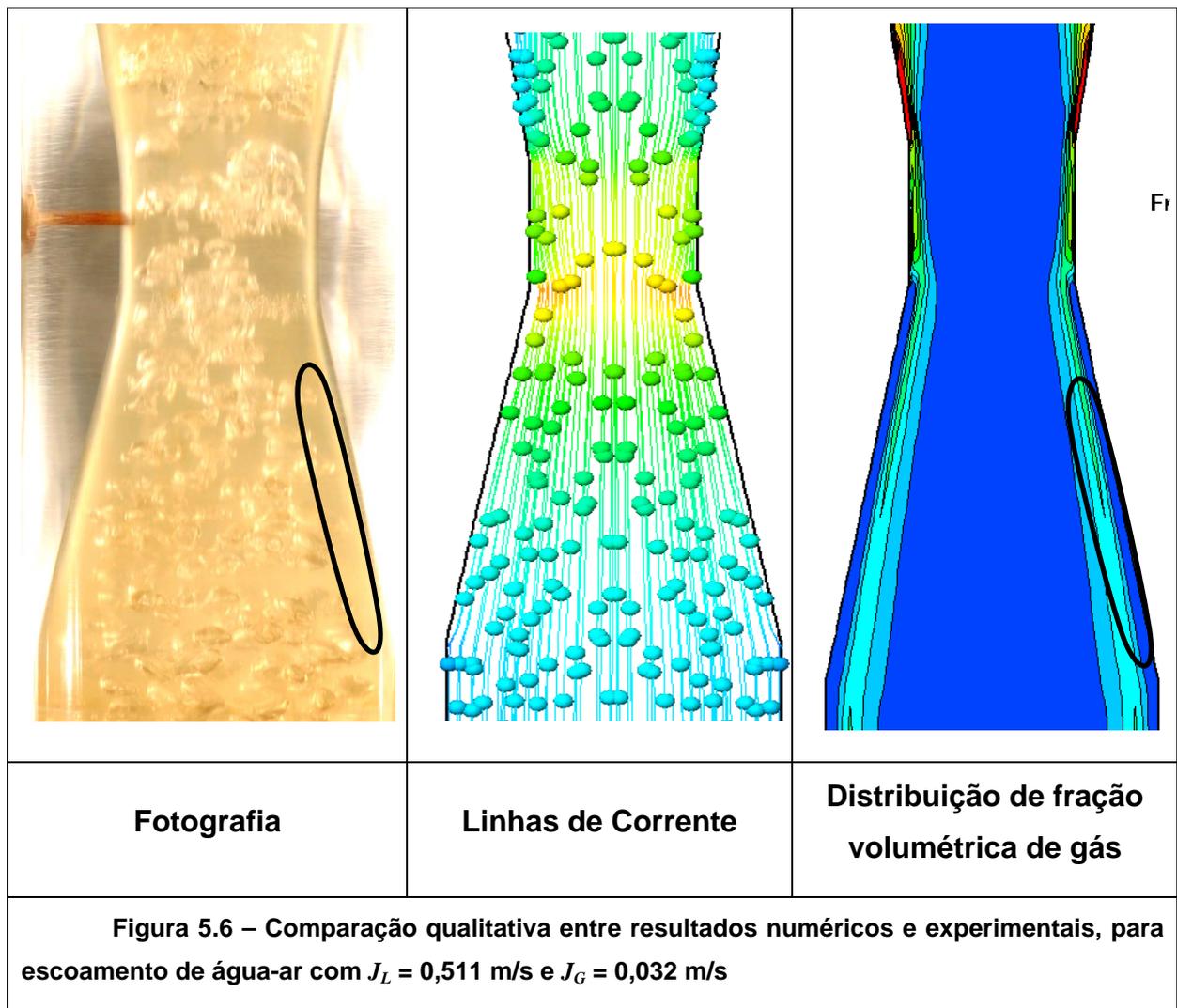


Figura 5.4 – Comparação qualitativa entre resultados numéricos e experimentais, para escoamento de água-ar com $J_L = 0,511$ m/s e $J_G = 0,02$ m/s.

A Figura 5.5 apresenta uma comparação similar à mostrada acima para $J_L = 0,511$ m/s e $J_G = 0,032$. Observa-se que o aumento da vazão de ar aumenta a região ocupada pelas bolhas na seção divergente, tanto na visualização experimental quanto no resultado numérico.



Na Figura 5.6 apresentam-se imagens para a seção convergente e garganta do tubo Venturi, para as mesmas condições da figura acima, com o intuito de mostrar a correspondência entre os resultados numéricos e experimentais para estas regiões. Um aspecto interessante a ser observado é que nas regiões próximas das paredes na contração, a fração de ar é baixa. Este fenômeno se deve à força de pressão que tende, nesta região, a direcionar as bolhas para o centro. Embora o líquido se acelere nesta região diminuindo a pressão, na região próxima das paredes a pressão é mais alta devido à “estagnação” da componente da velocidade normal às mesmas.



É importante observar que a distribuição visualizada no resultado numérico corresponde à distribuição em um plano de corte, enquanto na fotografia se observa uma distribuição como se fossem projetadas as bolhas na parede através da qual se fotografa o escoamento. É justamente este fato que não permite a correta avaliação da distribuição de fase através de imagens. Para isto dever-se-ia obter uma imagem de um plano transversal do escoamento.

Na seção seguinte será apresentada uma breve análise de imagens através do software IMAGO[®]. Esta análise permitirá avaliar qualitativamente a distribuição de fase a distribuição de diâmetro de bolha ao longo do dispositivo. Ainda, este aplicativo possui algumas ferramentas de calibração e medição de objetos nas imagens, que foram utilizadas para avaliar o diâmetro das bolhas em situações nas quais a digitalização das imagens não foi possível.

5.1.1 Análise de imagens através do software IMAGO®

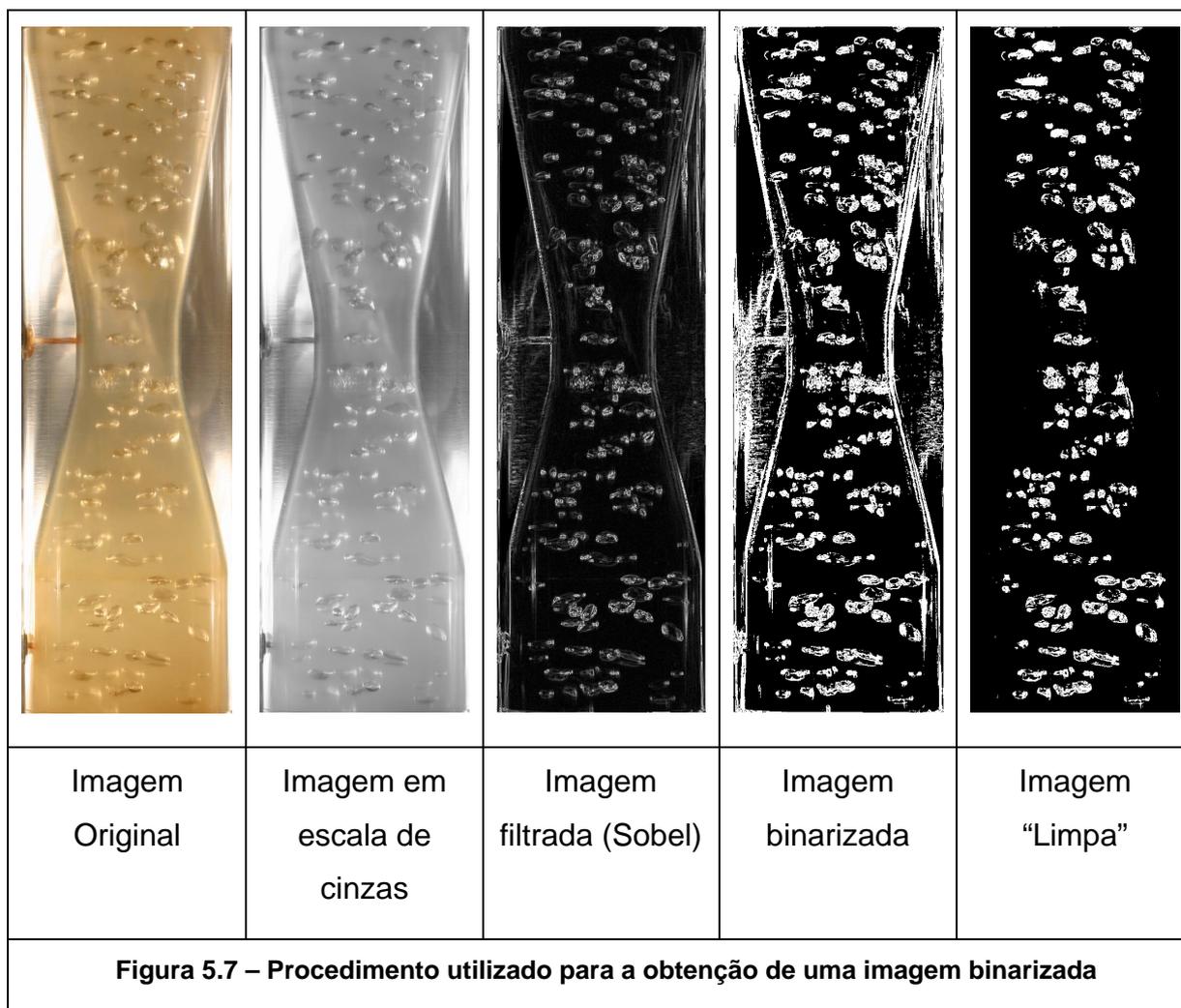
O software IMAGO® é um pacote para análise de imagens voltado para a quantificação de características da microestrutura de materiais, que possui aplicação direta na indústria metalúrgica (metalografia) e na indústria petrolífera (análise de meios porosos das rochas reservatório de petróleo).

Propõe-se neste trabalho a aplicação deste software para análise de imagens de escoamentos bifásicos obtidas em bancada experimental. Será apresentada a metodologia utilizada para a obtenção de uma imagem binarizada a partir da qual podem ser quantificadas a fração de fase e a distribuição de tamanho da fase dispersa.

Foge do escopo do trabalho a descrição detalhada das metodologias para análise de imagens através de técnicas de binarização por histograma de cinza. Assim, descreveremos apenas o procedimento utilizado neste trabalho para a binarização das imagens. Basicamente, o processo de binarização consiste em separar os pixels de uma imagem em dois grupos através do nível de cinza correspondente. Como uma imagem em tons de cinza é descrita por 256 níveis de tonalidade (0 a 255), para realizar a binarização basta definir um nível de corte Th (*u threshold*) onde todos os pixels que possuam tonalidade inferior ou igual a Th serão pintados de preto e os com tonalidade superior serão pintados de branco.

Nas imagens aqui analisadas, os processos normais de binarização não conseguem capturar adequadamente as bolhas devido à transparência das mesmas, o que provoca uma não diferenciação de tonalidades. Assim aplica-se o filtro de Sobel, que pré-processa a imagem de forma a capturar as interfaces das bolhas e, desta maneira, facilitar a binarização. Este filtro é baseado em um gradiente de luminosidade e captura as interfaces pelo fato destas serem mais iluminadas que o interior da bolha ou do que a fase contínua.

A Figura 5.7 apresenta a seqüência desenvolvida para a obtenção de uma imagem binarizada, a partir das imagens adquiridas na bancada experimental.



Após a aplicação do filtro de Sobel, a imagem é binarizada, aparecendo em branco as regiões ocupadas pelas bolhas e em preto as regiões onde não existem bolhas. Entretanto, devido à forma em que a imagem foi adquirida, outras regiões da imagem onde a intensidade de luz é alta, aparecerão em branco. Assim, é realizada uma "limpeza", onde estas partes são apagadas, deixando apenas as regiões ocupadas pelas bolhas.

A partir da imagem binarizada "limpa", pode ser realizada uma caracterização onde a fração de fase e a distribuição do tamanho de bolhas podem ser determinadas. Entretanto, como já comentado anteriormente, a fotografia adquire uma imagem onde todos os planos em profundidade aparecem projetados no plano da imagem. Desta forma, a fração de fase não pode ser determinada a partir deste tipo de imagem. **Imagens tomográficas**, onde as bolhas de apenas um plano podem ser adquiridas, permitiriam uma quantificação da fração volumétrica de gás e ainda da distribuição espacial da mesma. Neste caso, para se ter valores

representativos da distribuição de fase, diversas imagens devem ser processadas para obter valores médios. Esta técnica seria equivalente a uma “média das realizações” descrita no Capítulo 2. Nos restringiremos aqui à determinação do diâmetro de bolha para algumas velocidade superficiais de água. Como comentado na seção anterior, a distribuição de diâmetro dependerá basicamente da velocidade superficial de líquido, tendo pouca variação com a concentração de gás.

A Figura 5.8 apresenta as distribuições de tamanho de bolha para velocidades superficiais do líquido de 0,51 e 0,58 m/s.

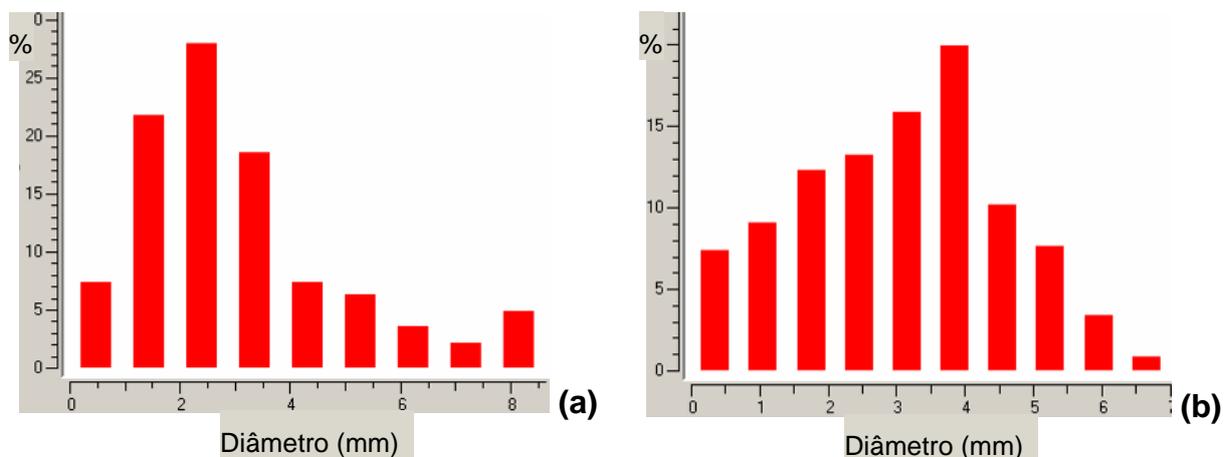


Figura 5.8 – Distribuição de tamanho de bolhas, obtida como o software IMAGO[®], para (a) $J_L = 0,51$ m/s e (b) $J_L = 0,58$ m/s. Em ambos os casos $J_G = 0.0164$.

No caso de $J_L = 0,51$ m/s a distribuição se apresenta um pouco mais larga, tanto que, para $J_L = 0,58$ m/s, o pico se encontra para um diâmetro um pouco maior. Entretanto, para ambos os casos, o diâmetro médio resultou em valores muito próximos de aproximadamente 3 mm. Este valor é coerente com os valores relatados na literatura para estas condições de escoamento e foi o valor utilizado nas simulações para o tubo Venturi estudado neste trabalho, pois observou-se nos experimentos que o diâmetro de bolhas não varia significativamente com o aumento da fração de gás.

Para velocidades superficiais do líquido menores, se observa uma distribuição com diâmetros maiores. A Figura 5.9 apresenta a distribuição obtida para uma velocidade superficial do líquido de 0,18 m/s. O valor médio neste caso resultou em um diâmetro de 4,5 mm. Entretanto, não foram simulados numericamente casos

para estas velocidades superficiais de líquido, pois o padrão pistonado aparece para baixas frações de ar.

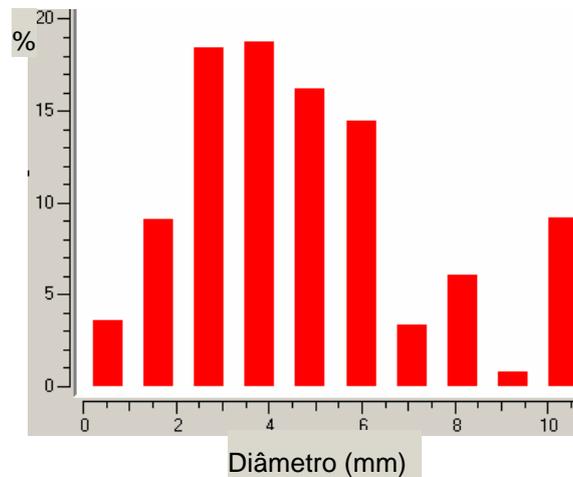


Figura 5.9 – Distribuição de tamanho de bolhas, obtida como o software IMAGO[®], para $J_L = 0,18$ m/s e $J_G = 0,01$.

Na Figura 5.10 se apresentam imagens tratadas para velocidade superficial do líquido de 0,62 m/s e velocidades superficiais e gás de 0,0164 e 0,033 m/s. Pode-se observar para o caso com maior fração volumétrica de ar, que o fato da imagem capturar diversos planos leva a uma interpretação errada do que seria uma bolha por parte do algoritmo de binarização. Assim, os algoritmos de caracterização interpretarão objetos de vários planos como sendo um único objeto, levando a sobre predições do tamanho de bolha. Desta forma a técnica pôde ser aplicada, neste trabalho, para baixas frações volumétricas de gás.

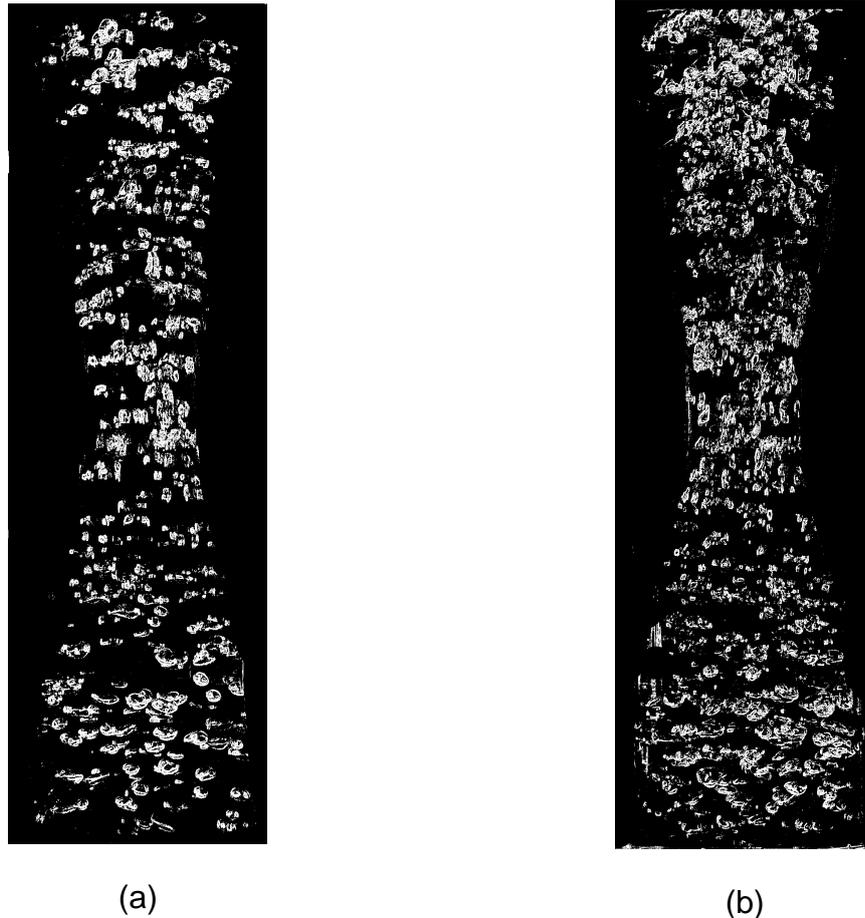


Figura 5.10 – Imagens binarizadas “limpas” para $J_L = 0,511$ m/s. (a) $J_G = 0,0164$; (b) $J_G = 0,033$ m/s

É importante ressaltar, que o problema reside na tecnologia de aquisição de imagens e não na metodologia de tratamento. Como já comentado, a aquisição de imagens tomográficas pode resolver o problema. Assim, embora neste trabalho as possibilidades de análises foram restritas devido ao tipo de imagens disponíveis, foi apresentada a técnica e deixa-se como proposta para trabalhos futuros, a caracterização de escoamentos bifásicos em termos de distribuição de tamanho de bolhas (ou gotas) e distribuição de fase através de análise de imagens utilizando o software IMAGO®.

5.2 Pressão diferencial em medidores de vazão

A variável principal em dispositivos de medição de vazão baseados em pressão diferencial é a diferença de pressão medida entre um ponto localizado no tubo de seção constante, a montante do dispositivo, e a garganta do mesmo. Esta variável é correlacionada com a vazão volumétrica que escoar através do dispositivo de medição. Para estudar a relação entre esta variável e a modelagem matemática de escoamentos multifásicos, o escoamento em uma contração foi resolvido. Embora este tipo de dispositivo seja também comumente utilizado como medidor de vazão (Doroshenko, 1974, Lewis & Davidson (1985a)), neste trabalho será modelado o escoamento através do mesmo apenas com o intuito de validar os resultados numéricos a partir dos valores experimentais apresentados nos trabalhos citados.

Foram realizadas diversas simulações procurando reproduzir o experimento de Lewis & Davidson (1985a), estudando a influência das forças de interface. Em particular, foi observado que a força de massa virtual tem uma importante influência no gradiente de pressão ao longo da contração, onde o escoamento se acelera. Assim, foi realizado um estudo aprofundado da modelagem desta força e a sua influência no gradiente de pressão. Este estudo é apresentado na seção seguinte.

Também são apresentados outros estudos realizados do comportamento da pressão diferencial em tubos Venturi, comparando-os com resultados de medições experimentais realizadas na bancada de testes descrita no Capítulo 4.

5.2.1 Pressão diferencial e massa virtual

Apresenta-se nesta seção um estudo do escoamento multifásico em uma contração com especial interesse na influência da força de massa virtual na pressão diferencial medida entre a entrada e a saída da mesma. Para a realização deste estudo, foi resolvido o escoamento de água e ar numa contração idêntica à utilizada por Lewis & Davidson (1985a) nos seus experimentos. O dispositivo estudado nesse trabalho possui uma grande relação de áreas, salientando os efeitos de aceleração e, portanto, os efeitos de massa virtual. Os resultados obtidos e relatados nesta seção foram recentemente publicados em Paladino & Maliska (2004) e resultados preliminares para este problema foram publicados em Paladino & Maliska (2002).

Os resultados preliminares foram obtidos utilizando-se como força de interface apenas o arraste, sem considerar a força de massa virtual. Os resultados apresentaram diferenças de até 15 % quando comparados com valores experimentais, de acordo como mostrado na Figura 5.11, tornando-se estas diferenças mais evidentes para altas frações volumétricas de gás. Nesse trabalho, foram também mostradas comparações com resultados obtidos com o modelo homogêneo. Tais comparações serão aqui omitidas, pois foi comprovado no trabalho citado que tal abordagem leva a erros muito significativos, embora alguns sistemas de medição de vazão multifásicos baseados em pressão diferencial sejam projetados, ainda hoje, com base nesse modelo. O leitor pode encontrar os resultados no trabalho citado.

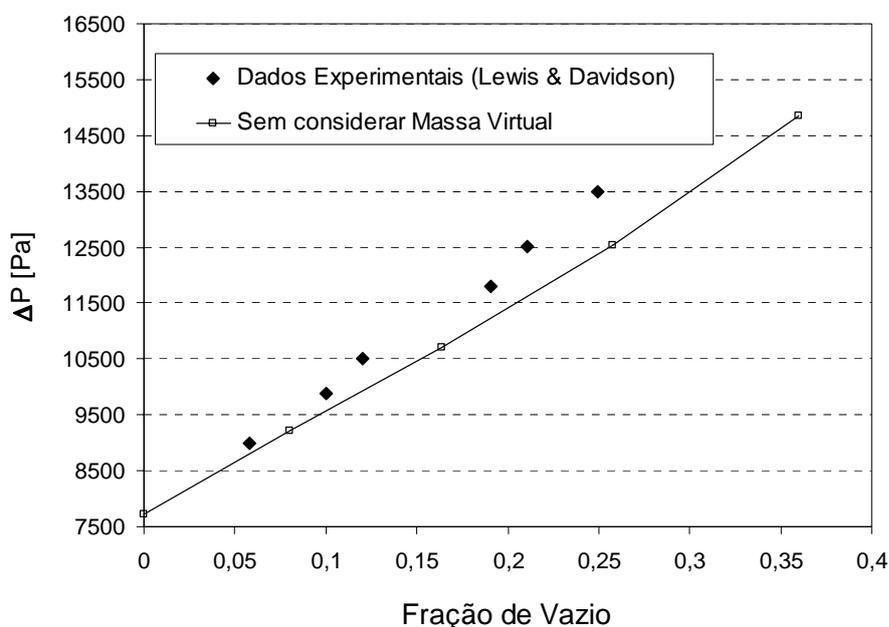


Figura 5.11 – Pressão diferencial através de uma contração em função da fração volumétrica de gás a montante da mesma. Comparação com resultados experimentais de Lewis & Davidson (1985a)

Como nos dispositivos aqui estudados a queda de pressão ao longo da contração é devida, principalmente, a efeitos de aceleração, foi concluído que a inclusão dos efeitos de massa virtual é de fundamental importância na predição dos gradientes de pressão neste tipo de escoamentos, especialmente para altas frações volumétricas de gás. Este fato é também relatado em outros trabalhos como, por exemplo, Kowe *et al* (1988), Couet *et al* (1991) e Boyer & Lemonnier (1996), entre

outros. Estes trabalhos utilizam o modelo de Três Campos, descrito no Capítulo 2, para o cálculo do gradiente de pressão em contrações. Como descrito nesse capítulo, este modelo considera os efeitos de massa virtual na própria formulação básica, introduzindo estes efeitos de forma mais consistente.

A Figura 5.12 mostra esquematicamente o dispositivo utilizado por Lewis & Davidson (1985a) e o domínio computacional utilizado nas simulações. Como o interesse é focado na contração e a garganta, a região de expansão não foi simulada de forma a facilitar a convergência do problema. Escoamentos bifásicos com gradiente de pressão adverso serão estudados nas seções seguintes onde serão apresentados resultados para tubos Venturi, incluindo a seção divergente dos mesmos. Em todas as simulações realizadas neste trabalho foi considerado um domínio bidimensional axi-simétrico.

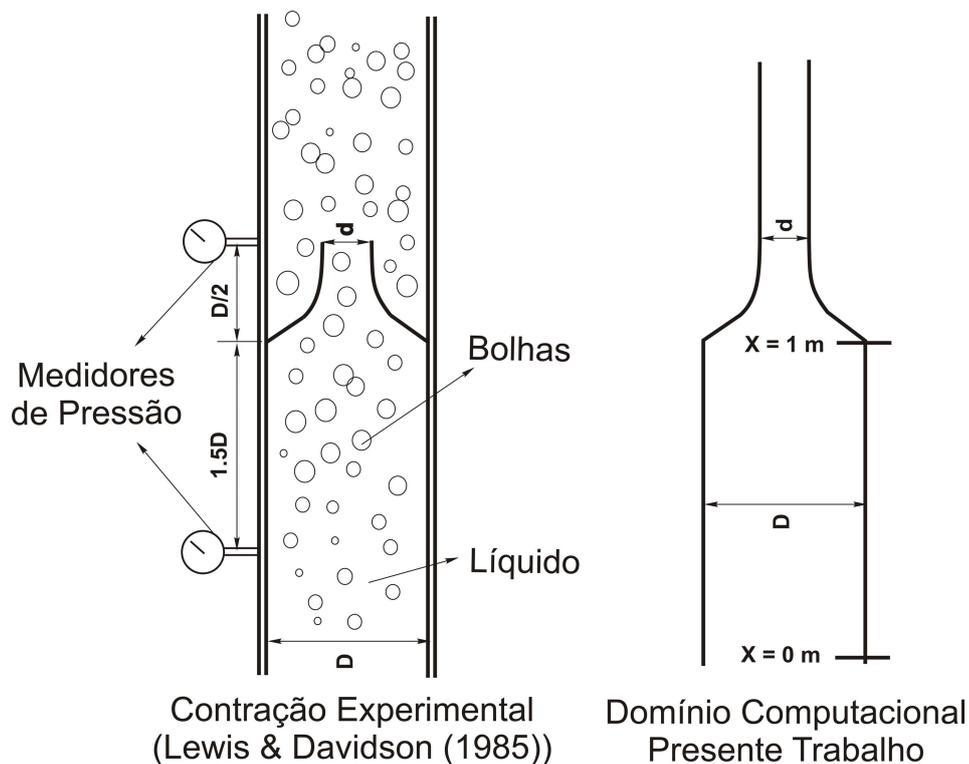


Figura 5.12 – Contração experimental utilizada por Lewis & Davidson (1985a) e domínio computacional utilizado neste trabalho. As comparações foram realizadas para $D = 95.2\text{ mm}$ e $d = 40\text{ mm}$

Os valores mostrados nos gráficos desta seção, correspondem a médias integrais na seção transversal do duto. Para uma variável qualquer Φ , esta média será dada por,

$$\Phi(x) = \frac{1}{A_T(x)} \int_{A_T(x)} \Phi(x, y, z) dA_T(x) \quad (5.1)$$

onde A_T é a área transversal do duto que será variável com a direção axial x . De forma a facilitar o pós-processamento dos resultados, esta integração foi implementada diretamente no *so/ver* do CFX4[®] através da rotina de usuário USRPRT (ver apêndice 1), exportando em forma direta os valores médios para as variáveis de interesse (pressão, velocidade de cada fase, fração volumétrica de gás etc.).

No restante do capítulo, quando forem indicados “valores médios na seção transversal”, estar-se-á falando de uma média como a mostrada na equação (5.1).

5.2.1.1 Modelos para a força de massa virtual

A modelagem da força de massa virtual é uma questão controversa na literatura, e diversas formas das equações constitutivas para modelagem do termo de força de massa virtual podem ser encontradas. É consenso que a força de massa virtual pode ser calculada como a massa de líquido carregada pela bolha ($\rho_L C_{VM} V_B$) multiplicada por uma aceleração relativa entre fases definida de forma adequada. Assim, esta força de interface pode ser calculada como

$$\mathbf{F}_{VM} = \rho_L C_{VM} V_B \mathbf{A}_{REL} \quad (5.2)$$

Uma questão chave, entretanto, é **como definir esta aceleração relativa?** Drew *et al* (1979) apresentaram uma forma para a aceleração relativa, baseando-se em uma análise da indiferença do sistema de referencia, ou seja, estipulando que a forma vetorial para a aceleração relativa deve ser independente do sistema de referencia utilizado. Assim, é introduzido um parâmetro não físico λ , definindo a aceleração relativa entre as fases como,

$$\mathbf{A}_{REL} = \frac{\partial \mathbf{U}_G}{\partial t} + \mathbf{U}_L \cdot \nabla \mathbf{U}_G - \frac{\partial \mathbf{U}_L}{\partial t} + \mathbf{U}_G \cdot \nabla \mathbf{U}_L + (1 - \lambda)(\mathbf{U}_G - \mathbf{U}_L) \cdot \nabla (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_G) \quad (5.3)$$

Segundo os autores desse trabalho, λ poderia ser obtido experimentalmente e é *a priori* função da fração volumétrica de gás. No mesmo trabalho, os autores

mostraram que λ varia entre 0 e 2 para altas (~ 1) e baixas (~ 0) frações volumétricas de gás, respectivamente.

Este parâmetro foi introduzido para fazer com que o termo de aceleração relativa seja independente do sistema de referencia, mas não possui nenhum significado físico. Do ponto de vista do autor deste trabalho, as propostas para as equações constitutivas devem ser baseadas em considerações físicas e devem ser utilizadas na medida em que estas ajustam melhor dados experimentais ou, de forma geral, a natureza física do fenômeno modelado. Entretanto, experimentos numéricos realizados mostram que este parâmetro tem pouca influência na pressão diferencial ao longo da contração, embora introduza importantes diferenças no valor numérico do termo de massa virtual. Na Figura 5.13 é mostrada a evolução dos termos de massa virtual a longo da contração para uma velocidade superficial do líquido $J_L = 0.65$ m/s e uma fração volumétrica de gás na entrada do dispositivo $r_G=0.258$. Neste caso a aceleração relativa foi calculada à partir da equação (5.3) e os cálculos foram realizados para $\lambda = 0, 1$ e 2 .

Num trabalho posterior Drew (1983) sugeriu que a uma forma para a aceleração relativa como sendo,

$$\mathbf{A}_{REL} = \frac{\partial \mathbf{U}_G}{\partial t} + \mathbf{U}_L \cdot \nabla \mathbf{U}_G - \frac{\partial \mathbf{U}_L}{\partial t} + \mathbf{U}_G \cdot \nabla \mathbf{U}_L = \frac{D_L \mathbf{U}_G}{Dt} - \frac{D_G \mathbf{U}_L}{Dt} \quad (5.4)$$

não considerando o último termo equação (5.3). Esta forma para a aceleração relativa é independente do sistema de referencia já que, na equação (5.3), λ pode assumir qualquer valor e a equação acima é obtida fazendo $\lambda = 1$ na equação (5.3).

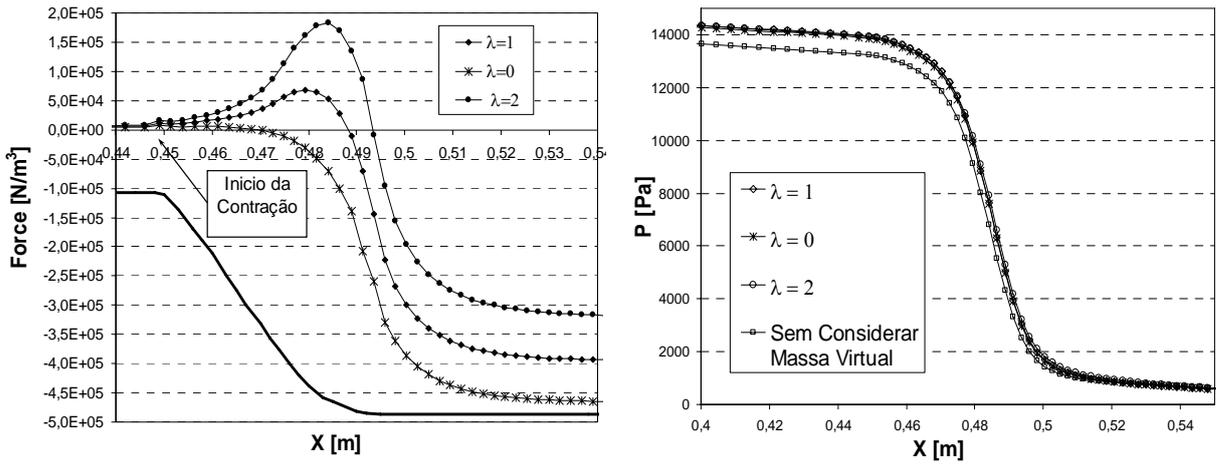


Figura 5.13 – Evolução do termo de massa virtual ao longo da contração utilizando o modelo de Drew *et al.* (1979) para diferentes valores de λ . $\lambda=1$ representa a força dada pela aceleração na forma da equação (5.4).

Enquanto diferenças significativas são observadas no valor numérico do termo de massa virtual pra diferentes valores de λ , os resultados mostram que este parâmetro tem escassa influência no gradiente de pressão embora, na Figura 5.13, importantes diferenças sejam observadas quando o termo de massa virtual é desconsiderado.

Auton *et al* (1988) propõem que a força atuando sobre um corpo submerso em uma corrente não estacionária, porém invíscida e uniforme no espaço, seja dada por

$$\mathbf{F}_{I-irrot} = \rho_L V_b \left[(1 + C_{VM}) \frac{d\mathbf{U}_L}{dt} - C_{VM} \frac{d\mathbf{V}_G}{dt} \right] \quad (5.5)$$

No caso da corrente ser não uniforme, isto é, quando a corrente livre varia no tempo e no espaço, a derivada substantiva de \mathbf{U}_L deve ser considerada para levar em conta esta variação. Ainda, outras forças aparecem devido à variação espacial da corrente livre, como a força de sustentação ou *Lift*. Assim, a força total proposta pelos autores desse trabalho nestas condições de escoamento é,

$$\mathbf{F}_{I-inviscid} = \rho_L V_b \left[(1 + C_{VM}) \frac{D\mathbf{U}_L}{Dt} - C_{VM} \frac{d\mathbf{V}_G}{dt} - C_L (\mathbf{V} - \mathbf{U}_0) \times \boldsymbol{\omega} \right] \quad (5.6)$$

Por velocidade da corrente livre, está-se referindo à velocidade longe da partícula ou bolha em questão. Assim, para o caso do modelo de dois fluídos, esta velocidade é dada pela velocidade relativa entre as fases ($\mathbf{V}_G - \mathbf{U}_L$). É importante destacar que, independentemente da variação de grandes escalas da velocidade, o perfil de velocidade local, na interface será sempre rotacional devido à viscosidade da fase contínua, dando lugar à força de arraste. A situação de perfil “plano” de velocidade pode ser encontrada, por exemplo, em reatores ou colunas de bolhas e outros dispositivos operando com escoamento em corrente livre. Assim, de forma geral, as forças de Sustentação e Lubrificação de Parede (*Wall Lubrification*), também transversal à direção principal de escoamento, são importantes em escoamentos internos em dutos ou com importantes gradientes transversais de velocidade, como os estudados neste trabalho.

Pelo fato destas forças serem transversais à direção principal de escoamento, influenciam principalmente a distribuição de fração volumétrica de gás e terão pouca influência no gradiente de pressão. Contudo, como já comentado, a distribuição fração volumétrica de gás tem influência no gradiente de pressão e, assim sendo, as forças transversais também influenciarão de forma indireta e, por conseguinte, em um grau muito menor que a massa virtual. Desta forma, esta seção será focada no estudo da força de massa virtual e suas diferentes forma de implementação. Na parte final da mesma, será apresentada uma comparação, mostrando a influência das forças transversais na pressão diferencial. Um estudo pormenorizado das chamadas “forças transversais” e a sua influência na distribuição de fase será apresentado na seção 5.3.

Em um contexto Euleriano, a equação (5.6) adota a forma,

$$\mathbf{M}_{I-rrrot} = \rho_L r_g C_{VM} \left(\frac{D\mathbf{U}_G}{Dt} - \frac{D\mathbf{U}_L}{Dt} \right) = \rho_L r_g C_{VM} \left(\frac{\partial \mathbf{U}_G}{\partial t} + \mathbf{U}_G \cdot \nabla \mathbf{U}_G - \frac{\partial \mathbf{U}_L}{\partial t} + \mathbf{U}_L \cdot \nabla \mathbf{U}_L \right) \quad (5.7)$$

Comparada com a equação (5.4), a aceleração relativa neste caso é dada pela diferença das derivadas convectivas de cada fase, utilizando como velocidade convectiva, a velocidade da própria fase, diferentemente da forma apresentada na equação (5.4) onde a velocidade da fase dispersa é usada na derivada substantiva da fase contínua e vice-versa. A forma para a força de massa virtual apresentada na

equação (5.7) é a mais comumente utilizada em modelos para escoamentos multifásicos, inclusive em pacotes comerciais como o CFX4[®], utilizado neste trabalho.

Segundo Drew *et al* (1979), Drew & Lahey (1987), e outras referencias na literatura, esta forma para a força de massa virtual, não é independente do sistema de referência. Os resultados obtidos para o problema aqui analisado, indicam uma escassa influência da força de massa virtual, quando introduzida no modelo a partir da equação (5.7). Esta situação indica que esta forma para o termo de massa virtual pode não ser adequada em escoamentos acelerados, isto é, quando os efeitos de massa virtual são importantes. Inclusive, importantes dificuldades de convergência foram experimentadas utilizando esta forma para a força de massa virtual e, em alguns casos, não foi atingida a convergência, mesmo utilizando passos temporais extremamente pequenos.

Outro modelo para a força de massa virtual foi proposto por Wallis, G. B. (1969), e consiste em utilizar a velocidade do gás como velocidade convectiva nas derivadas substantivas de ambas fases. Assim a aceleração relativa é dada por:

$$\mathbf{A}_{REL} = \frac{\partial \mathbf{U}_G}{\partial t} + \mathbf{U}_G \cdot \nabla \mathbf{U}_G - \frac{\partial \mathbf{U}_L}{\partial t} + \mathbf{U}_G \cdot \nabla \mathbf{U}_L = \frac{D_G \mathbf{U}_G}{Dt} - \frac{D_G \mathbf{U}_L}{Dt} \quad (5.8)$$

Embora mais estável nos cálculos que o modelo clássico dado pela equação (5.7), os resultados obtidos com o modelo apresentado por Wallis, G. B. (1969) mostram que as diferenças introduzidas utilizando este modelo em comparação com o caso em que os efeitos de massa virtual são negligenciados, são muito pequenas, e os valores obtidos para a pressão diferencial ao longo da contração estão ainda afastados dos dados experimentais.

A Figura 5.14 mostra a variação da pressão diferencial ao longo da contração analisada, em função da fração volumétrica de gás a montante da mesma. Os resultados obtidos utilizando este modelo e o dados pela equação (5.4) são comparados. Para fins de comparação são também mostrados os valores obtidos sem a inclusão da força de massa virtual nos cálculos. Observa-se que, embora algumas diferenças sejam introduzidas utilizando o modelo dado pela equação (5.8), os resultados ainda apresentam importantes diferenças com os dados

experimentais. Entretanto, os valores obtidos utilizando a equação (5.4) para a modelagem da força de massa virtual apresentam boa concordância com os dados experimentais.

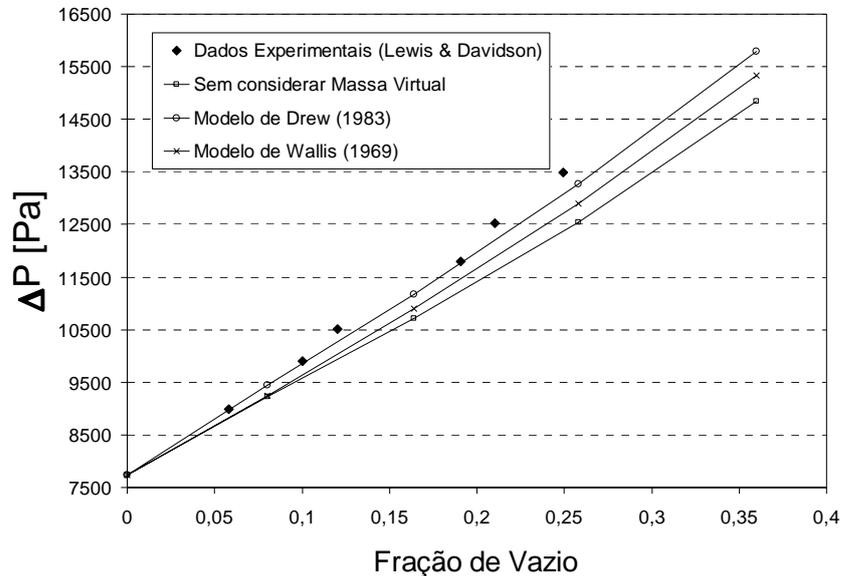


Figura 5.14 – Pressão diferencial através da contração em função da fração volumétrica de gás a montante da mesma. Comparação entre os modelos de Drew e Wallis

É importante mencionar que os efeitos sobre a estabilidade numérica deste modelo foram avaliados por Lahey *et al* (1980), onde se concluiu que a forma para a aceleração relativa dada pela equação (5.4) se apresenta como a mais estável. Entretanto, como já salientado, este estudo visa entender os efeitos da força de massa virtual no gradiente de pressão e não na estabilidade dos cálculos numéricos.

A Figura 5.15 apresenta a variação da pressão diferencial através da contração para diferentes velocidades superficiais do líquido.

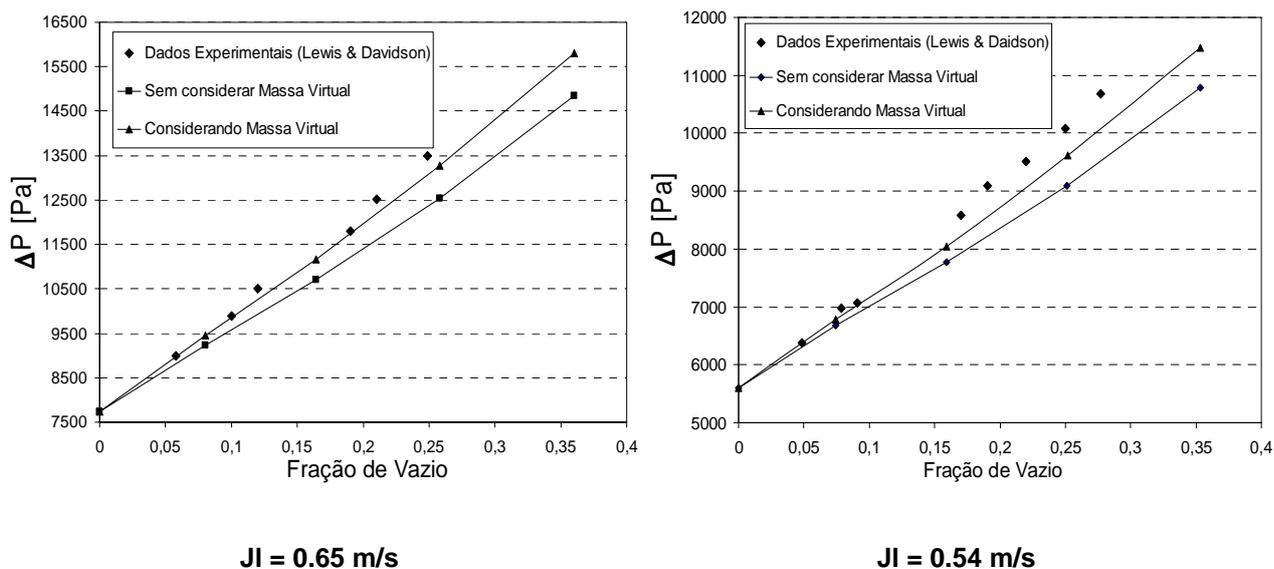


Figura 5.15 – Comparação da pressão diferencial em função da fração volumétrica de gás a montante com dados experimentais de Lewis & Davidson (1985) com e sem a inclusão da força de massa virtual

Observa-se uma boa concordância dos resultados numéricos com os experimentais, com diferenças um pouco mais significativas para velocidades superficiais do líquido menores. Em ambos os casos as diferenças podem ser atribuídas à dependência do coeficiente de massa virtual com a fração volumétrica de gás. Entretanto, estes resultados mostram que a força de massa virtual não é desprezível em escoamento acelerados e não deve ser considerado apenas como um termo de estabilização no processo de solução numérica das equações do modelo de dois fluidos.

Procurando elucidar as razões destas diferenças, foi também estudada a influência da fração volumétrica de gás no coeficiente de massa virtual. Como descrito no Capítulo 2, este coeficiente representa a relação entre o volume de líquido arrastado pela bolha e o volume da bolha. O valor teórico de C_{VM} para uma esfera se deslocando num meio infinito é 0,5. Entretanto, para frações volumétricas de gás altas, os efeitos de interação entre as bolhas tornam-se mais importantes. Isto implica que o coeficiente de massa virtual deveria ser, *a priori*, função da fração volumétrica de gás. Diversos modelos, baseados em análises teóricas e experimentais, têm sido apresentados na literatura. Drew *et al* (1979) e Watanabe *et al* (1990) mostram algumas análises de λ e C_{VM} variando com a fração volumétrica

de gás, porém estas análises foram focadas na estabilidade numérica. Como já comentado, na opinião do autor, C_{VM} tem um importante significado físico, enquanto λ carece totalmente do mesmo.

Ishii & Mishima (1984) sugeriram uma forma para C_{VM} em função da fração volumétrica de gás como sendo,

$$C_{VM} = \frac{1}{2} \frac{1+r_G}{1-r_G} \quad (5.9)$$

onde r_G é a fração volumétrica da fase gasosa.

Baseado num análise da interação de duas bolhas num escoamento de água e ar, Van Wijngaarden (1976) sugeriu,

$$C_{VM} = 0.5 + \frac{3}{2} r_G \quad (5.10)$$

Outras formas mais complexas e modelos mais requintados podem ser encontrados na literatura (ver por exemplo Watanabe *et al* (1990)). Entretanto uma análise desta natureza esta fora do escopo deste trabalho.

Para o problema aqui analisado, um modelo como,

$$C_{VM} = 0.5 + r_G \quad (5.11)$$

foi utilizado, apresentando excelente concordância com o resultados de Lewis & Davidson (1985b), enquanto que, a utilização da forma dada pela equação (5.10) para o coeficiente de massa virtual levou a um sobre predição dos valores de pressão diferencial. Resultados utilizando o modelo da equação (5.11) são apresentados na Figura 5.16. Resultados obtidos sem considerar a força de Massa Virtual foram incluídos nas figuras para comparação.

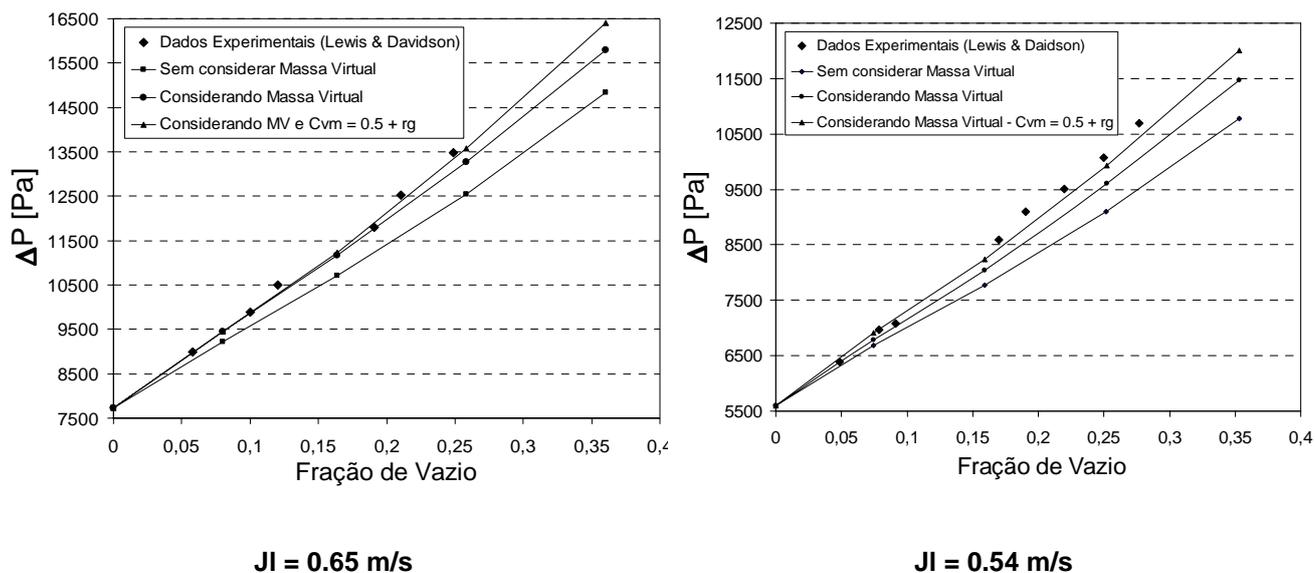


Figura 5.16 – Comparação da pressão diferencial ao longo da contração como função da fração volumétrica de gás a montante utilizando $C_{VM} = 0.5$ e o modelo dado na equação (5.11).

Observa-se que para baixas frações volumétricas de gás, os valores obtidos utilizando $C_{VM}=0.5$ apresentam uma boa concordância com os experimentos. Não obstante, para altas frações volumétricas de gás, são necessárias modificações no valor de C_{VM} para que a correta predição da pressão diferencial ao longo da contração.

O fato de as diferenças observadas para $J_L = 0.54$ m/s serem mais significativas se deve à maior relação de deslizamento entre fases, ou seja, maior relação entre a velocidade relativa do gás e do líquido. É interessante colocar que a importância dos efeitos das bolhas no escoamento está relacionada, não à magnitude da velocidade relativa (que não varia muito de um caso para outro, pois depende basicamente do diâmetro e forma das bolhas), mas a relação entre a velocidade relativa e a velocidade média da mistura bifásica. Quanto maior for esta relação, maiores serão os efeitos da presença da fase dispersa.

Finalmente, a Figura 5.17 mostra a influência das chamadas forças transversais na pressão diferencial numa contração. São mostrados os resultados obtidos considerando apenas a força de Massa Virtual e o Arraste é claro, comparados com os valores obtidos considerando as forças de sustentação, lubrificação de parede e dispersão turbulenta. Os respectivos coeficientes considerados neste caso foram:

$$C_L=0,1 ; C_{TD}=0,1 ; C_{w1} = -0,025 ; C_{w2} = 0,05$$

e o coeficiente de massa virtual foi considerado a partir da equação (5.11).

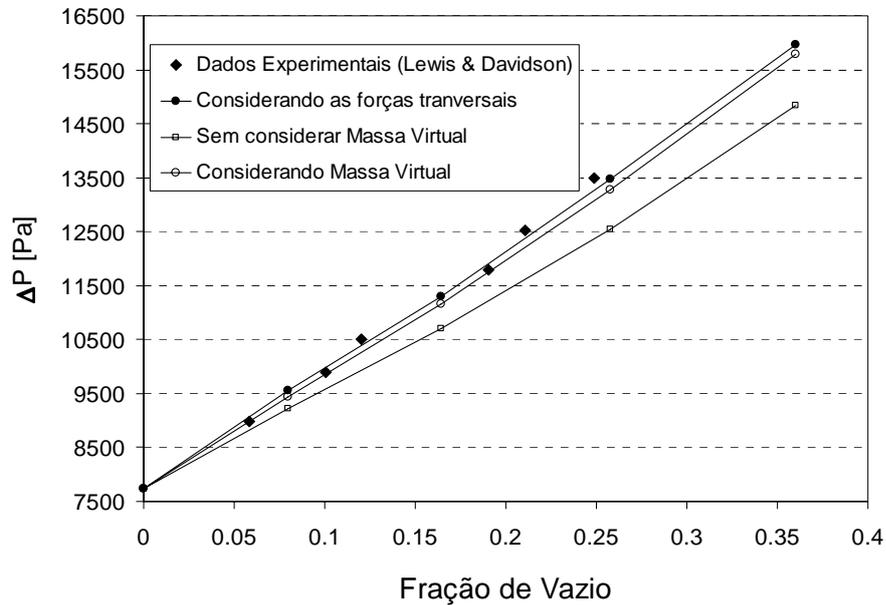


Figura 5.17 – Efeitos da forças transversais (Sustentação, Lubrificação de Parede e Dispersão Turbulenta) na pressão diferencial ao longo da contração como função da fração volumétrica de gás a montante utilizando.

Observa-se uma pequena diferença na pressão diferencial pelos efeitos das forças transversais e de dispersão turbulenta, com parando com a obtida considerando apenas a força de massa virtual. Como será visto na seção 5.3, o contrario acontece com relação à força de massa virtual e distribuição de fase, isto é, esta força tem pouca influência na distribuição de fase.

5.2.1.2 Massa Virtual e Estabilidade

É interessante introduzir neste ponto uma discussão acerca da capacidade de estabilização dos cálculos numéricos do termo de massa virtual. Diversos trabalhos (Lahey *et al* (1980), Watanabe *et al* (1990), Watanabe & Kukita (1992), Jabardo, J. M. (2002) (comunicação pessoal) entre outros) comentam sobre a estabilidade introduzida nos cálculos numéricos de escoamentos multifásicos, pelos termos de força de massa virtual. Ainda é uma pratica comum introduzir este termo em códigos numéricos apenas para estabilizar os cálculos, mesmo quando os efeitos físicos no escoamento são desprezíveis. Entretanto, é importante deixar claro que estes

termos devem ser inseridos no código computacional de forma adequada para que os cálculos se tornem mais estáveis a partir da sua introdução. Procurar-se-á apresentar aqui uma análise **simplificada**, baseada apenas na análise dos diferentes termos que compõem as equações do movimento.

É bem sabido que as fontes de instabilidade na resolução numérica de escoamentos provêm dos termos convectivos, pelo fato destes serem não lineares. Observando a equação da conservação da quantidade de movimento para a fase contínua, considerando a massa específica da fase e a fração volumétrica constantes por simplicidade, tem-se,

$$\rho_C r_C \frac{DU_C}{Dt} = \nabla \cdot (\mathbf{T}_C + \mathbf{T}_C^{Turb}) - r_C \nabla p + r_C \mathbf{f} + \mathbf{M}_{iDrag} + \rho_C r_C C_{VM} \left(\frac{DU_C}{Dt} - \frac{DU_D}{Dt} \right) \quad (5.12)$$

onde a forma clássica dada pela equação (5.7) foi considerada para a massa virtual. A equação acima, que pode também ser expressa como,

$$\rho_C r_C (1 - C_{VM}) \frac{DU_C}{Dt} = \nabla \cdot (\mathbf{T}_C + \mathbf{T}_C^{Turb}) - r_C \nabla p + r_C \mathbf{f} + \mathbf{M}_{iDrag} + \rho_C r_C C_{VM} \left(\frac{DU_D}{Dt} \right) \quad (5.13)$$

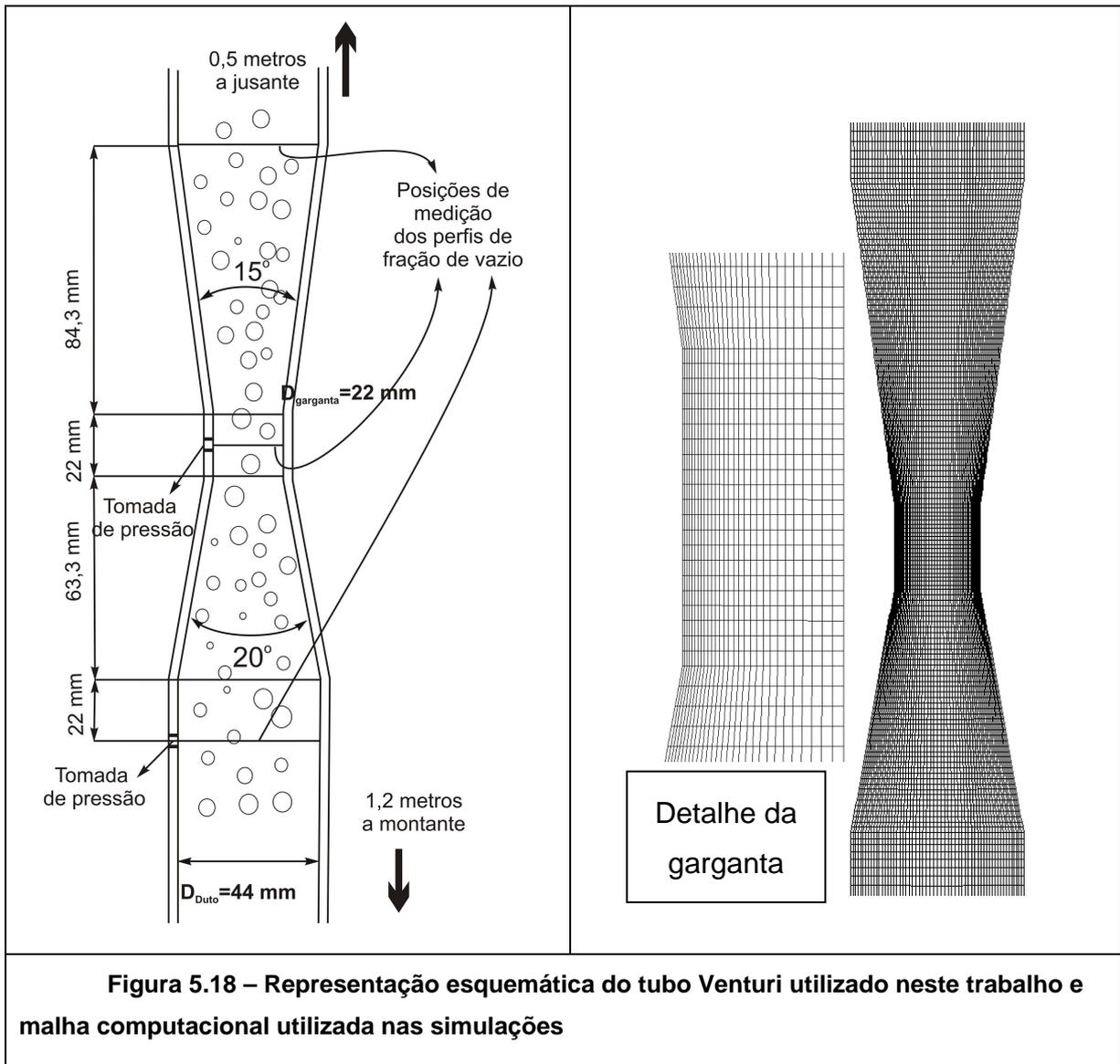
Assim, o peso relativo do fluxo convectivo de quantidade de movimento se vê diminuído em um fator $(1 - C_{VM})$. Entretanto, este fato pode apenas ser aproveitado em códigos customizados para a resolução de escoamentos bifásicos. Em códigos comerciais, pelo fato destes serem multi-propósito, isto é, procuram resolver diferentes tipos de escoamentos utilizando o mesmo *kernel* numérico, os termos de força de interface são normalmente introduzidos como termos fontes das equações, já discretizadas para um escoamento genérico, independentemente de ser composto de uma ou mais fases. Embora existam tratamentos especiais para o caso da força de arraste, tal como descrito no Capítulo 3, nenhuma modificação é introduzida na discretização dos fluxos convectivos nem para as forças de interface adicionais diferentes do arraste. Assim, nos casos estudados neste trabalho, foi observado que a introdução do termo de massa virtual, realizada através de um termo fonte linearizado, acarretou em todos os casos dificuldades de convergência, fazendo-se necessários passos temporais extremamente pequenos para a obtenção da convergência.

5.2.2 Pressão diferencial em tubos Venturi

Uma vez definida a forma mais adequada para o termo de massa virtual, e havendo demonstrado a importância do mesmo em cálculos de escoamentos em padrão de bolhas acelerados, o modelo será aplicado para o cálculo da pressão diferencial em tubos Venturi. Os resultados obtidos serão comparados com valores experimentais obtidos em bancada de testes.

Foi descrita em detalhe, no Capítulo 4 a bancada experimental utilizada neste trabalho, tanto para a visualização do escoamento multifásico em tubos Venturi quanto a medição da pressão diferencial em tais dispositivos. A Figura 5.18 apresenta esquematicamente a geometria do Venturi utilizado neste trabalho, indicando as posições onde é medida a pressão e os perfis transversais de fração volumétrica de gás, que serão estudados na seção seguinte. Também é mostrada a malha computacional utilizada. Esta malha tem 6215 volumes de controle. Uma malha de 22695 foi também utilizada com o intuito de verificar a influência do refino de malha na solução, mas não foi verificada nenhuma diferença nos resultados obtidos, tanto em termos de pressão diferencial, quanto em termos de distribuição de fase. Desta forma optou-se por prosseguir os cálculos na malha menos refinada.

Em todos os casos o nível mínimo de convergência exigido para os resíduos, definidos como a norma euclidiana dos imbalanços das propriedades transportadas em todos os volumes de controle, foi de 1×10^{-5} , para todas as equações.



A Figura 5.19, apresenta a distribuição da pressão média na seção, ao longo de eixo do Venturi, para as seguintes condições de escoamento:

J_L [m/s]	J_G [m/s]	α_G	d_{Bolha} [mm]
1.03	0.15	0.1023	4.0

Estas condições correspondem às utilizadas por Serizawa *et al* (1975b), em um dos seus experimentos. Desta forma pode ser verificado se o perfil de fração volumétrica de gás na entrada está de acordo com tais resultados experimentais e se estas condições de entrada correspondem ao perfil plenamente desenvolvido (ver

seção 5.3.2). São mostrados os resultados para diferentes casos rodados, considerando diversas forças de interface.

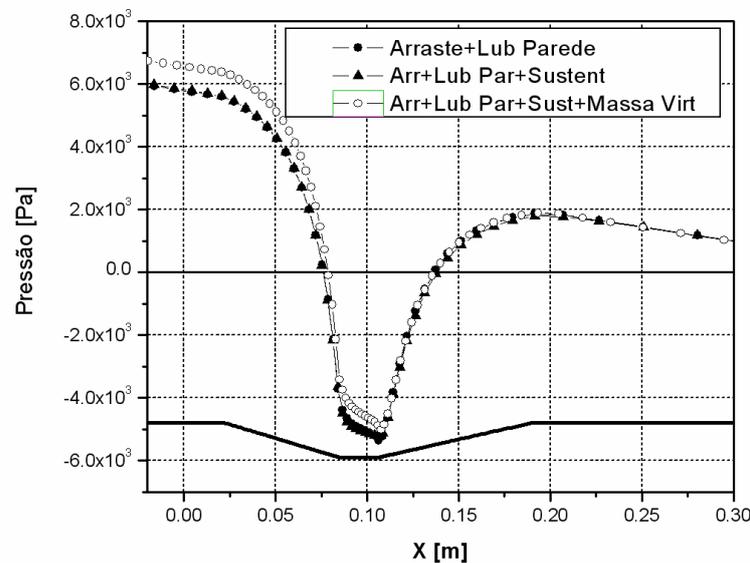


Figura 5.19 – Evolução da pressão ao longo do tubo Venturi, considerando diferentes forças de interface

Observa-se, como já salientado na seção anterior, que a força de massa virtual tem uma importante influência no gradiente de pressão, enquanto as forças transversais têm pequeno efeito.

5.2.2.1 Comparação com resultados experimentais

Além das validações do modelo numérico apresentadas na seção 5.2.1, onde os resultados obtidos para uma contração foram comparados com os resultados experimentais de Lewis & Davidson (1985a), procurou-se validar os resultados numéricos com valores experimentais de pressão diferencial em tubos Venturi, obtidos na bancada utilizada neste trabalho. Para tanto, foram reproduzidos numericamente alguns experimentos realizados na bancada de testes descrita no Capítulo 4.

Foi utilizado o modelo de dois fluidos padrão, desconsiderando os termos viscosos para a fase dispersa, tal como descrito no Capítulo 2. Foram consideradas como forças de interface o arraste, utilizando um modelo “automático” para o

coeficiente de arraste, a força de massa virtual, considerando a forma para a aceleração relativa dada pela equação (5.4) e as forças de sustentação, e lubrificação de parede.

Foram especificadas as velocidades superficiais para cada fase utilizadas em cada experimento. Entretanto, o valor de fração volumétrica de gás **média** na entrada teve que ser estimado a partir das velocidades superficiais de água e ar, considerando um escoamento plenamente desenvolvido, onde as bolhas atingiram a sua velocidade terminal. Ainda assim, foi colocado um trecho de duto equivalente a aproximadamente 40 diâmetros de forma a permitir o desenvolvimento dos perfis transversais de fração volumétrica de gás (ver seção 5.3).

O cálculo da fração volumétrica de gás média (aproximada) na seção de entrada é realizado da seguinte maneira:

A fração volumétrica de gás de “estagnação”, definida no Capítulo 2, pode ser calculada como,

$$\beta = \frac{Q_G}{Q_L + Q_G} = \frac{\bar{U}_G A_G}{\bar{U}_G A_G + \bar{U}_L A_L} \quad (5.14)$$

onde A_G é a área da seção ocupada pelo gás. Para o escoamento bifásico em dutos, a fração volumétrica de gás média na seção pode ser calculada como (Collier, J. G. & Thome, J. R. (1996), entre outros),

$$r_G = \frac{A_G}{A_{Duto}} \quad (5.15)$$

Multiplicando e dividindo a equação (5.14) pela velocidade média do líquido e definindo o fator de escorregamento, S , como a relação entre as velocidades médias do gás e do líquido e considerando que, $A_L = A_{Duto} - A_G$ tem-se,

$$\beta = \frac{\bar{U}_G A_G / \bar{U}_L A_{Duto}}{\bar{U}_G A_G / \bar{U}_L A_{Duto} + \bar{U}_L A_L / \bar{U}_L A_{Duto}} = \frac{S r_G}{S r_G + 1 - r_G} \quad (5.16)$$

Após algumas operações algébricas, tem-se,

$$r_G = \frac{1}{\left(\frac{1}{\beta} - 1\right)S + 1} \quad (5.17)$$

Considerando ainda que,

$$\bar{U}_R = U_{Term} = \bar{U}_G - \bar{U}_L \quad (5.18)$$

e

$$\bar{U}_L = \frac{J_L}{1 - r_G} ; \quad \bar{U}_G = \frac{J_G}{r_G} \quad (5.19)$$

tem-se,

$$S = \frac{J_L / (1 - r_G) + U_{Term}}{J_L / (1 - r_G)} \quad (5.20)$$

Resolvendo as equações (5.18) e (5.20) simultaneamente a partir dos valores medidos de J_L e J_G , obtém-se a fração volumétrica média na seção transversal do duto para um escoamento vertical plenamente desenvolvido.

A velocidade terminal é calculada através da correlação de Grace *et al* (1976), apresentadas no Capítulo 2, que é a mesma utilizada no modelo numérico. Foi observado nas visualizações que as bolhas apresentam um padrão elipsoidal na entrada do Venturi. O diâmetro médio das bolhas foi determinado também a partir das imagens obtidas para cada situação. Entretanto, o diâmetro das bolhas se mostrou aproximadamente constante para todas as condições estudadas.

A Figura 5.20 apresenta a variação da velocidade terminal das bolhas em função do diâmetro das mesmas calculadas a partir das correlações Grace *et al* (1976) e Ishii & Mishima (1984). Neste trabalho a correlação de Grace foi utilizada nos caso em que as bolhas apresentam regime distorcido. Entretanto, para os diâmetros de bolhas nos caso aqui estudados, que variam entre 2,5 e 3,5 mm, as diferenças apresentadas entre as correlações são pequenas.

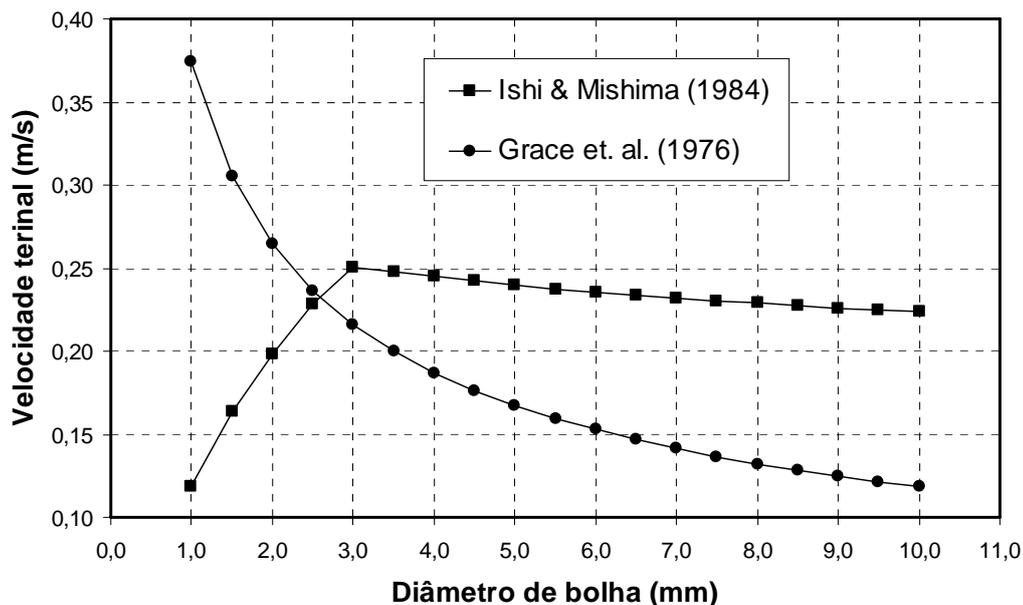


Figura 5.20 – Velocidade terminal em função do diâmetro das bolhas, calculadas a partir das correlações de Grace *et al* (1976) e Ishii & Mishima (1984)

Esta metodologia para o cálculo da fração volumétrica de gás **média** é baseada apenas na hipótese que as bolhas atingiram a sua velocidade terminal. Entretanto, o diâmetro e forma das bolhas devem ser conhecidos, e correlações adequadas devem ser utilizadas para o cálculo da velocidade terminal das mesmas. Por outro lado, são utilizadas aqui as mesmas correlações usadas no código computacional para o cálculo do arraste. Desta forma, independentemente do valor definido para a fração volumétrica de gás na entrada, esta variável atingirá o valor calculado de acordo com a metodologia apresentada, sempre que se coloque um trecho de duto suficientemente longo a montante da região de interesse.

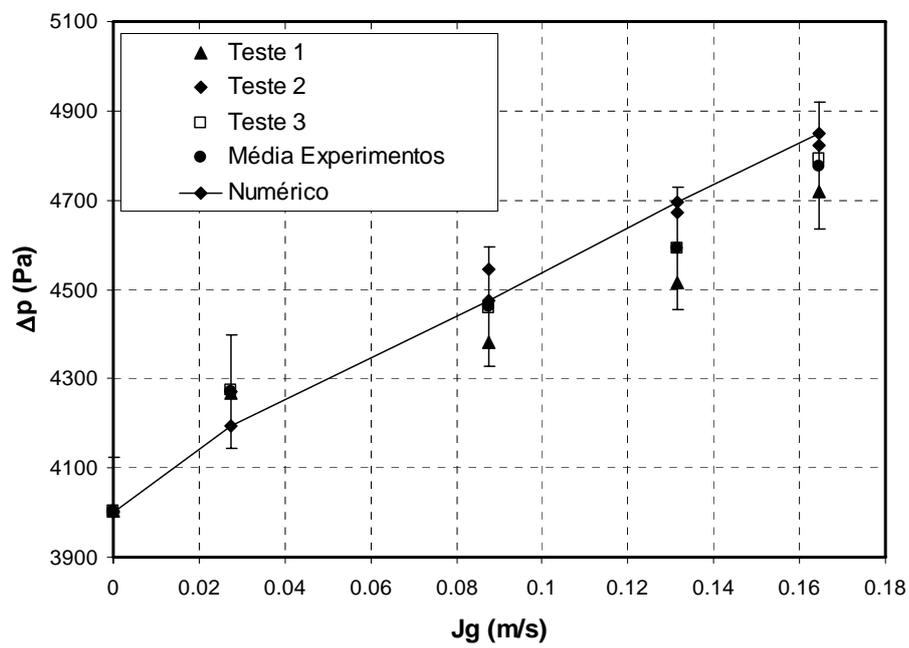
A Figura 5.21 apresenta uma comparação entre a pressão diferencial calculada a partir do modelo computacional e valores experimentais levantados neste trabalho, para $J_L = 0,62$ m/s e $J_L = 0,694$ m/s, para diferentes velocidades superficiais do ar.

Foi utilizado o modelo da equação (5.4) para o termo de massa virtual e foram consideradas as forças de sustentação e lubrificação de parede. Os coeficientes utilizados para as diferentes forças são mostrados na Tabela 5.1. Embora tenha sido verificado que as forças chamadas de “transversais” tem menor influência na

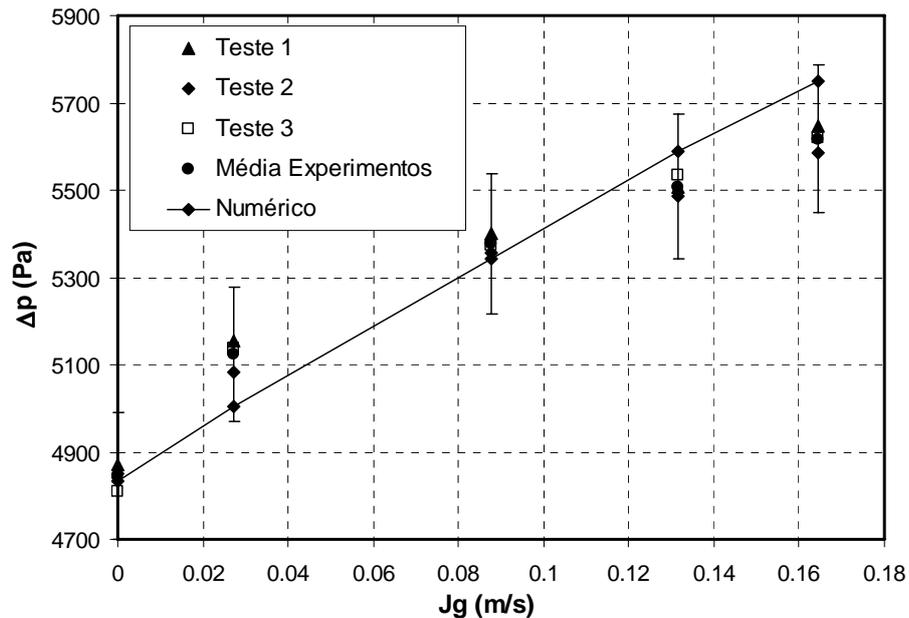
pressão diferencial, estas forma incluídas no modelo, pois a desconsideração das mesmas, principalmente da força de lubrificação de parede, pode levar a padrões de escoamento muito diferentes, principalmente na seção divergente do Venturi, como será visto no final deste capítulo.

Tabela 5.1 – Coeficientes utilizados para as forças de interface

C_D	C_L	C_{VM}	$-C_{W1}, C_{W2}$
Automático	0,1	0,5	0.02, 0.04



(a)



(b)

Figura 5.21 – Comparação entre valores de pressão diferencial calculados a partir do modelo numérico e medidos em bancada experimental, para o tubo Venturi apresentado na Figura 5.18. (a) $J_L = 0,62$ m/s; (a) $J_L = 0,694$ m/s

Observa-se nestes casos uma boa concordância entre os valores numéricos e experimentais, corroborando a validade do modelo numérico para o Venturi aqui estudado. As barras de erro são colocadas considerando um erro aproximado de 3% nas medidas experimentais. Este erro foi calculado de forma simplificada considerando apenas as incertezas correspondentes aos transdutores de pressão. Entretanto estas incertezas são também amortecidas pelo fato de que a "média dos experimentos" corresponde a uma média de três testes onde cada um deles contempla a média de mais de 3000 tomadas adquiridas em cada teste. Chama a atenção o fato de se observarem erros maiores para altas velocidades superficiais de gás, mostrando uma tendência diferente ao observado nas comparações com os experimentos de Lewis & Davidson (1985a), mostrados na seção 5.2.1, mas não foi possível esclarecer as razões para este comportamento.

A Tabela 5.2 apresenta os valores de pressão diferencial obtidos a partir do modelo numérico, junto com a média dos valores experimentais obtidos para os diversos testes e o erro relativo percentual dos valores numéricos. Este erro é

calculado com respeito à média dos valores experimentais dos testes realizados. Também são mostrados os valores numéricos obtidos para a perda de carga total.

Tabela 5.2 – Valores de pressão diferencial e perda de carga total no tubo Venturi estudado neste trabalho

J_L (m/s)	J_G (m/s)	Δp (média dos experim.) (Pa)	Δp (Pa)	Erro rel. (%)	Δp_{Total} (Pa)
0,62	0	4002	4001	0,033	555
0,62	0,0274	4270	4195	1,771	600
0,62	0,087	4462	4476	-0,306	789
0,62	0,131	4592	4694	-2,213	918
0,62	0,164	4777	4849	-1,50	1015
0,694	0	4843	4834	0,189	816
0,694	0,0274	5125	5041	2,361	750
0,694	0,087	5377	5330	0,874	969
0,694	0,131	5508	5589	-1,470	1122
0,694	0,164	5617	5769	-2,706	1227

No caso da perda de carga total, foi subtraída a pressão hidrostática devida ao peso da coluna de água entre os planos de entrada e saída do Venturi. Nos casos bifásicos, este valor é calculada como,

$$\Delta p_{Hidrostatico} = \rho_L \bar{r}_G g H \quad (5.21)$$

onde r_G corresponde à fração volumétrica de gás média no Venturi e H à distância entre os planos.

Como já comentado, não foram encontrados trabalhos na literatura que incluam a modelagem da seção divergente do Venturi, por serem normalmente utilizada abordagens unidimensionais ou bidimensionais parabólicas, as quais

perdem validade nesta região do domínio. Uma abordagem elíptica, com a utilizada neste trabalho, incluindo o dispositivo inteiro no domínio, permite a avaliação da perda de carga total ao longo do Venturi, parâmetro importante no projeto de medidores de vazão.

5.3 Distribuição de fase em tubos Venturi

Será apresentada nesta seção uma análise da distribuição de fase em medidores de vazão do tipo pressão diferencial. Algumas comparações com resultados da literatura serão mostradas, assim como uma análise das diferentes forças que influenciam na distribuição de fase em escoamentos de bolhas.

Pouca informação foi encontrada na literatura acerca da distribuição de fase em constrições do tipo das utilizadas para medição de vazão, como tubos Venturi, contrações e placas orifício. Entretanto, existe um grande número de dados experimentais e resultados numéricos para escoamentos em dutos de seção constante. Assim, de forma a validar o modelo computacional em termos de distribuição de fase, escoamentos com diferentes velocidades superficiais de líquido e gás em dutos de seção constante foram resolvidos e comparados com dados experimentais da literatura. Neste contexto será apresentada uma avaliação da influência das chamadas forças transversais na distribuição de fase.

Em seguida será apresentada uma análise da distribuição de fase em tubos Venturi. Embora os dados disponíveis na literatura para este dispositivos sejam escassos, será apresentada uma análise qualitativa da distribuição de fase e será observado que algumas forças como lubrificação de parede cumprem um papel extremamente importante no padrão de escoamento nestes dispositivos, principalmente quando é modelado o escoamento ao longo da seção divergente do mesmo

5.3.1 Distribuição de fase em tubos de seção constante

Foram escolhidos dois estudos experimentais apresentados na literatura para comparação com os resultados numéricos. O primeiro apresentado por Serizawa *et al* (1975b) consistindo em um estudo experimental do padrão de escoamento de água e ar plenamente desenvolvido em um duto de seção constante. Nesse

trabalho, são apresentadas medidas dos perfis transversais de velocidade, fração volumétrica de gás e intensidade de turbulência. O segundo trabalho escolhido foi o apresentado por Wang *et al* (1987), e consiste em um estudo da estrutura da turbulência e distribuição de fase em escoamento em dutos. Nesse trabalho foram também estudados escoamentos descendentes onde é observado um aumento da fração de na região central do tubo, diferentemente do que ocorre em escoamentos ascendentes onde os picos se registram na proximidade das paredes. Entretanto, neste trabalho serão estudados apenas escoamentos ascendentes já que medidores de vazão baseados em pressão diferencial são geralmente dispostos de forma vertical ascendente.

A Tabela 5.3 apresentada a seguir, resume os parâmetros utilizados nos experimentos de Serizawa *et al* (1975b) e Wang *et al* (1987), para este ultimo trabalho, foram reproduzidos numericamente apenas os experimentos em escoamento ascendente.

Tabela 5.3 – Parâmetros utilizados nos experimentos de Serizawa *et al* (1975b) e Wang *et al* (1987)

<i>Caso</i>	J_L [m/s]	J_G [m/s]	α_G	d_{Bolha} [mm]
Serizawa 1	1,03	0,0753	0,0397	4,0
Serizawa 2	1,03	0,151	0,1023	4,0
Serizawa 3	1,03	0,302	0,1627	4,0
Wang 1	0,43	0,1	0,132	2,8
Wang 2	0,43	0,27	0,31	3,0
Wang 3	0,71	0,27	0,214	3,2

A Tabela 5.4 apresenta os parâmetros utilizados nas simulações numéricas dos experimentos supracitados. Nestas simulações foi avaliada a influência das diferentes forças de interface na distribuição de fase. Assim, são mostrados os coeficientes utilizados para cada força, a saber, coeficiente de arraste, C_D , coeficiente de sustentação ou *Lift*, C_L , coeficiente de dispersão turbulenta, C_{TD} , e

coeficientes da força de lubrificação de parede, $-C_{w1}$, e C_{w2} . Nos casos em que os coeficientes são iguais a zero, implica que a força respectiva não foi incluída na simulação. O termo “Automático” para o coeficiente de arraste, indica que é utilizada uma correlação automática que seleciona a correlação utilizada para tal coeficiente, de acordo com o descrito no Capítulo 2.

Não será aqui abordada a dependência destes coeficientes de variáveis como fração volumétrica de gás, velocidades superficiais etc. O ajuste dos valores dos coeficientes associados às forças que não de arraste, como C_L , C_{w1} e C_{w2} e C_{TD} para diferentes condições de escoamento e frações volumétricas de gás, tem sido objeto de inúmeros trabalhos de pesquisa, e os valores aqui utilizados e avaliados serão aqueles mais comumente utilizados na literatura.

Tabela 5.4 – Casos simulados para dutos de seção constante e coeficientes de forças de interface utilizados.

<i>Caso</i>	<i>Exp.</i>	C_D	C_L	C_{TD}	$-C_{w1}, C_{w2}$
1	S1	Automático	0,1	0,1	0,025, 0,05
2	S1	Automático	0,1	0	0,025, 0,05
3	S2	Automático	0	0	0, 0
4	S2	Automático	0,1	0	0, 0
5	S2	Automático	0,1	0	0,025, 0,05
6	S2	Automático	0,1	0,1	0,025, 0,05
7	S3	Automático	0,1	0,1	0,025, 0,05
8	W1	Automático	0,1	0,1	0,025, 0,05
9	W1	Automático	0,1	0	0,025, 0,05
10	W2	Automático	0	0	0, 0
11	W2	Automático	0,1	0	0, 0
12	W2	Automático	0,1	0	0,025, 0,05
13	W2	Automático	0,1	0,1	0,025, 0,05
14	W3	Automático	0,1	0,1	0,025, 0,05

Diferentemente da força de massa virtual, existe um consenso na literatura sobre a forma matemática para a força de sustentação ou *Lift*. Esta é a forma clássica dada pela equação (2.50) repetida a seguir por conveniência,

$$\mathbf{M}_{ii}^{Lift} = \rho_i r_j C_L (\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i) \times \boldsymbol{\omega}_i ; \quad \boldsymbol{\omega}_i = \nabla \times \mathbf{U}_i \quad (5.22)$$

Esta força é perpendicular ao vetor vorticidade e à velocidade relativa entre as fases. Assim, em escoamentos ascendentes de bolhas (onde a massa específica da fase dispersa é menor que a da fase contínua) em dutos, esta força tende a empurrar as bolhas contra as paredes do mesmo.

Para os casos Serizawa 2 e Wang 2 da Tabela 5.3, foi realizado um estudo da influência das forças transversais, simulando diversos casos onde as forças de Sustentação (L), Lubrificação de Parede (WL) e Dispersão Turbulenta (TD) foram incluídas no modelo separadamente para estudar a influência de cada uma.

A força de dispersão turbulenta não pode ser classificada como força transversal pois ela não tem, como a força de sustentação uma direção transversal ao escoamento (em rigor, a força de lubrificação de parede tampouco, pois é perpendicular às paredes, mas em escoamentos em dutos, a direção principal do escoamento é paralelas às paredes). Entretanto, esta força influencia a distribuição de fase, já que tende a amortecer os picos de fração volumétrica de gás.

As figuras a seguir apresentam os resultados obtidos com o modelo de dois fluídos, utilizando os coeficientes apresentados na Tabela 5.3. É mostrada a distribuição de fração volumétrica de gás ao longo do raio para um tubo de seção constante e comparada com os resultados experimentais de Serizawa *et al* (1975b) e Wang *et al* (1987).

Primeiramente serão apresentados os casos “Serizawa 2” e “Wang 1”, onde foram utilizados diferentes valores para os coeficientes das diversas forças. Depois, utilizando os coeficientes que melhor ajustaram os dados experimentais, serão apresentadas comparações para os demais casos mostrados na Tabela 5.3.

A Figura 5.22 mostra os perfis transversais de fração volumétrica de gás para o escoamento desenvolvido num duto de seção constante, para os casos 3 e 4 da Tabela 5.4, considerando respectivamente, apenas a força de arraste (*Drag*) e as forças de arraste e sustentação (*Lift*) e arraste.

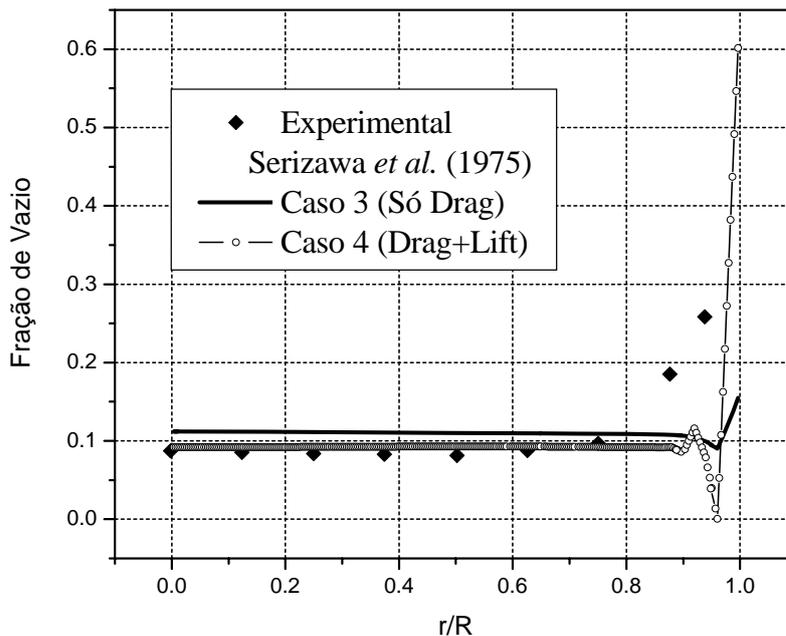


Figura 5.22 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Serizawa et al (1975b)

A Figura 5.23 apresenta a mesma comparação, para os casos 5 e 6, onde as forças de dispersão turbulenta e lubrificação de parede foram incluídas.

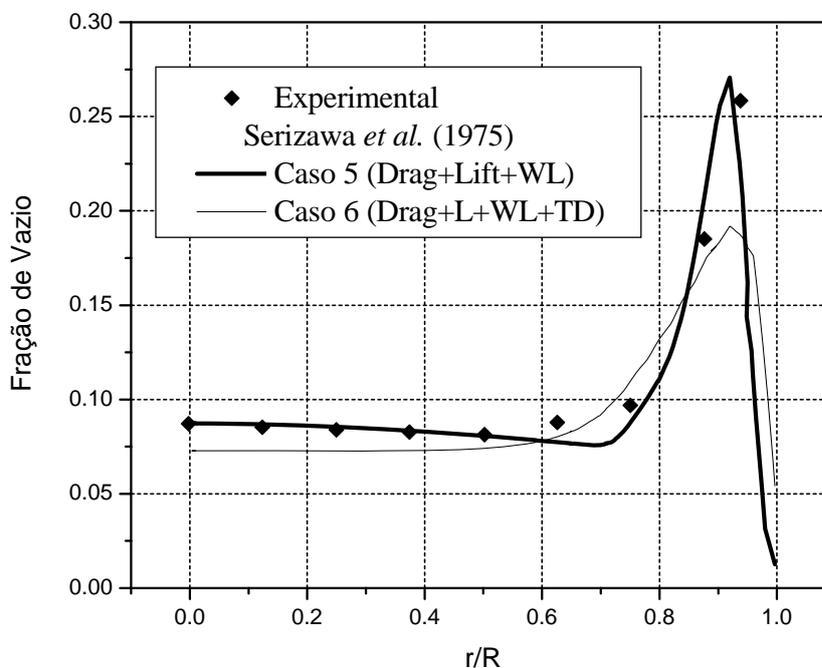


Figura 5.23 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Serizawa et al (1975b)

Observa-se que a consideração de apenas a força de arraste, leva a grandes divergências do perfil de fração volumétrica de gás calculado, quando comparado com os valores experimentais, principalmente nas proximidades das paredes. A inclusão da força de sustentação melhora distribuição no centro do duto, porém aumenta excessivamente o pico próximo da parede. Isto é pelo fato de não considerar a força de lubrificação de parede que tende a afastar as bolhas da parede, fazendo com que a fração volumétrica seja quase zero na parede.

Neste caso a melhor aproximação aos dados experimentais obteve-se considerando a força de sustentação e lubrificação de parede, juntamente com a força de arraste. A força de dispersão turbulenta, por outro lado, amorteceu o pico próximo da parede, afastando os valores calculados dos experimentais. Entretanto, no caso que será mostrado a seguir, onde foram reproduzidos numericamente os experimentos de Wang *et al* (1987), a inclusão da força de dispersão turbulenta aproxima mais os resultados numéricos dos experimentais.

A Figura 5.24 apresenta os perfis transversais de fração volumétrica de gás para os casos 10 e 11 da Tabela 5.4. Os mesmos comentários colocados para os casos 3 e 4 se aplicam aqui.

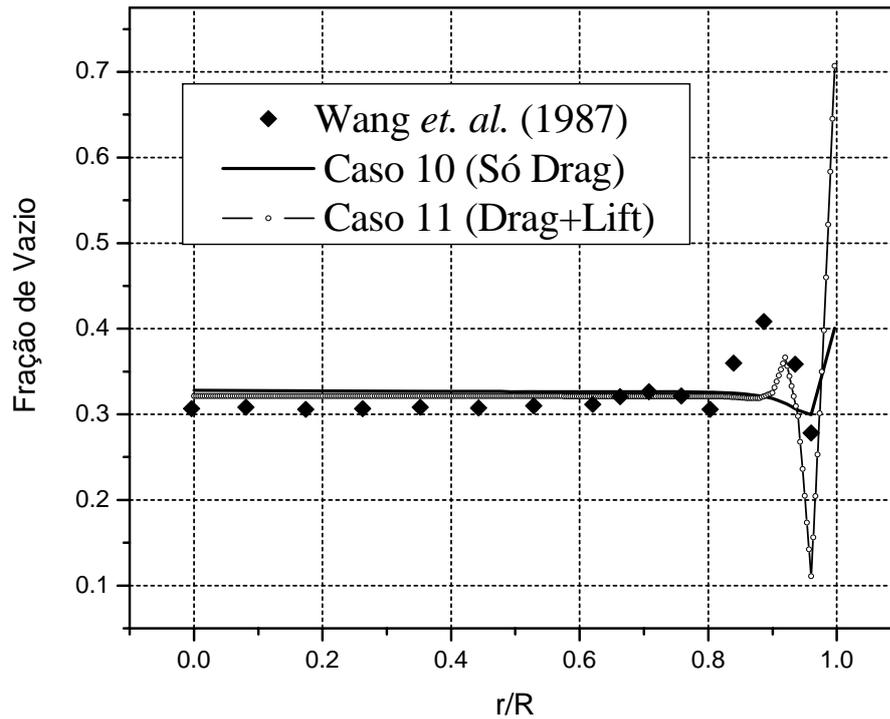


Figura 5.24 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Wang *et al* (1987)

A Figura 5.25 apresenta os perfis transversais de fração volumétrica de gás para os casos 11 e 12 da Tabela 5.4. Nestes casos, as forças de dispersão turbulenta e lubrificação de parede foram consideradas, além do arraste e sustentação.

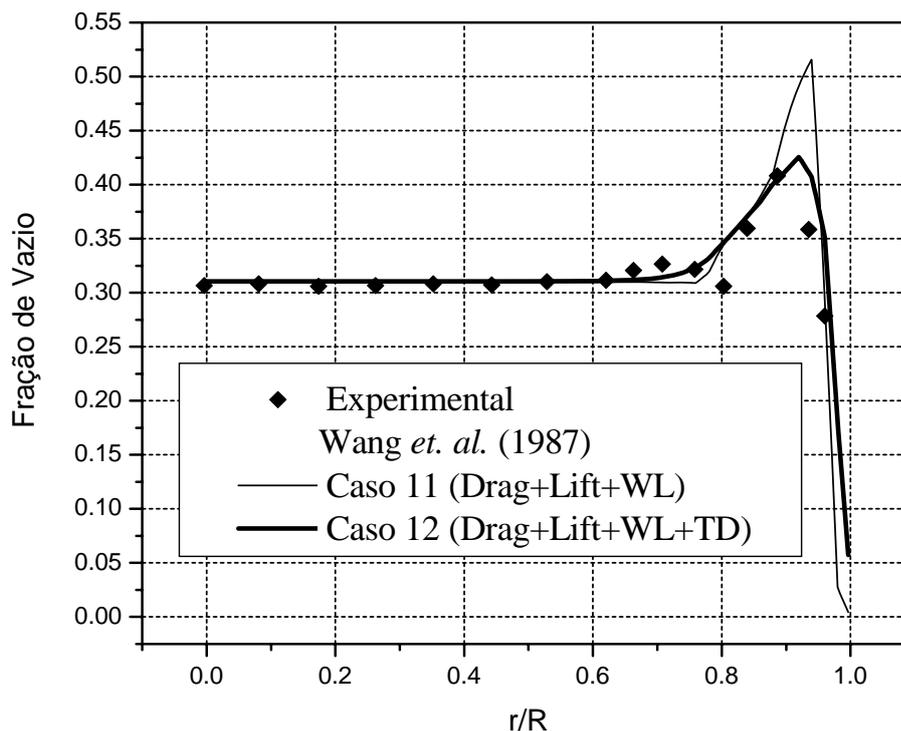


Figura 5.25 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Wang *et al* (1987)

Observa-se que, neste caso, a inclusão da força de dispersão turbulenta no modelo resulta num melhor aproximação dos resultados numéricos com os experimentais. O fato de se ter uma tendência contrária ao caso “Serizawa 2” com respeito à inclusão da força de dispersão turbulenta, pode ser explicado pelas diferentes condições de escoamento. Nos casos estudados por Serizawa *et al* (1975b) uma velocidade superficial maior foi utilizada, fazendo com que a energia cinética turbulenta seja maior, provavelmente superestimando os efeitos desta força. Este fato mostra que os coeficientes destas forças deverão, assim como o coeficiente de arraste, depender de variáveis de escoamento, como velocidade superficial, ou fração de fase. Entretanto, como já comentado, este aspecto não será aqui abordado.

As Figura 5.25 e Figura 5.26 apresentam os perfis transversais de fração volumétrica de gás para os casos 1 e 2 e 8 e 9 da Tabela 5.4, respectivamente. Nestes casos, foi avaliada a influência da força de dispersão turbulenta para outras condições de operação.

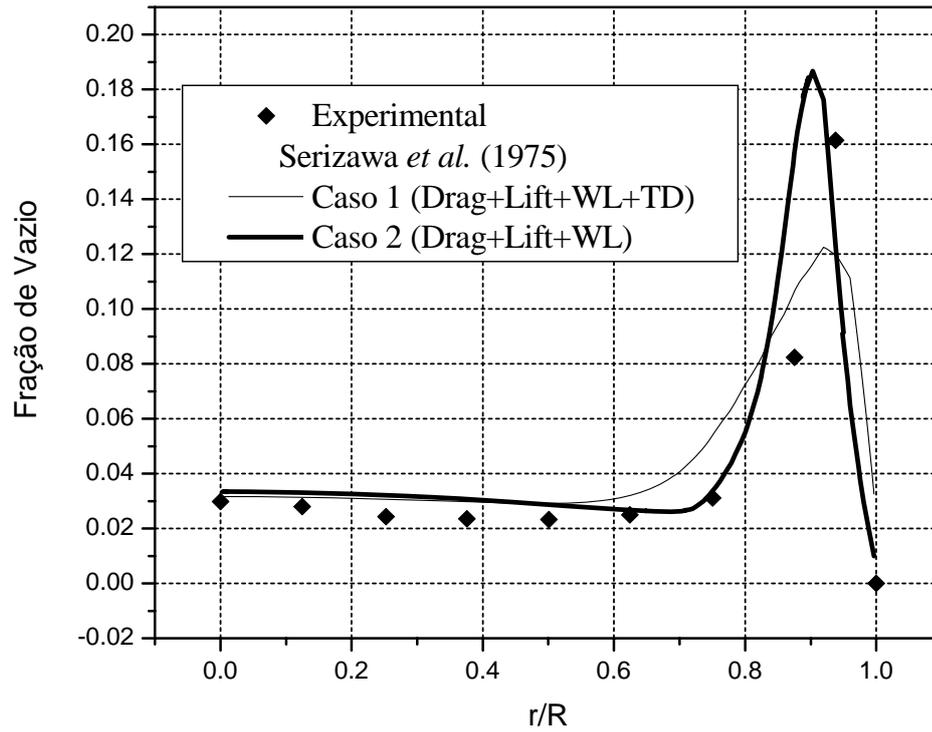


Figura 5.26 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Serizawa *et al* (1975b)

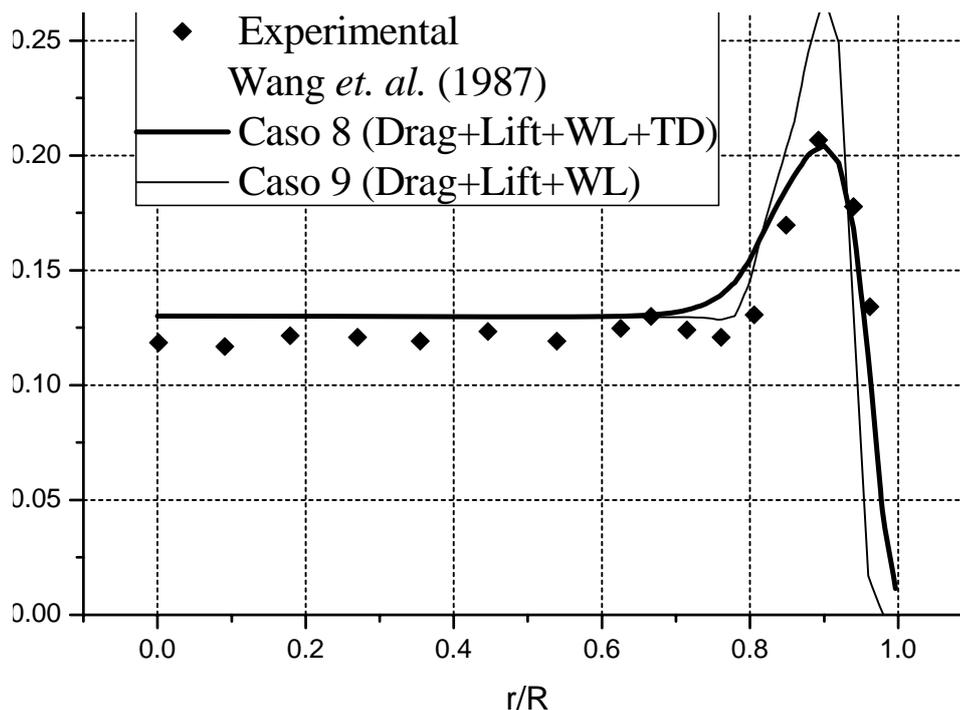


Figura 5.27 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Wang et al (1987)

Nestes casos, valem os mesmos comentários realizados para os casos anteriores. Novamente, observa-se a necessidade de expressar os coeficientes em função das variáveis do escoamento. Para velocidades superficiais maiores, provavelmente o coeficiente de dispersão turbulenta deverá ser menor, de forma a melhor ajustar os resultados experimentais.

Finalmente, a Figura 5.28 apresenta o resultado numérico para o caso 14, onde se comparam os resultados para o caso experimental “Wang 3” da Tabela 5.3.

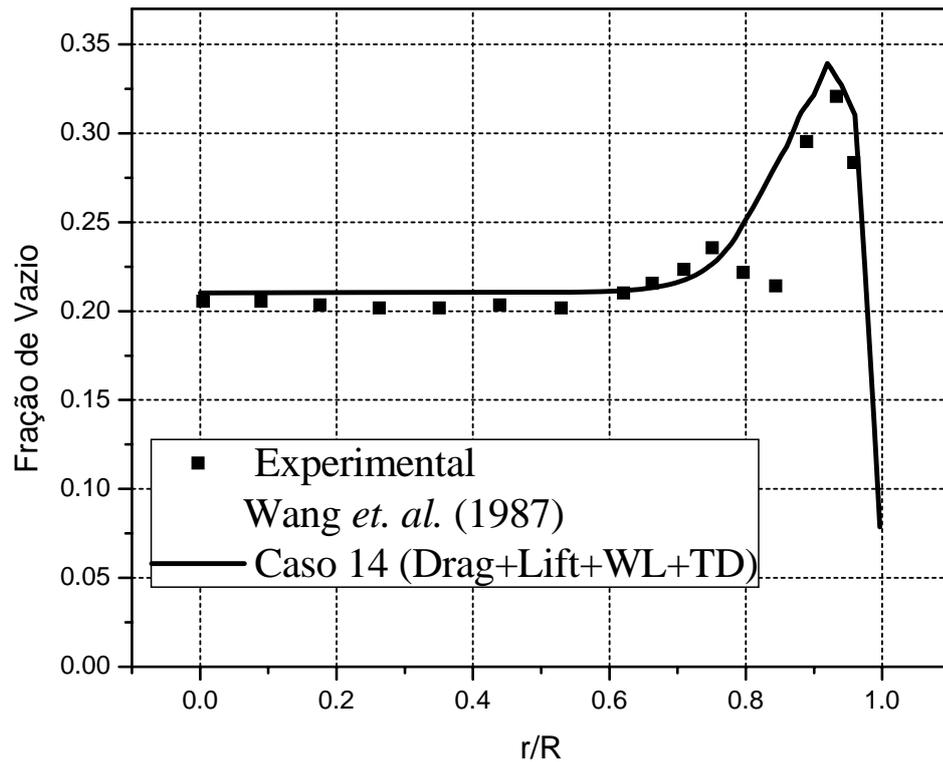


Figura 5.28 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás em um tubo de seção constante. Comparação com os valores experimentais de Wang *et al* (1987)

Conclui-se, a partir deste estudo, que as chamadas forças transversais são de extrema importância, em termos de distribuição de fase em escoamentos em dutos. Na seção seguinte, a distribuição de fase em tubos Venturi será analisada. Verificar-se-á, que neste caso, as forças transversais tornam-se ainda mais importantes, e que a não consideração das mesmas, principalmente a força de lubrificação de parede, pode trazer importantes implicações no padrão de escoamento em tubos Venturi, principalmente na seção divergente do mesmo.

5.3.2 Distribuição de fase em tubos Venturi

Não foi encontrado na literatura um modelo para o escoamento bifásico multidimensional para tubos Venturi que considere o dispositivo inteiro, incluindo a seção divergente. Por multidimensional está-se referindo a um modelo capaz de prever distribuições transversais das variáveis, como perfis de velocidade e fração volumétrica de gás. Dias *et al* (1998a) apresentam um estudo numérico e

experimental do escoamento bidimensional axi-simétrico em uma contração. Mais tarde, pesquisadores do mesmo grupo apresentam um estudo similar para tubos Venturi (Rosa & Morales (2002)). Entretanto, este último trabalho não considera, no modelo numérico, a seção divergente do tubo Venturi, alegando que, em termos de medição de vazão, a variável de interesse é apenas a pressão diferencial ao longo da seção convergente. Em ambos trabalhos um modelo de escoamento parabólico é utilizado, isto é, que não considera os efeitos das perturbações a jusante do escoamento, impedindo a modelagem de escoamentos onde tais efeitos são importantes (como por exemplo escoamentos com gradientes adversos de pressão).

Contudo, do ponto de vista de projeto de medidores de vazão a perda de carga total ao longo do dispositivo, incluindo a seção divergente é também uma variável de grande interesse. Ainda, a inclusão da seção divergente se apresenta como um desafio do ponto de vista da modelagem matemática de escoamentos multifásicos, também foco deste trabalho, pelo fato de que não foram encontrados na literatura modelos multidimensionais para expansões ou seções divergentes. Uma tentativa para este tipo de escoamento foi encontrada em Lahey *et al* (1980) mas a abordagem utilizada nesse trabalho limita-se a um modelo unidimensional e as análises foram focadas na força de massa virtual, desconsiderando as forças transversais. A modelagem utilizada no presente trabalho contempla os dispositivos de medição como um todo, incluindo a seção divergente dos mesmos.

De forma a validar o modelo a partir de resultados experimentais, procurou-se a reprodução numérica dos experimentos desenvolvidos por Thang e Davis (Thang & Davis (1979)). Na Figura 5.29 são apresentadas as dimensões do tubo Venturi utilizado nesse experimento e a malha computacional utilizada neste trabalho. No modelo computacional, um duto a montante equivalente a 20 diâmetros foi considerado, de forma a assegurar um escoamento desenvolvido. A malha é mostrada, refletida no eixo, pois no modelo computacional, como em todos os casos aqui estudados, foi utilizada a condição de simetria no eixo central (modelo axi-simétrico). No trabalho apresentado, os autores realizam experimentos para diversas velocidades superficiais de água e ar. No experimento utilizado aqui para comparação as velocidades superficiais do líquido e gás são respectivamente, $J_L = 2.038$ m/s e $J_G = 0.555$ m/s.

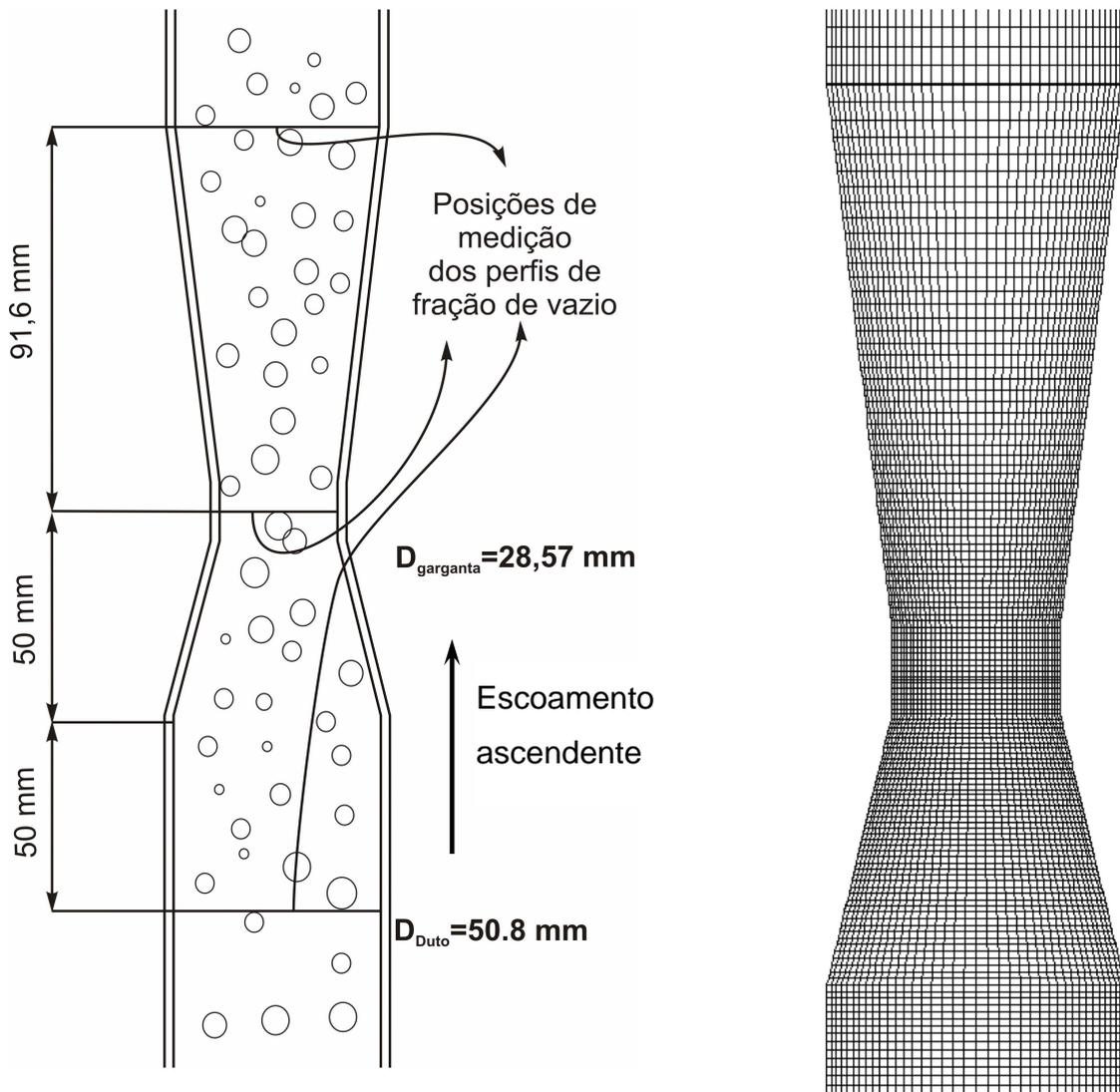


Figura 5.29 – Representação esquemática do tubo Venturi experimental utilizado por Thang & Davis (1979) e a malha computacional utilizada neste trabalho.

Foram simulados cinco casos variando os coeficientes das forças transversais e de dispersão turbulenta. Os valores utilizados para estes coeficientes são mostrados na Tabela 5.5. Novamente, os casos em que os coeficientes para alguma força são nulos indicam que tal força foi desconsiderada.

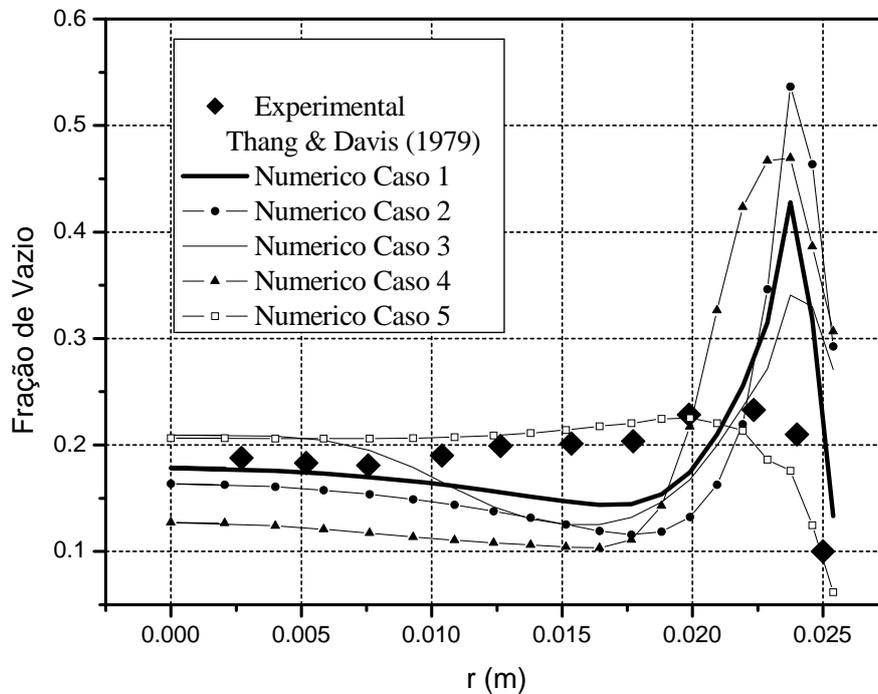
Tabela 5.5 – Valore dos coeficientes para as forças transversais e de dispersão turbulenta utilizados nos casos simulados.

Caso	C_L	C_{TD}	$-C_{W1}, C_{W2}$
1	0,06	0,02	0,025, 0,05

2	0,1	0,02	0,025, 0,05
3	0,1	0,1	0,025, 0,05
4	0,25	0,1	0,025, 0,05
5	0,0	0,1	0,025, 0,05

No Caso 1 foram utilizados os coeficientes usados por Troshko & Hassan (2001b) em uma análise para tubos de seção constante. Nesse trabalho os resultados foram também comparados com os valores experimentais obtidos por Serizawa *et al* (1975b) e Wang *et al* (1987), similarmente ao estudo realizado na seção anterior. Foi verificado que estes valores experimentais são mais bem aproximados quando é utilizando o $C_L = 0,1$.

A Figura 5.30 apresenta os perfis transversais de fração volumétrica de gás obtidos, para as posições indicadas na Figura 5.29, para os diferentes casos simulados, em comparação com os resultados experimentais de Thang & Davis (1979).



(a)

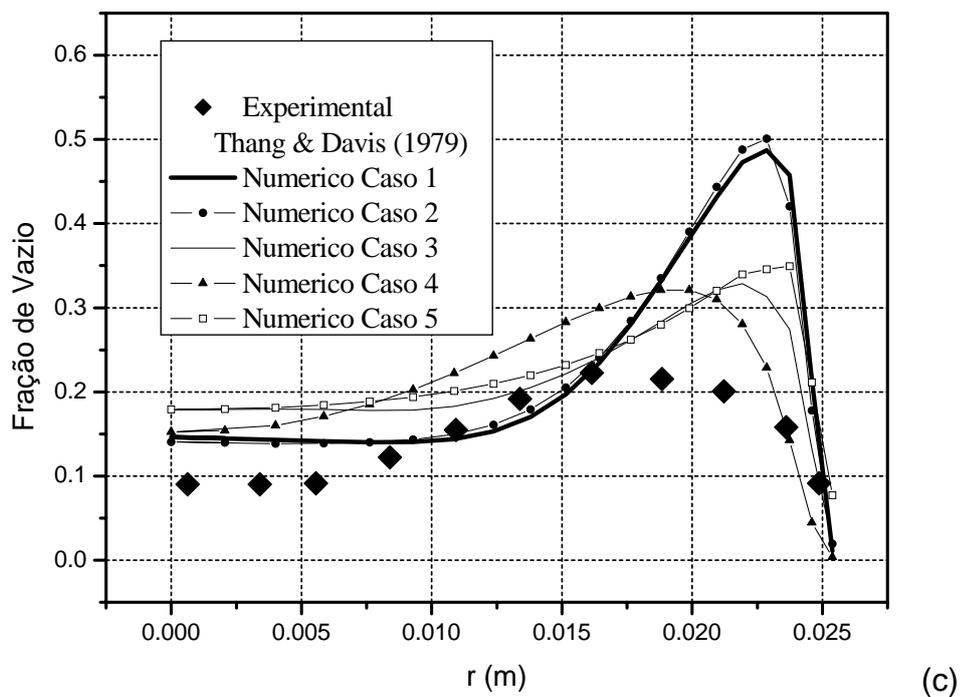
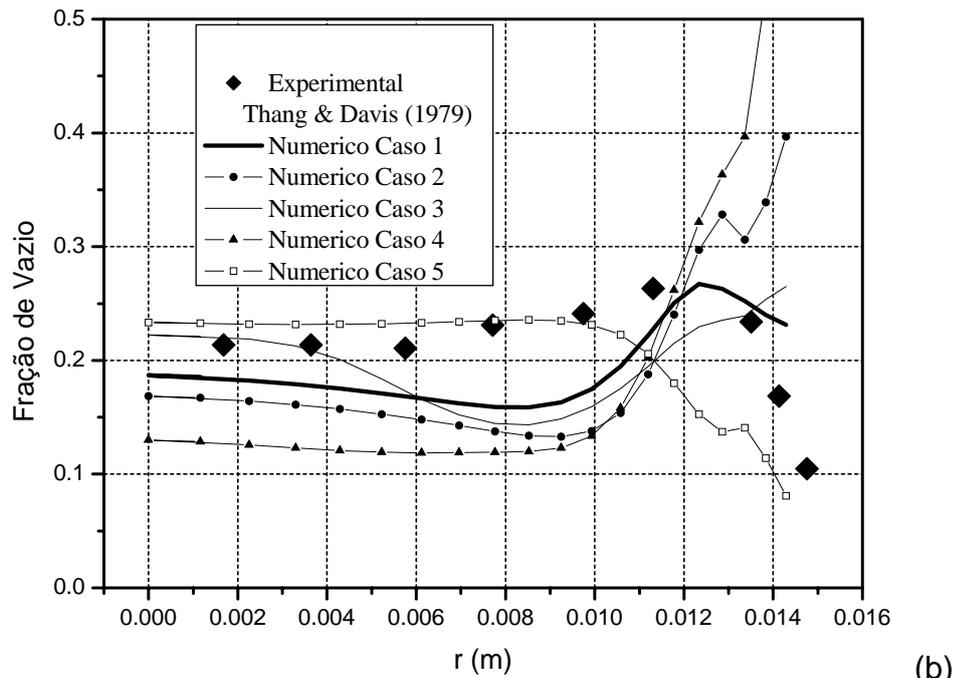


Figura 5.30 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás no tubo Venturi utilizado por Thang & Davis (1979). (a) entrada; (b) garganta; (c) saída

Para os perfis da entrada e garganta, o Caso 5, que não considera a força de sustentação, aproxima melhor os valores experimentais. Entretanto, para a garganta os resultados do Caso 1 apresentam um melhor comportamento próximo da parede. Para os perfis na seção de saída, todos os casos simulados apresentam

divergências com os valores experimentais. Neste caso, a melhor concordância, ao menos qualitativa, embora ainda sobre-predizendo os valores de fração volumétrica de gás, obteve-se para o Caso 4, onde um valor relativamente grande foi considerado para o coeficiente da força de sustentação. Isto é porque, como observado nas visualizações apresentadas na seção 5.1, as bolhas tendem a se afastar das paredes, devido à inversão no sentido da força de sustentação na seção divergente. Entretanto, o conjunto de coeficientes utilizados no Caso 4 não apresentou bons resultados para os perfis na entrada e garganta. Este fato sugere que, provavelmente, estes coeficientes devem ser considerados variáveis com as propriedades do escoamento.

Por outro lado, os autores do trabalho comentam que experimentaram algumas dificuldades na medição dos valores de fração volumétrica de gás, pela técnica de agulha de prova dupla, na saída do Venturi devido ao maior tempo de residência das bolhas nesta seção. Ainda, estes resultados são apresentados em forma bastante imprecisa no trabalho de Thang & Davis (1979), o que dificultou a digitalização dos valores.

Os valores médios nas seções para o experimento de Thang & Davis (1979), calculados a partir da integração numérica dos valores experimentais, são:

$$\bar{r}_{entrada}^G = 0,1987$$

$$\bar{r}_{garganta}^G = 0,224$$

$$\bar{r}_{saida}^G = 0,155$$

Teoricamente, a fração volumétrica de gás média na saída deveria ser maior que na entrada, pois a velocidade do líquido nessa região é maior que a do gás, fazendo com que, para uma mesma fração volumétrica de estagnação¹², a fração volumétrica de gás seja maior.

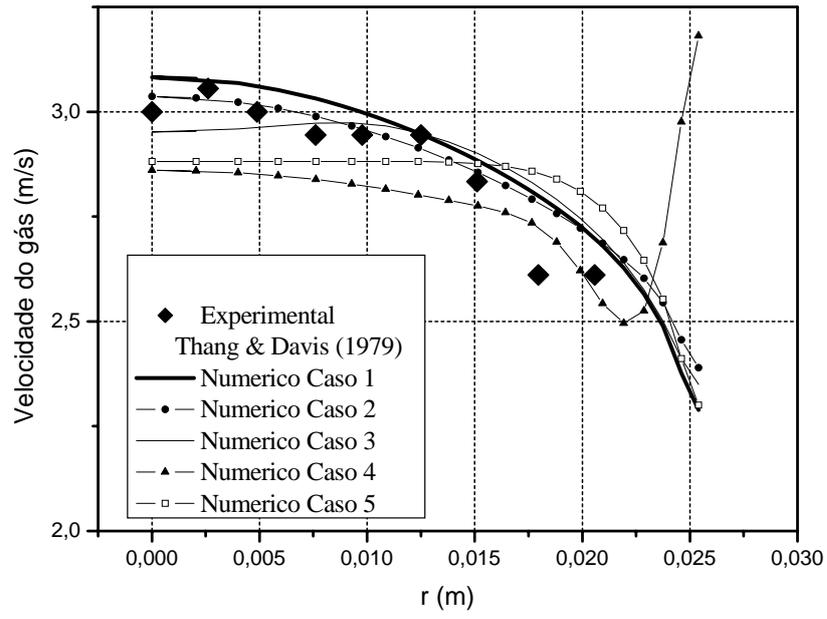
Ainda, como mostrado na seção anterior (e verificado largamente na literatura, Serizawa *et al* (1975b), Lopez de Bertodano *et al* (1994a), entre outros), os

¹² Conceito definido no Capítulo 2

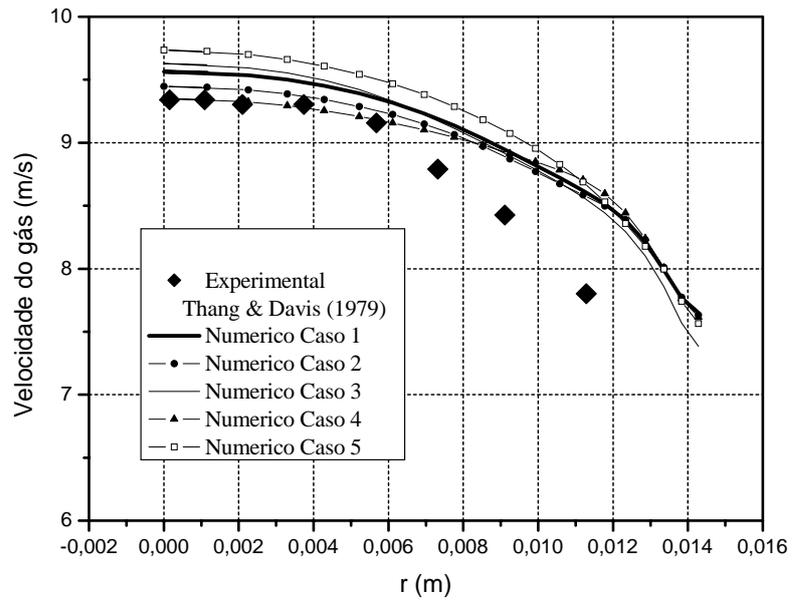
perfis de fração volumétrica de gás na entrada, ou seja para um escoamento desenvolvido em um duto de seção constante, se caracterizam por terem picos nas proximidades das paredes, o que não é observado nos experimentos de Thang & Davis (1979). Uma possibilidade neste sentido é que os perfis medidos nesses experimentos na entrada do Venturi não correspondam aos perfis totalmente desenvolvidos, modificando também os perfis na garganta e na saída do Venturi.

Desta forma conclui-se que, embora os perfis calculados tenham apresentado algumas diferenças com os valores experimentais (porém qualitativamente similares), os resultados experimentais utilizado para comparação, não são totalmente confiáveis, tanto pelos valores medidos e pelas incertezas da modelagem física, como pela forma em que estes são apresentados. Entretanto, estes resultados foram utilizados para comparação por ser o único trabalho experimental encontrado, que apresenta distribuição de fase em tubos Venturi.

A Figura 5.31 apresenta uma comparação dos perfis de velocidade para a mesma situação mostrada acima. Observa-se que, de forma geral, todos os casos simulados apresentam um perfil de velocidades similar, indicando que as forças transversais tem menor influência no perfil de velocidades do gás. Entretanto, o Caso 4, no qual um valor alto do coeficiente de sustentação foi utilizado, apresenta valores muito altos próximos da parede. Isto se explica pelo fato de, ao desconsiderar os termos viscosos na fase gás, o perfil próximo da parede seguirá aproximadamente o formato do perfil da fase líquida. Ao apresentar um pico elevado de fração volumétrica de gás (baixa fração volumétrica de líquido), a fase líquida não controlará o escoamento do gás nesta região, tendendo a escorregar na região próxima da parede.



(a)



(b)

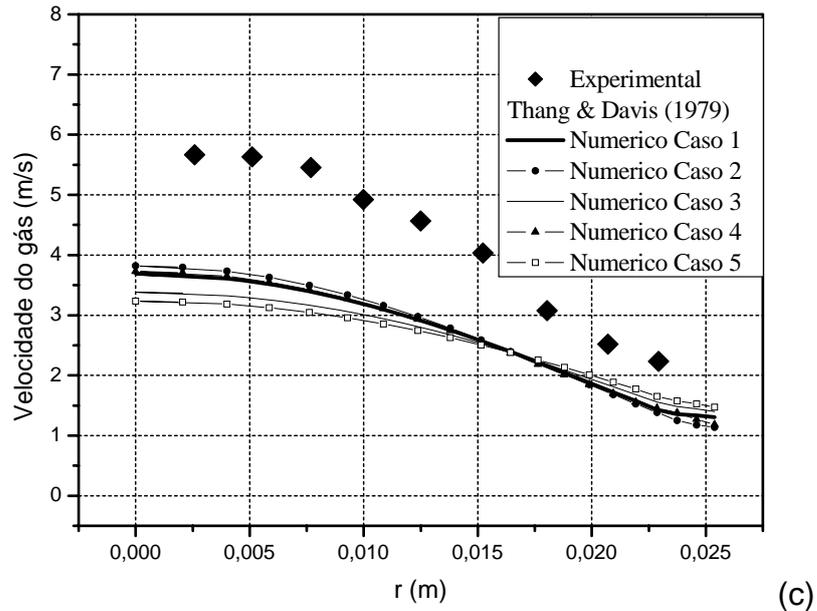


Figura 5.31 – Perfis de velocidade no tubo Venturi utilizado por Thang & Davis (1979). (a) entrada; (b) garganta; (c) saída

Novamente, na seção de saída os perfis apresentam divergências maiores embora, qualitativamente, estes seguem a mesma tendência. Este fato é importante do ponto de vista de verificação do modelo, principalmente por não se observar recirculações nos perfis médios de velocidade. A questão do descolamento do escoamento na seção divergente será abordada na seção seguinte.

A Figura 5.32 apresenta a distribuição média na seção transversal ao longo do tubo. A geometria do tubo Venturi é também mostrada para melhor entendimento. Observa-se uma diminuição da fração volumétrica de gás ao longo da contração atingindo um mínimo na garganta e aumentando significativamente ao longo da seção de expansão.

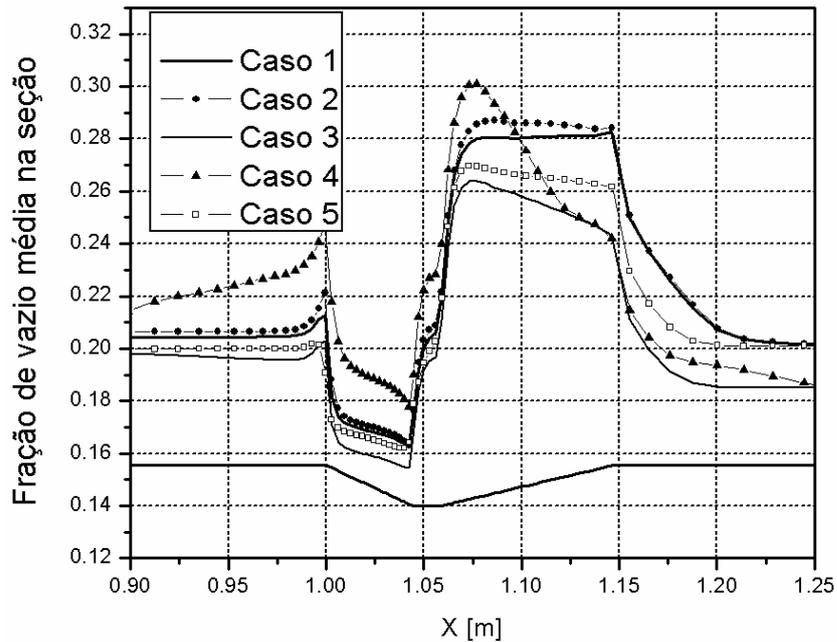


Figura 5.32 – Variação da fração volumétrica de gás média na seção ao longo do tubo Venturi utilizado por Thang & Davis (1979)

Este padrão está de acordo com a evolução da velocidade relativa média, que deve ser menor na seção divergente do Venturi. Embora os diferentes casos rodados apresentem diferenças, todos seguem o mesmo padrão, sendo o Caso 4 o que mais se afasta dos valores médios dos casos restantes.

A Figura 5.33 apresenta a evolução da pressão ao longo do tubo Venturi utilizado por Thang & Davis (1979) mostrando novamente que as forças transversais não afetam significativamente a distribuição de pressão. No Caso 4, observa-se uma pequena diferença na região da garganta. Este efeito pode ser devido à distribuição volumétrica de gás bastante dispar obtida para este caso, observada na Figura 5.32. Esta distribuição se deve ao alto valor utilizado para o coeficiente de sustentação. Entretanto, embora o valor teórico deste coeficiente para uma única bolha é 0,5, em aplicações deste modelo para sistemas multifásicos, os valores normalmente utilizados são ao redor de 0,1.

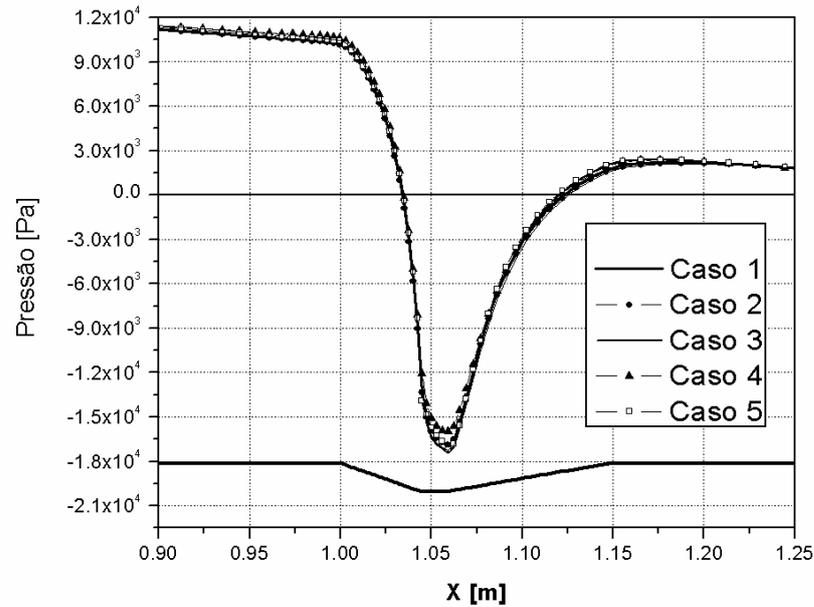


Figura 5.33 – Variação da pressão média na seção ao longo do tubo Venturi utilizado por Thang & Davis (1979)

Finalmente, a Figura 5.34 apresenta as distribuições espaciais de fração volumétrica de gás em um plano longitudinal para os casos estudados.

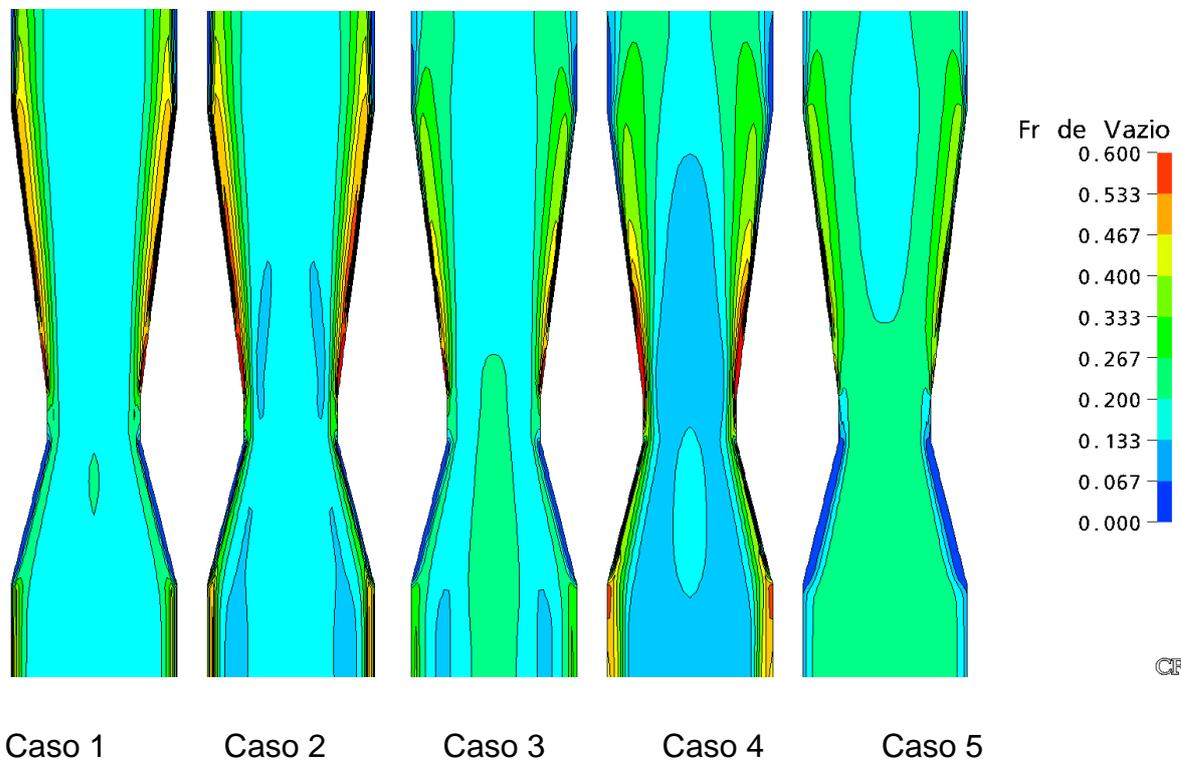


Figura 5.34 – Distribuição de fração volumétrica de gás ao longo de um plano longitudinal obtidas neste trabalho no tubo Venturi utilizado por Thang & Davis (1979)

Foi também analisada a distribuição de fase no tubo Venturi utilizado nos experimentos neste trabalho, mostrado na Figura 5.18, cuja geometria detalhada foi mostrada no Capítulo 4. De forma similar ao estudo anterior, os perfis transversais de fração volumétrica de gás foram relevados em três posições, a saber: Entrada, Garganta e Saída. As condições de escoamento utilizadas foram iguais às utilizadas nos experimentos de Serizawa *et al* (1975b), indicadas como “Serizawa 2” na Tabela 5.3. Desta forma, embora não se disponha de valores locais de fração volumétrica de gás no interior do Venturi, pois esta bancada não contempla tais medições no estágio atual, poderão ao menos ser validados os valores na entrada do Venturi (na realidade um pouco antes, pois exatamente na entrada, os efeitos da contração começarão a aparecer), que corresponderão ao escoamento ascendente plenamente desenvolvido.

Neste caso, não foram variados os coeficientes para as forças transversais e de dispersão turbulenta. Apenas foram rodados diferentes casos considerando ou não as diferentes forças. Assim, de maneira similar ao estudo em dutos de seção constante, a Tabela 5.6 apresenta os coeficientes utilizados para as diferentes forças, onde o coeficiente igual a zero indica que tal força não foi considerada.

Tabela 5.6 – Coeficientes utilizados para as forças de interface.

Caso	C_D	C_L	C_{VM}	$-C_{W1}, C_{W2}$
1	Automático	0	0	0, 0
2	Automático	0	0	0.02, 0.04
3	Automático	0.1	0	0.02, 0.04

A Figura 5.35 apresenta a distribuição de fase na entrada do tubo Venturi, onde os valores foram comparados com os resultados experimentais de Serizawa *et al* (1975a). Neste caso, os valores nas abscissas foram normalizados pelo raio máximo, de forma a possibilitar tal comparação.

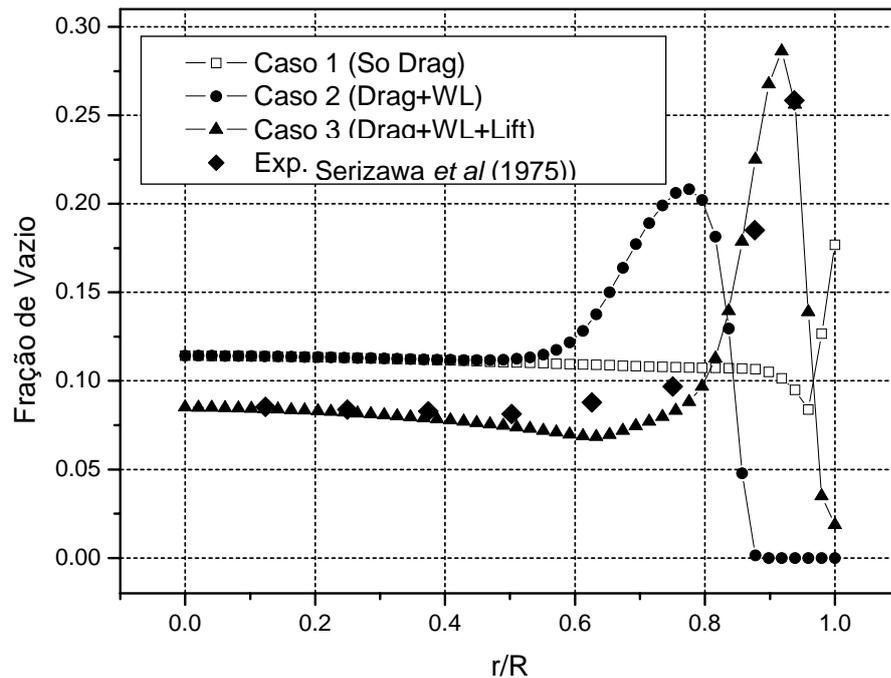


Figura 5.35 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás na entrada do tubo Venturi utilizado neste trabalho.

Evidentemente, os resultados obtidos para o Caso 3 da Tabela 5.6 melhor se ajustam aos valores experimentais. Isto não representa nenhuma novidade, pois a comparação é equivalente à mostrada na Figura 5.23. Entretanto, chama-se a atenção para o fato que a não consideração da força de lubrificação de parede implica em um valor alto de fração volumétrica de gás junto à parede.

Na Figura 5.36 são mostrados os perfis na garganta do tubo Venturi. Novamente, se observa um valor alto e fração volumétrica de gás junto à parede para o caso que não é considerada a força de lubrificação de parede.

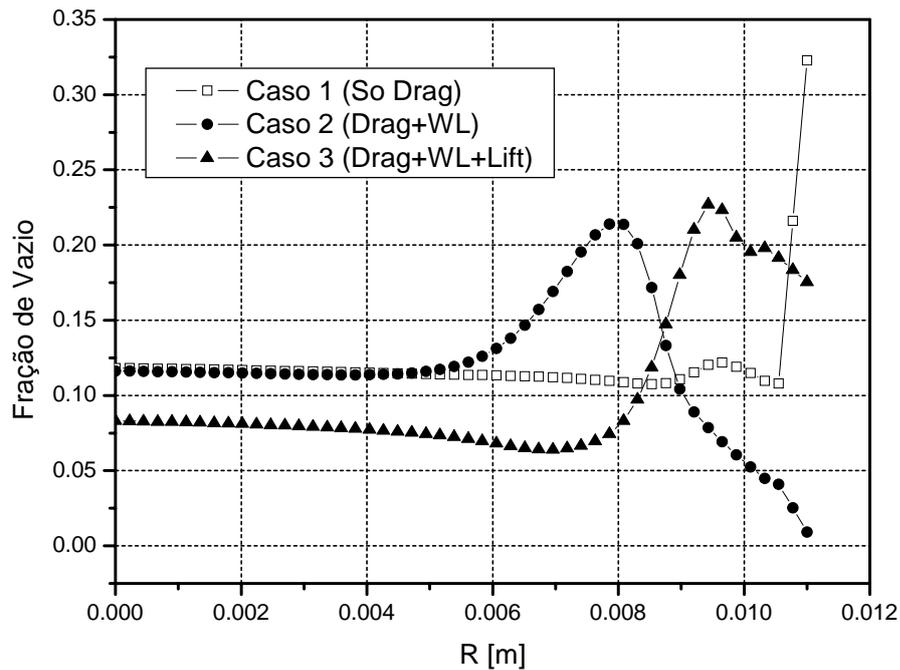


Figura 5.36 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás na garganta do tubo Venturi utilizado neste trabalho.

Um fenômeno muito interessante que acontece a partir da não consideração da força de lubrificação de parede é o **descolamento** da camada limite na seção divergente do Venturi, provocando uma recirculação que **muda drasticamente** a distribuição de fase a jusante da garganta do dispositivo. A Figura 5.37 mostra os perfis transversais de fração volumétrica de gás na saída do Venturi. Observa-se um aumento drástico dos valores de fração volumétrica de gás nas proximidades das paredes quando não se inclui a força de lubrificação de parede. Isto é devido à recirculação que aparece em tal caso.

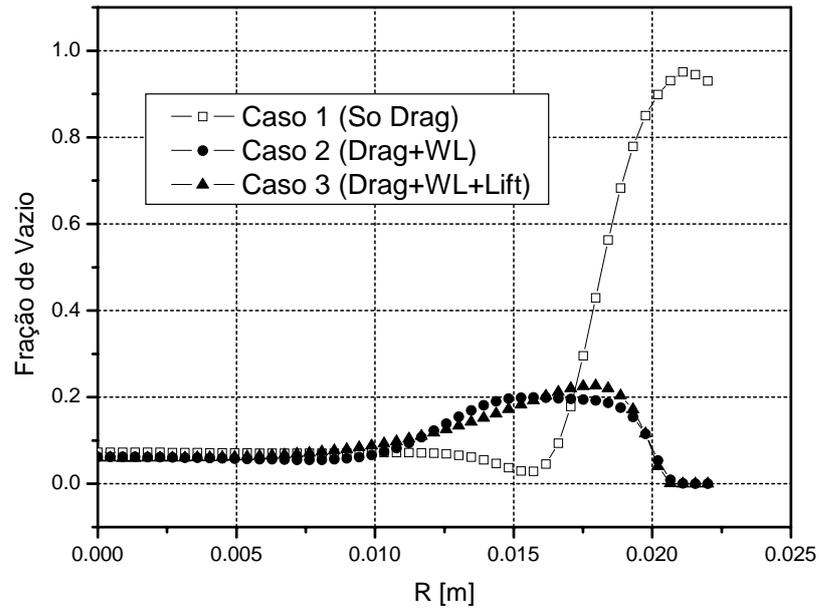
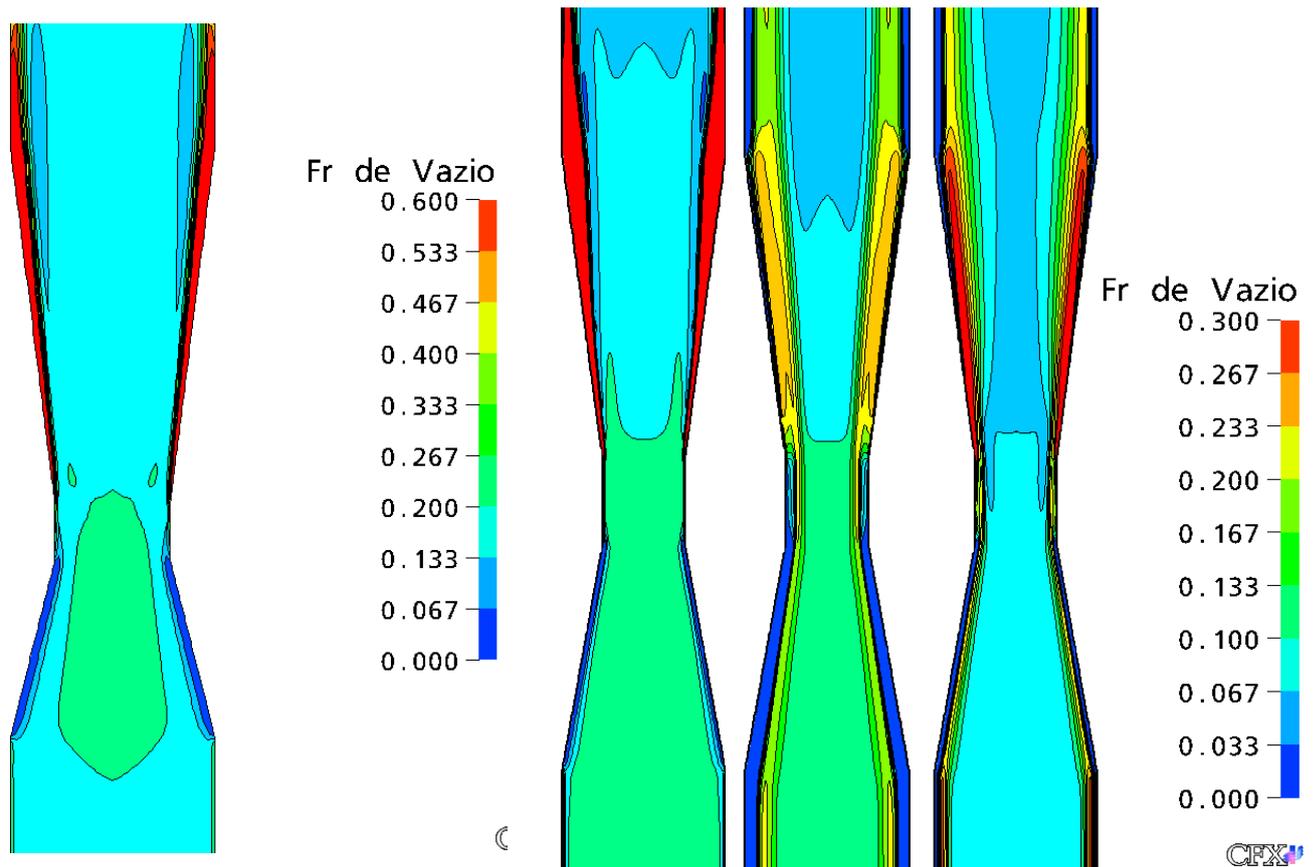


Figura 5.37 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás na saída do tubo Venturi utilizado neste trabalho.

A Figura 5.38 mostra as distribuições espaciais de fração volumétrica de gás em um plano longitudinal para os três casos mencionados. A distribuição obtida para o Venturi utilizado por Thang & Davis (1979) é também apresentada, com o intuito de mostrar a ocorrência do fenômeno descrito para outras geometria e condições de escoamento.



Venturi utilizado por Thang &
Davis (1979)

Caso 1

Caso 2

Caso 3

Figura 5.38 – Distribuição de fração volumétrica de gás para os diferentes casos estudados. Inclui-se a distribuição calculada no Venturi utilizado por Thang & Davis (1979)

Embora as distribuições para os casos 2 e 3 diferem quantitativamente devido aos efeitos da força de sustentação, a distribuição de fase se apresenta qualitativamente similar. Entretanto, para o caso 1, aparecem grandes “bolsões” de ar junto à paredes na seção divergente. É importante destacar que, a partir deste resultado, foi procurado este fenômeno nas visualizações experimentais, sem ser observado nada similar, para diversas velocidades superficiais de água e ar. Contrariamente, como descrito na seção 5.1, a “inversão” no sentido da força de sustentação (devida à inversão no sentido da velocidade relativa, ver Figura 5.42) tende a levar as bolhas para a região central na parte divergente do Venturi.

A distribuição obtida considerando apenas a força de arraste para as condições do experimento de Thang & Davis (1979) para velocidades superficiais de

Conclui-se assim que, independentemente das forças que são levadas em consideração (Sustentação, Dispersão turbulenta) e os valores dos respectivos coeficientes, a não consideração da força de lubrificação de parede em escoamentos com gradiente de pressão adverso pode levar a resultados totalmente errôneos em termos de distribuição de fase.

A Figura 5.40 apresenta a evolução da pressão média na seção e da fração volumétrica de gás ao longo do eixo do Venturi. Embora pequenas diferenças possam ser vistas entre os casos 2 e 3, diferenças grosseiras são observadas com o caso 1, principalmente para a fração volumétrica de gás.

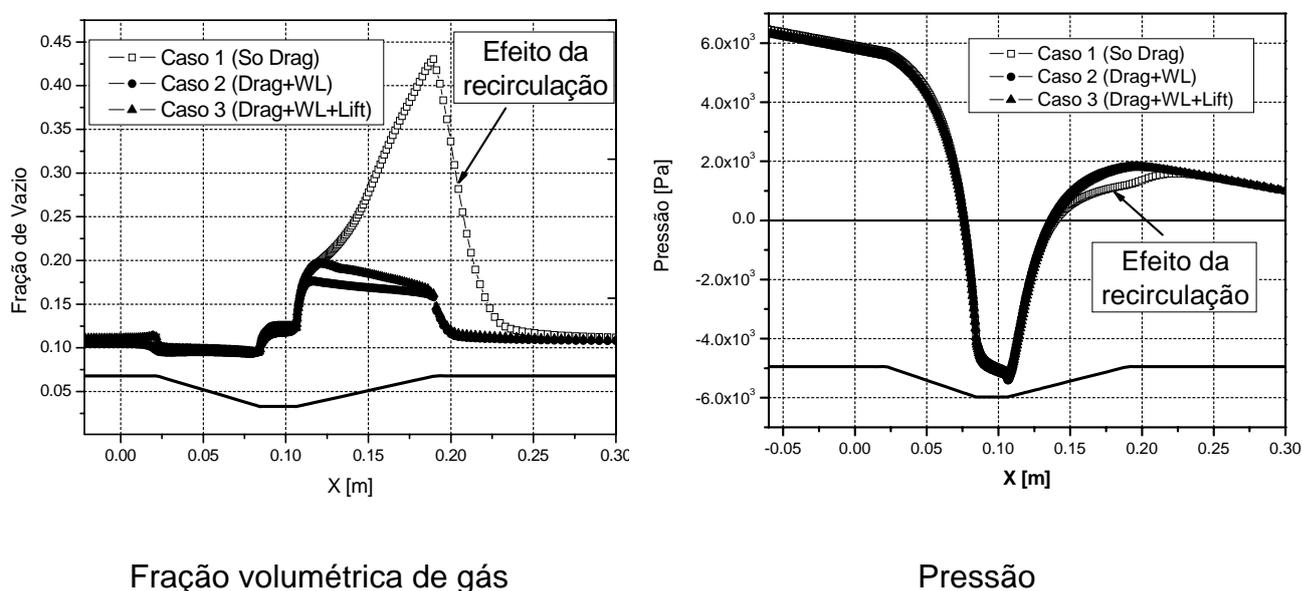
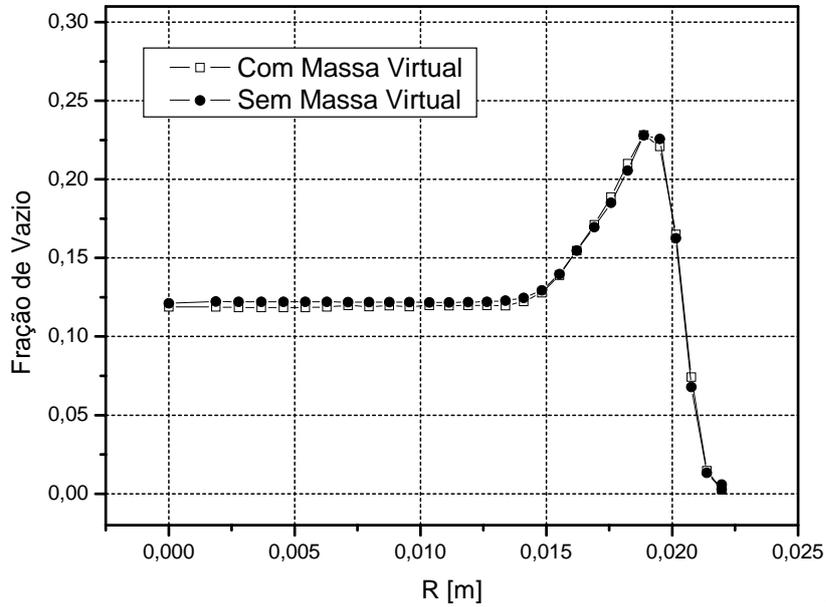


Figura 5.40 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás na entrada do tubo Venturi utilizado neste trabalho.

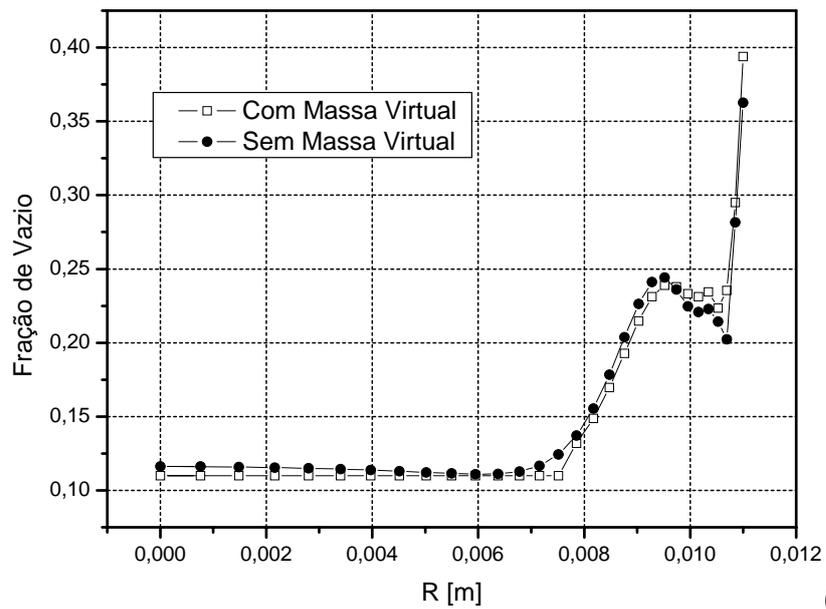
Finalmente, apresenta-se uma visualização qualitativa do padrão de escoamento bifásico no Venturi utilizado neste trabalho. Algumas figuras já foram mostradas em uma comparação qualitativa com as visualizações experimentais na seção 5.1.

A Figura 5.41 apresenta os perfis de velocidade e fração volumétrica de gás ao longo das linhas mostradas na Figura 5.18. Foi escolhido um caso com uma velocidade superficial de água de 0,62 m/s e uma velocidade superficial de gás de 0,1315 m/s. Os perfis para o caso sem considerar a massa virtual são também apresentados. Os valores considerados para os coeficientes das forças que não de

arraste são os mesmos do Caso 1 da Tabela 5.4 (valores "padrão") Observa-se, como já comentado, que esta força não afeta significativamente a distribuição de fase.



(a)



(b)

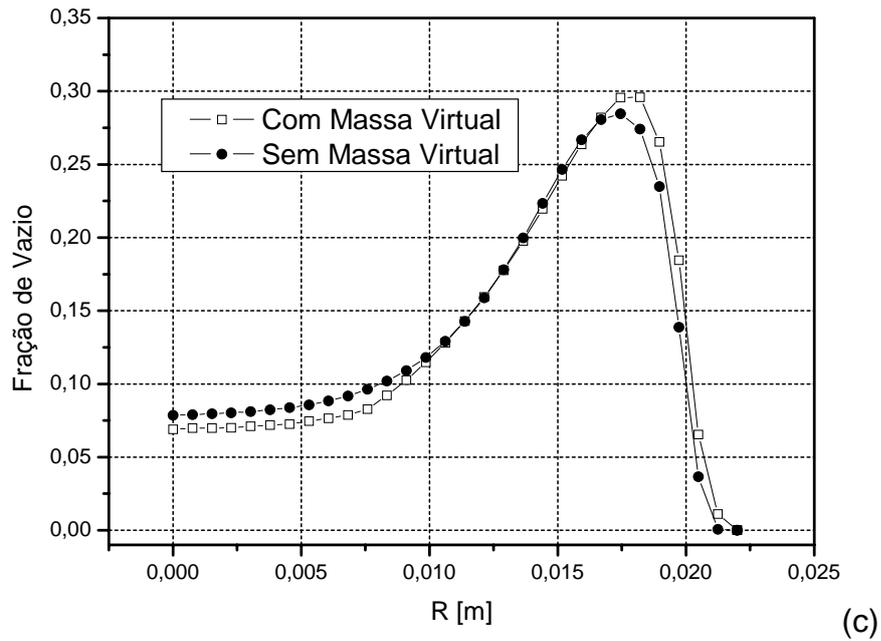
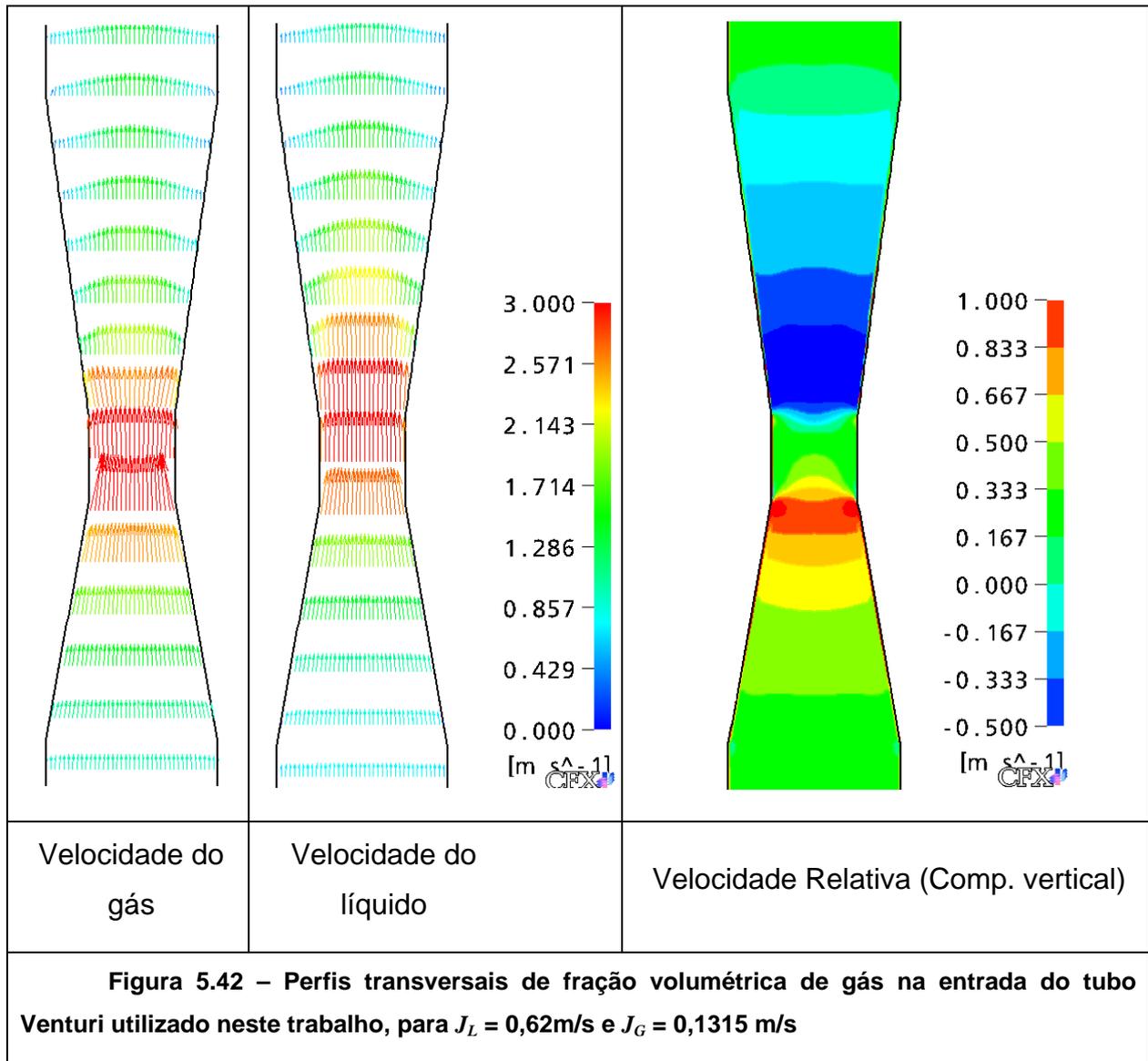


Figura 5.41 – Perfis transversais de fração volumétrica de gás na (a) entrada; (b) garganta e (c) saída do tubo Venturi utilizado neste trabalho, para $J_L = 0,62\text{m/s}$ e $J_G = 0,1315\text{ m/s}$

A Figura 5.42 apresenta os vetores de velocidade das fases líquido e gás. Também se mostra a magnitude da componente vertical da velocidade relativa no Venturi, observando-se valores negativos na seção divergente.



Capítulo 6 – Conclusões

6.1 Contribuições e conclusões deste trabalho

Esta tese constitui-se em um trabalho pioneiro em termos de modelagem computacional de escoamentos multifásicos, no sentido de que aborda o tema em uma forma bastante ampla. Mais de 200 casos bidimensionais axi-simétricos foram simulados, estudando a influência de diversos parâmetros utilizados nas equações constitutivas para o modelo Euleriano-Euleriano. O estudo da estrutura bidimensional do escoamento multifásico em tubos Venturi não é muito encontrado na literatura. Em particular, não foi encontrado nenhum trabalho considerando a modelagem da seção divergente do Venturi.

Uma contribuição geral deste trabalho foi a implementação, calibração e validação de um modelo numérico que poderá ser utilizado em diversos problemas envolvendo escoamentos multifásicos no interior de dutos

Questões chave como gradientes de pressão e distribuição de fase foram estudadas do ponto de vista da influencia que as diferentes forças de interface têm nas mesmas. Diversos modelos para a força de Massa Virtual foram implementados, estudando a sua influência na distribuição de pressão em uma contração e comparados com resultados da literatura, comprovando os importantes efeitos que esta força tem em escoamentos acelerados. .

O modelo numérico foi também validado através de medidas experimentais obtidas em uma bancada de testes para escoamentos multifásicos em dutos de seção constante e contrações. Também foram realizadas diversas visualizações do escoamento com o intuito de entender melhor a fenomenologia física dos escoamentos estudados. Estas visualizações também possibilitaram uma comparação com os resultados numéricos que, embora qualitativas, permitiram verificar alguns pontos fundamentais em termo de distribuição de fase, principalmente na seção divergente do Venturi.

Também foi apresentada uma descrição detalhada das diferentes abordagens matemáticas para escoamentos multifásicos, procurando esclarecer alguns conceitos que não são apresentados de forma clara na literatura. Do mesmo modo, foi apresentada uma descrição das metodologias numéricas mais comumente utilizadas para a resolução do modelo de dois fluídos, procurando abordar alguns detalhes inerentes à flexibilidade e robustez das diferentes metodologias.

Uma técnica, baseada em análise de imagens, para análise de tamanho de bolha (com potencial para análise de distribuição de fase) foi apresentada. Embora, devido ao tipo de imagens disponíveis, a técnica não pode ser aproveitada integralmente neste trabalho, ela apresenta grande potencial para aplicações em análise de parâmetros de escoamentos multifásicos, como distribuição de tamanho de bolha e distribuição de fase.

Além disto, uma importante revisão bibliográfica foi realizada em termos do estado-da-arte em medidores de vazão para escoamentos multifásicos, focando-se naqueles baseados em pressão diferencial. Desta forma, o trabalho procurou dar início a uma linha de pesquisa que envolve modelagem numérica e experimentação para desenvolvimento de tecnologias de medição de vazão em escoamentos multifásicos.

Como conclusões principais do trabalho, embora já discutidas em forma paralela à apresentação dos resultados, podemos destacar que:

- A força de massa virtual tem importante influência na pressão diferencial. Esta se destaca como uma das conclusões mais

importantes do trabalho, pois foi comprovado que esta força altera de forma importante os gradientes de pressão em **escoamentos acelerados**.

- Por outro lado foi observado que esta força tem pouca influência na distribuição de fase.
- O inverso ocorre com as forças transversais (sustentação e lubrificação de parede) e dispersão turbulenta. Enquanto estas influenciam, de forma importante na distribuição de fase, não tem maiores efeitos sobre a distribuição de pressão ao longo dos dispositivos de medição.
- Uma exceção observada, para o caso de tubos Venturi, é quando a força de lubrificação de parede não é considerada. Neste caso o descolamento observado faz com que exista uma pequena variação da pressão na região de recirculação.
- Entretanto, a situação descrita no item anterior não representa uma condição realística de escoamento. A não inclusão da força de lubrificação de parede leva a aparição de picos de fração volumétrica de gás junto às paredes, provocando descolamentos não realísticos na seção divergente do Venturi.
- Foi verificado que modelo apresentado por Drew (1983) para a força de massa virtual fornece os melhores resultados em termo de pressão diferencial e apresenta maior estabilidade nos cálculos numéricos. Entretanto, contrariamente ao afirmado na literatura, a introdução da força de massa virtual introduz instabilidades, pelo fato de ser considerada através de um termo fonte em códigos comerciais.
- É interessante destacar também, os efeitos da força de sustentação na distribuição de fase. Observou-se nas simulações, e foi ainda verificado experimentalmente, que na seção divergente esta força tende a direcionar as bolhas para o centro do duto, pelo fato da velocidade relativa mudar de sentido nesta seção.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Deixam-se como sugestões para futuros trabalhos, o aprofundamento nas técnicas de medição para serem utilizadas na bancada experimental, principalmente de fração volumétrica de gás variável não medida, mas estimada, neste trabalho. Também se sugere a implementação de técnicas de medição valores locais de velocidades e frações de fase que podem ser de interesse para validação de modelos numéricos.

Em termos de modelagem numérica, sugere-se abordar a modelagem de escoamento pistonado, em tubos Venturi, por se este um padrão muito comumente encontrado nas condições de escoamento normalmente utilizadas em transporte de petróleo. Entretanto, este padrão foge totalmente das condições de aplicabilidade dos modelos para escoamentos dispersos, fazendo-se necessária a implementação de modelos de transferência de interface específicos. Uma abordagem unidimensional para modelagem de escoamento pistonados em dutos de seção constante foi proposta por De Henau & Raithby (1996). Entretanto, como foi observado nas visualizações experimentais, em escoamentos em constrições a forma dos slugs varia significativamente quando este atravessam os dispositivos de medição, fazendo-se necessária uma abordagem mais detalhada.

Finalmente, deixa-se como sugestão a aplicação dos modelos aqui apresentados para o aprimoramento das tecnologias já existentes e desenvolvimentos de novas tecnologias para medição de vazão em escoamentos multifásicos através de dispositivos baseados em pressão diferencial. Neste sentido, foi comprovado que a utilização do modelo homogêneo pode levar a resultados completamente errados, Ainda, a partir do aprimoramento nos modelos utilizados para correlacionar pressão e vazão em escoamentos multifásicos, podem ser estendidos os intervalos de operação de medidores que são normalmente calibrados para intervalos curtos, pelo fato de não se dispor de correlações adequadas para o seu projeto e calibração.

Bibliografia

1. Acikgoz, M., Franca, F., Lahey, J., (1992), An experimental study of three-phase flow regimes, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 18, pp 327-336.
2. Alajbegovic, A., Assad, A., Bonetto, F., Lahey, J., (1994), Phase distribution and turbulence structure for solid/fluid upflow in a pipe, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 20, pp 453-479.
3. Alvarez, J., Alvarez, J., Hernandez, M., (1994), A population balance approach for the description of particle size distribution in suspension polymerization reactors, *Chemical Engineering Science*, Vol. 49, pp 99-113.
4. Antal, S. P., Lahey, J., Flaherty, J. E., (1991), Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 17, pp 635-652.
5. Arirachakaran, S., Oglesby, K. D., Malinowsky, M. S., Shoham, O., Brill, J. P., (1989), An Analysis of Oil/Water Flow Phenomena in Horizontal Pipes, Proceedings of SPE Production Operations Symposium held in Oklahoma City, Oklahoma, March 13-14 , SPE 18836.
6. Atkinson, D. I., Berard, M., Segeral, G., (2000), Qualification of a Non-Intrusive Multiphase Flow Meter in Viscous Flow, Proceedings of SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in Dallas, Texas, October 1 - 4 , SPE Paper Nro. 63118.
7. Auton, T. R., (1987), The lift force on a spherical body in rotational flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 183, pp 199-218.

8. Auton, T. R., Hunt, J. C. R., Prud'home, M., (1988), The force exerted on a body in inviscid unsteady non-uniform rotational flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 197, pp 241-257.
9. Baliga, B. R. and Patankar, S. V., A New Finite Element Formulation for Convection-Diffusion Problems. *Numerical Heat Transfer* Vol. 3, pp 393-409, 1980.
10. Bannwart, A. C., (1988), Pressure Drop in Horizontal Core Annular Flow, *Proceedings of Third International Conference in Multiphase Flow*, ICMF Lyon, France , SPE 18215.
11. Bannwart, A. C., (2000), Bubble Analogy and Stabilization of Core Annular Flow, *Proceedings of ETCE/OMAE Joint Conference*, Energy fo the New Milenium, New Orleans LA, EUA .
12. Bejan, A., (1995), *Convection Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., 2a Edição.
13. Boyer, C. & Lemonnier, H., (1996), Design of a flow metering process for two-phase dispersed flows, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 22, pp 713-732.
14. Brauner, N. & Ullmann, A., (2002), Modeling of phase inversion phenomenon in two-phase pipe flows, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 28, pp 1177-1204.
15. Burns, A., Yin, D. W., Splawski, A. B., Lo, S., Guetari, C., (2001), Modeling of Complex Multiphase flows: A Coupled Solver Approach, *Proceedings of Fourth International Conference on Multiphase Flows*, New Orleans, LO, USA .
16. Cellos, H. & Wee, A., (1999), Multiphase Flow Measurement System of High GOR Applications, *Proceedings of SPE Western Regional Meeting*, Anchorage, Alaska, EUA , SPE 54605.
17. CFX 4.4 Manual, CFX4.4 Manual. (4.4), 2000.
18. Collier, J. G. & Thome, J. R., (1996), *Convective Boiling and Condensation*, Oxford Engineering Science Series , 3a Edição.
19. Cook, T. L. & Harlow, F. H., (1984), Virtual mass in multiphase flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 10, pp 691-696.

20. Couet, B., Brown, P., Hunt, A., (1991), Two-phase bubbly-droplet flow through a contraction: Experiments and a unified model, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 17, pp 291-307.
21. Crowe, C., Modeling Turbulence in Multiphase Flows. 1993.
22. Crowe, C., Sommerfeld, M., Tsuji, Y., (1998), *Multiphase Flows with Droplets and Particles*, CRC Press LCC,
23. De Henau, V. & Raithby, G. D., (1996), A transient two-fluid model for the simulation of slug flow in pipelines - I. Theory, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 22, pp 119.
24. B. D. de Oliveira and L. F. Possamai, (2004), Caracterização de escoamentos bifásicos em tubos de seção constante e restrições Laboratório de Energia Solar - LABSOLAR - Universidade Federal de Santa Catarina.
25. Deen, N. G., Solberg, B. H., Hjertager, B. H., (2001), Large Eddy Simulation of the Gas-Liquid Flow in a Square Cross-sectioned Bubble Column, *Chemical Engineering Science*, Vol. 56, pp 6341-6349.
26. Dias, S. G., França, F., Rosa, E. S., (1998a), The progress of the void fraction, bubble size and bubble velocity in a short vertical nozzle under occurrence of bubbly flows, Proceedings of Third International Conference on Multiphase Flows, ICMF98, Lyon, France, June 8-12 .
27. Dias, S. G., França, F. A., Rosa, E. S., (1998b), The progress of the void fraction, bubble size, and bubble velocity in a short vertical nozzle under the occurrence of bubbly flows, Proceedings of Third International Conference on Multiphase Flow - ICMF 98, Lyon, France .
28. Doroshenko, V. A., (1974), On the Discharge Coefficient of Nozzles for Single and Two-Phase Fluids, *FLUID MECHANICS-Soviet Research*, Vol. 3, pp 52-56.
29. Drew, D., (1983), Mathematical modelling of two-phase flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 15, pp 261-291.
30. Drew, D., Cheng, L., Lahey, J., (1979), The analysis of virtual mass effects in two-phase flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 5, pp 233-242.
31. Drew, D. A. & Lahey, J., (1987), The virtual mass and lift force on a sphere in rotating and straining inviscid flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 13, pp 113-121.

32. Drew, D. A. & Lahey, J., (1990), Some supplemental analysis concerning the virtual mass and lift force on a sphere in a rotating and straining flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 16, pp 1127-1130.
33. Enwald, H., Peirano, E., Almstedt, A.-E., (1996), Eulerian two-phase flow theory applied to fluidization, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 22, pp 21-66.
34. Falcone, G., Hewitt, G. F., Alimonti, C., Harrison, B., (2002), Multiphase Flow Metering: Current Trends and Future Developments, Proceedings of SPE Annual Technical Conference And Exhibition, New Orleans, LA, EUA .
35. Ferziger, J. H. & Peric, M., (2001), Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer-Verlag Telos, 3 Edição.
36. Fueki, M., Urabe, S., Yamazaki, D., Yamashita, M., (2000), Development of Multiphase Flowmeter without Radioactive Source, Proceedings of SPE Asia Pacific Conference on Integrated Modeling for Asset Management, Yokohoma, Japan , SPE 59421.
37. Grace, J. R., Wairegi, T., Nguyen, T. H., (1976), Shapes and velocities of simple drops and bubbles moving freely through immiscible liquids, *Trans.Inst.Chem.Eng.*, Vol. 54, pp 167-179.
38. Hewitt, G. F., (1978), Measurement of Two-Phase Flow Parameters, Academic Press - London,
39. Hinze, J. O., (1975), Turbulence, McGraw-Hill, New York, U.S.A.,
40. Ishii, M. & Mishima, K., (1984), Two-fluid model and hydrodynamic constitutive relations, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 82, pp 107-126.
41. Ishii, R., Umeda, Y., Murata, S., Shishido, N., (1993), Bubbly flows though a converging-diverging nozzle, *Phys.FLuids A*, Vol. 5, pp 1630-1643.
42. Karema, H. & Lo, S., (1999), Efficiency of interphase coupling algorithms in fluidized bed conditions, *Computers & Fluids*, Vol. 28, pp 323-360.
43. Kowe, R., Hunt, J. C. R., Hunt, A., Couet, B., Bradbury, L. J. S., (1988), The effects of bubbles on the volume fluxes and the pressure gradients in unsteady and non-uniform flow of liquids, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 14, pp 587-606.
44. Kuo, J. T. & Wallis, G. B., (1988), Flow of bubbles through nozzles, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 14, pp 547-564.

45. Lahey, J., Cheng, L. Y., Drew, D. A., Flaherty, J. E., (1980), The effect of virtual mass on the numerical stability of accelerating two-phase flows, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 6, pp 281-294.
46. Lewis, D. A. & Davidson, J. F., (1985b), Mass transfer in a recirculating bubble column, *Chemical Engineering Science*, Vol. 40, pp 2013-2017.
47. Lewis, D. A. & Davidson, J. F., (1985a), Pressure drop for bubbly gas-liquid flow through orifice plates and nozzles, *Chem.Eng.Res.Des.*, Vol. 63, pp 149-156.
48. Lindsay, I., Stimpson, B., Corlett, A., (2001), Advanced Interpretation of Venturi Meter Measurements in Multiphase Flow, Proceedings of SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, LA, USA , SPE 71535.
49. Lo, S., (2000), Application of population balance to CFD modelling of gas-liquid reactors, Proceedings of Trends in Numerical and Physical Modelling for Industrial Multiphase Flows, Corsica, September 2000 .
50. Lopez de Bertodano, M., Lahey, J., Jones, O. C., (1994a), Phase distribution in bubbly two-phase flow in vertical ducts, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 20, pp 805-818.
51. Lopez de Bertodano, M., Lahey, J., Jones, O. C., (1994b), Turbulent bubbly two-phase flow data in a triangular duct, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 146, pp 43-52.
52. Maliska, C. R., (2004), *Tranferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, LTC Editora, 2^a Edição.
53. Maliska, C. R., (1981), A Solution Method for Three-Dimensional Parabolic Fluid Flow Problems in Nonorthogonal Coordinates , PhD Thesis , University of Waterloo, Canada.
54. Maliska, C. R. & Vasconcellos, J. F., (2000), An Unstructured Finite Volume Procedure for Simulating Flows with Moving Fronts, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 182, pp 401-420.
55. Mattar, L., Murray, N., Khalid, A., Gregory, G. A., (1979), Orifice metering of two-phase flows, Proceedings of SPE-AIME 53rd Annual Fall Technical Conference and Exhibition, Houston TX , SPE 7411.
56. Mehdizadeh, P. & Farchy, D., (1995), Multi-Phase Flow Metering Using Dissimilar Flow Sensors: Theory and Field Trial Results, Proceedings of SPE Middle East Oil Show, Bahrain , SPE 29847.

57. Nederveen, N., Washington, G. V., Batstra, F. H., (1989), Wet Gas Flow Measurement, Proceedings of SPE Gas technology Symposium, Dallas, TX, USA , SPE 19077.
58. Paladino, E. E. & Maliska, C. R., (2004), Virtual Mass in Accelerated Bubbly Flows, Proceedings of 4th European Thermal Sciences, 29th - 31st March, National Exhibition Centre, Birmingham, UK .
59. Paladino, E. E. & Maliska, C. R., (2002), The Effect of the Slip Velocity on the Differential Pressure in Multiphase Venturi Flow Meters, Proceedings of IPC'02 - International Pipeline Conference, Calgary, Alberta, Canada, September 29 – October 3, 2002 .
60. Patankar, S. V. & Spalding, D. B., (1972), A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in parabolic flows, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, pp 1787-1806.
61. M. Z. Podowski, (1999), CFD modelling of two-phase flow and heat transfer Rensselaer Polytecnic Institute, Troy, NY 12180, USA.
62. Raithby, G. D. & Schneider, G. E., (1979), Numerical Solution of Problems in Incompressible Fluid Flow: Treatment of the Pressure-Velocity Coupling, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 12, pp 417-440.
63. Raw, M. J., (1985), A New Control-Volume-Based Finite Element Procedure for Numerical Solution of the Fluid Flow and Scalar Transport Equations , University of Waterloo, Canada.
64. Rhie, C. M. & Chow, W. L., (1983), A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation, *AIAA Journal*, Vol. 21, pp 1525-1532.
65. Ribeiro, A., (1996), Developments in Multiphase Metering, Proceedings of 7th Abu Dhabr International Petroleum Exhibition and Conference, Abu Dhabr , SPE 36197.
66. Rizk, M. A. & Elghobashi, S. E., (1989), A Two-equation Turbulence Model for Dispersed Dilute Confined Two-Phase Flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 15, pp 119-133.
67. Rosa, E. S. & Moraes, R. E., (2002), Multiphase Flow Metering with a Venturi Meter: A coupled solution for Bottom Hole Application, Proceedings of ENCIT - Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Caxambu, MG, Brazil .
68. Rosa, E. S. & Morales, R. E., (2002), Emprego de CFD para o desenvolvimento de um medidor Venturi operando com um escoamento de

- gás e líquido, Proceedings of 9th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, Caxambu, MG, BRazil .
69. Sato, Y. & Sekouguchi, K., (1975), Liquid Velocity Distribution in Two-Phase Bubbly Flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 2, pp 79-99.
 70. Serizawa, A., Kataoka, I., Michiyoshi, I., (1975b), Turbulence structure of air-water bubbly flow--II. local properties, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 2, pp 235-246.
 71. Serizawa, A., Kataoka, I., Michiyoshi, I., (1975a), Turbulence structure of air-water bubbly flow--III. transport properties, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 2, pp 247-259.
 72. Soo, S. L., (1995), *Multiphase Fluid Dynamics*, Science Press, Beijing
 73. Soubiran, J. & Sherwood, J. D., (2000), Bubble motion in a potential flow within a venturi, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 26, pp 1771-1796.
 74. Spalding, D. B., (1976), The calculation of free-convection phenomena in gas-líquid mixtures, Proceedings of Heat Transfer and Turbulent Buoyant Convection Studies and Applications for Natural Environment, Buildings and Engineering Systems , 2.
 75. Spalding, D. B., (1983), Developments in the IPSA procedure for numerical computation of multiphase-flow phenomena with interphase slip, unequal temperatures, etc, Proceedings of Second National Symposium in Numerical Methodologies in Heat Transfer .
 76. Thang, N. T. & Davis, M. R., (1979), The structure of bubbly flow through venturis, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 5, pp 17-37.
 77. Thompson, R. W. & Stevens, J. D., (1977), A population balance approach to modelling of continuous emulsion polymerization, *Chemical Engineering Science*, Vol. 32, pp 311-322.
 78. Trallero, J. L. & Sarica, C., (1996), A study of oil-water flow patterns in horizontal pipes, Proceedings of SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in Denver, Colorado, USA , SPE 36609.
 79. Troshko, A. A. & Hassan, Y. A., (2001a), Law of the wall for two-phase turbulent boundary layers, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, pp 871-875.

80. Troshko, A. A. & Hassan, Y. A., (2001b), A two-equation turbulence model of turbulent bubbly flows, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 27, pp 1965-2000.
81. Van Doormal, J. P. & Raithby, G. D., (1984), Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, pp 147-163.
82. Van Wijngaarden, L., (1976), Hydrodynamic interaction between gass bubbles in líquid, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 77, pp 27-44.
83. Wallis, G. B., (1968), Use of the Reynolds flux concept for analysing one-dimensional two-phase flow : Part I. derivation and verification of basic analytical techniques, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 11, pp 445-458.
84. Wallis, G. B., (1969), One-dimensional two-phase flow, McGraw-Hill, New York,
85. Wang, S. K., Lee, S. J., Jones, J., Lahey, J., (1987), 3-D turbulence structure and phase distribution measurements in bubbly two-phase flows, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 13, pp 327-343.
86. Watanabe, T., Hirano, M., Tanabe, F., Kamo, H., (1990), The effect of the virtual mass force term on the numerical stability and efficiency of system calculations, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 120, pp 181-192.
87. Watanabe, T. & Kukita, Y., (1992), The effect of the virtual mass term on the stability of the two-fluid model against perturbations, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 135, pp 327-340.
88. Wilcox, D. C., (2000), Turbulence Modelling for CFD, DCW Industries,
89. Williams, J., (1994), Status of Multiphase Flow Measurement Research, Proceedings of SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, LA, USA , SPE 28515.
90. Zavareh, F., Hill, A. D., Podio, A. L., (1988), Flow Regimes in Vertical and Inclined Oil/Water Flow in Pipes, Proceedings of 63rd Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers held in Houston, TX, Oolcber 2-5 , SPE 18215.

Apêndice 1 – Rotinas em FORTRAN

Apresenta-se a seguir o arquivo contendo as rotinas em FORTRAN utilizadas para a impressão das variáveis médias na seção do duto, inserção dos modelos de massa virtual e viscosidade da fase gás. As diferentes rotinas são incluídas ou não nos cálculos fazendo o parâmetro "IUSED" igual a um ou zero respectivamente.

```

C-----
C
C          AREA AVERAGE CALCULATIONS
C-----
C
C          SUBROUTINE USRPRT (ICALL, IWHEN, IFLAGP, MPLANE, IPLANE, CBLOCK, DUMMY,
C          +                IPRV, IPRG, U, V, W, P, VFRAC, DEN, VIS, TE, ED, RS, T, H, RF,
C          +                AMF, COMB, USRSCL, VFMUS, XP, YP, ZP, VOL, AREA, VPOR,
C          +                ARPOR, WFACT, CONV, IPT, IBLK, IPVERT, IPNODN, IPFACN,
C          +                IPNODF, IPNODB, IPFACB, WORK, IWORK, CWORK)
C
C*****
C
C  THIS SUBROUTINE ALLOWS USERS TO SELECT WHAT DATA TO PRINT
C  AND WHEN TO PRINT IT
C
C  >>> IMPORTANT                                     <<<
C  >>>
C  >>> USERS MAY ONLY ADD OR ALTER PARTS OF THE SUBROUTINE WITHIN <<<
C  >>> THE DESIGNATED USER AREAS                       <<<
C
C*****
C
C  THIS SUBROUTINE IS CALLED BY THE FOLLOWING SUBROUTINE
C  CUSR  WRTVAR
C
C*****
C
C  SUBROUTINE ARGUMENTS
C
C  ICALL - FLAG INDICATING PURPOSE OF SUBROUTINE CALL
C  IFLAGP - FLAG INDICATING WHEN DATA IS TO BE PRINTED
C  IPRV - FLAG INDICATING WHAT VARIABLES TO PRINT
C  U - U COMPONENT OF VELOCITY
C  V - V COMPONENT OF VELOCITY
C  W - W COMPONENT OF VELOCITY
C  P - PRESSURE
C  VFRAC - VOLUME FRACTION
C  DEN - DENSITY OF FLUID
C  VIS - VISCOSITY OF FLUID
C  TE - TURBULENT KINETIC ENERGY
C  ED - EPSILON
C  RS - REYNOLD STRESSES
C  T - TEMPERATURE
C  H - ENTHALPY
C  RF - REYNOLD FLUXES
C  AMF - MASS FRACTIONS
C  COMB - COMBUSTION SCALARS
C  USRSCL - USER SCALARS
C  VFMUS - MUSIG VOLUME FRACTIONS
C  XP - X COORDINATES OF CELL CENTRES
C  YP - Y COORDINATES OF CELL CENTRES
C  ZP - Z COORDINATES OF CELL CENTRES
C  VOL - VOLUME OF CELLS
C  AREA - AREA OF CELLS
C  VPOR - POROUS VOLUME
C  ARPOR - POROUS AREA
C  WFACT - WEIGHT FACTORS
C  CONV - CONVECTION COEFFICIENTS
C
C  IPT - 1D POINTER ARRAY
C  IBLK - BLOCK SIZE INFORMATION
C  IPVERT - POINTER FROM CELL CENTERS TO 8 NEIGHBOURING VERTICES
C  IPNODN - POINTER FROM CELL CENTERS TO 6 NEIGHBOURING CELLS
C  IPFACN - POINTER FROM CELL CENTERS TO 6 NEIGHBOURING FACES
C  IPNODF - POINTER FROM CELL FACES TO 2 NEIGHBOURING CELL CENTERS
C  IPNODB - POINTER FROM BOUNDARY CENTERS TO CELL CENTERS
C  IPFACB - POINTER FROM BOUNDARY CENTERS TO BOUNDARY FACESS
C
C  WORK - REAL WORKSPACE ARRAY
C  IWORK - INTEGER WORKSPACE ARRAY
C  CWORK - CHARACTER WORKSPACE ARRAY
C
C  SUBROUTINE ARGUMENTS PRECEDED WITH A '+' ARE ARGUMENTS THAT MUST
C  BE SET BY THE USER IN THIS ROUTINE.
C
C  NOTE THAT OTHER DATA MAY BE OBTAINED FROM CFX-4 USING THE
C  ROUTINE GETADD, FOR FURTHER DETAILS SEE THE VERSION 4
C  USER MANUAL.
C*****

```

```

C
DOUBLE PRECISION DUMMY
DOUBLE PRECISION U
DOUBLE PRECISION V
DOUBLE PRECISION W
DOUBLE PRECISION P
DOUBLE PRECISION VFRAC
DOUBLE PRECISION DEN
DOUBLE PRECISION VIS
DOUBLE PRECISION TE
DOUBLE PRECISION ED
DOUBLE PRECISION RS
DOUBLE PRECISION T
DOUBLE PRECISION H
DOUBLE PRECISION RF
DOUBLE PRECISION AMF
DOUBLE PRECISION COMB
DOUBLE PRECISION USRSCL
DOUBLE PRECISION VMUS
DOUBLE PRECISION XP
DOUBLE PRECISION YP
DOUBLE PRECISION ZP
DOUBLE PRECISION VOL
DOUBLE PRECISION AREA
DOUBLE PRECISION VPOR
DOUBLE PRECISION ARPOR
DOUBLE PRECISION WFACT
DOUBLE PRECISION CONV
DOUBLE PRECISION WORK
DOUBLE PRECISION SMALL
DOUBLE PRECISION SORMAX
DOUBLE PRECISION TIME
DOUBLE PRECISION DT
DOUBLE PRECISION DTINVF
DOUBLE PRECISION TPARM
LOGICAL LDEN, LVIS, LTURB, LTEMP, LBUOY, LSCAL, LCOMP, LRECT, LCYN, LAXIS,
+ LPOROS, LTRANS
C
CHARACTER* (*) CWORK, CBLOCK
C
C+++++ USER AREA 1 ++++++
C---- AREA FOR USERS EXPLICITLY DECLARED VARIABLES
C
C+++++ END OF USER AREA 1 ++++++
C
COMMON /ALL/NBLOCK, NCELL, NBDRY, NNODE, NFACE, NVERT, NDIM,
+ /ALLWRK/NRWS, NIWS, NCWS, IWRFRE, IWIFRE, IWCFRE, /ADDIMS/NPHASE,
+ NSCAL, NVAR, NPROP, NDVAR, NDPROP, NDXNN, NDGEOM, NDCOEF, NILIST,
+ NRLIST, NTOPOL, /ADDMPH/NAB, NCOMPT, NCOMB, NSCUSR,
+ /CHKUSR/IVERS, IUCALL, IUSED, /CONC/NCONC, /DEVICE/NREAD,
+ NWRITE, NRDISK, NWDISK, /IDUM/ILEN, JLEN, /IOFMT/IFRMAT,
+ /IOPR2/MXPOPT, MXPRT1, MXPRT2, MXPRT3, MXPRT4, MXPRT,
+ /LOGIC/LDEN, LVIS, LTURB, LTEMP, LBUOY, LSCAL, LCOMP, LRECT, LCYN,
+ LAXIS, LPOROS, LTRANS, /MLTGRD/MLEVEL, NLEVEL, ILEVEL,
+ /RESID/IRESID, NRESID, /SGLDBL/IFLGPR, ICHKPR, /SPARM/SMALL,
+ SORMAX, NITER, INDPRI, MAXIT, NODREF, NODMON, /TRANSI/NSTEP,
+ KSTEP, MF, INCORE, /TRANSR/TIME, DT, DTINVF, TPARM
C
COMMON /IMUS/NMUS, IPHC, NPHMUS, NPHD, NADD
C
C+++++ USER AREA 2 ++++++
C---- AREA FOR USERS TO DECLARE THEIR OWN COMMON BLOCKS
C
C THESE SHOULD START WITH THE CHARACTERS 'UC' TO ENSURE
C
C NO CONFLICT WITH NON-USER COMMON BLOCKS
C
C---- COMMON BLOCK FOR EXAMPLE IN USER AREA 6
C
COMMON /UC1/ VELOLD
C
C+++++ END OF USER AREA 2 ++++++
C
DIMENSION IPRV (NBLOCK, NVAR, NPHASE), IPRG (MXPRT4, NBLOCK),
+ IPLANE (0:MXPRT3-1)
DIMENSION U (NNODE, NPHASE), V (NNODE, NPHASE), W (NNODE, NPHASE),
+ P (NNODE, NPHASE), VFRAC (NNODE, NPHASE), DEN (NNODE, NPHASE),
+ VIS (NNODE, NPHASE), TE (NNODE, NPHASE), ED (NNODE, NPHASE),
+ RS (NNODE, NPHASE, 6), T (NNODE, NPHASE), H (NNODE, NPHASE),
+ RF (NNODE, NPHASE, 4), AMF (NNODE, NPHASE, NCONC),
+ COMB (NNODE, NPHASE, NCOMB), USRSCL (NNODE, NPHASE, NSCUSR),
+ VMUS (NNODE, NPHASE, NMUS)
DIMENSION XP (NNODE), YP (NNODE), ZP (NNODE), VOL (NCELL), AREA (NFACE, 3),
+ VPOR (NCELL), ARPOR (NFACE, 3), WFACT (NFACE),
+ CONV (NFACE, NPHASE), IPT (*), IBLK (5, NBLOCK),

```

```

+          IPVERT(NCELL,8),IPNODN(NCELL,6),IPFACN(NCELL,6),
+          IPNODF(NFACE,4),IPNODB(NBDRY,4),IPFACB(NBDRY),IWORK(*),
+          WORK(*),CWORK(*),CBLOCK(NBLOCK),DUMMY(*)
C
C+++++ USER AREA 3 +++++
C---- AREA FOR USERS TO DIMENSION THEIR ARRAYS
C
C---- AREA FOR USERS TO DEFINE DATA STATEMENTS
C
C+++++ END OF USER AREA 3 +++++
C
C---- STATEMENT FUNCTION FOR ADDRESSING
      IP(I,J,K) = IPT((K-1)*ILEN*JLEN+ (J-1)*ILEN+I)
C
C----VERSION NUMBER OF USER ROUTINE AND PRECISION FLAG
C
      IVERS = 3
      ICHKPR = 2
C
C+++++ USER AREA 4 +++++
C---- TO USE THIS USER ROUTINE FIRST SET IUSED=1
C
      IUSED = 1
C
C+++++ END OF USER AREA 4 +++++
C
      IF (IUSED.EQ.0) RETURN
C
C---- FRONTEND CHECKING OF USER ROUTINE
      IF (IUCALL.EQ.0) RETURN
C
      IF (ICALL.EQ.1) THEN
C
C+++++ USER AREA 5 +++++
C+++++ END OF USER AREA 5 +++++
C
      ELSE IF (ICALL.EQ.2) THEN
C
C+++++ USER AREA 6 +++++
C
      IF (IWHEN.EQ.4) THEN

          CALL IPREC('DOMAIN.1','BLOCK','CENTRES',IPT,ILEN,JLEN,KLEN
+                  ,CWORK,IWORK)
C----PRINING U VELOCITY OF PHASE 1

      100 OPEN(UNIT=100, FILE= 'VEL_U P1')
          FORMAT(10X,F20.10,10X,F20.10)

          DO 101 K = 1 , KLEN

              DO 102 I = 1, ILEN
                  UP1INT = 0
                  VOLTOT = 0
                  XSUM = 0

                  DO 103 J = 1, JLEN
                      INODE = IP(I,J,K)
                      UP1INT = UP1INT + (U(INODE,1) * VOL(INODE))
                      VOLTOT = VOLTOT + VOL(INODE)
                      XSUM = XSUM + XP(INODE)
103          CONTINUE

                      UP1MED = UP1INT/VOLTOT
                      X = XSUM/JLEN
                      WRITE(100,100) X, UP1MED

102          CONTINUE
101          CONTINUE

          CLOSE(100)

C----END PRINING U VELOCITY OF PHASE 1

C----PRINING SPEED OF PHASE 1

          OPEN(UNIT=500, FILE= 'SPEED_P1')

```

```

500  FORMAT(50X,F20.50,50X,F20.50)

      DO 501 K = 1 , KLEN

          DO 502 I = 1, ILEN
              SPEEDINT = 0
              VOLTOT = 0
              XSUM = 0

              DO 503 J = 1, JLEN
                  INODE = IP(I,J,K)
                  SPEEDINT = SPEEDINT + ((U(INODE,1)**2+V(INODE,1)**2)**0.5
+                  * VOL(INODE))
                  VOLTOT = VOLTOT + VOL(INODE)
                  XSUM = XSUM + XP(INODE)
503          CONTINUE

                  SPEEDMED = SPEEDINT/VOLTOT
                  X = XSUM/JLEN
                  WRITE(500,100) X, SPEEDMED

502          CONTINUE
501          CONTINUE

          CLOSE(500)

C-----END PRINTING SPEED OF PHASE 1

C-----PRINTING VOLUMETRIC FRACTION OF PHASE 1
      OPEN(UNIT=200, FILE='VOID_FRAC')
      DO 201 K = 1 , KLEN

          DO 202 I = 1, ILEN
              VFRACINT = 0
              VOLTOT = 0
              XSUM = 0

              DO 203 J = 1, JLEN
                  INODE = IP(I,J,K)
                  VFRACINT = VFRACINT + (VFRAC(INODE,1) * VOL(INODE))
                  VOLTOT = VOLTOT + VOL(INODE)
                  XSUM = XSUM + XP(INODE)
203          CONTINUE

                  VFRACMED = VFRACINT/VOLTOT
                  X = XSUM/JLEN
                  WRITE(200,100) X, VFRACMED

202          CONTINUE
201          CONTINUE

          CLOSE(200)

C-----END PRINTING VOLUMETRIC FRACTION OF PHASE 1

C-----PRINTING U VELOCITY OF PHASE 2
      OPEN(UNIT=300, FILE='VEL_U_P2')
      DO 301 K = 1 , KLEN

          DO 302 I = 1, ILEN
              UP2INT = 0
              VOLTOT = 0
              XSUM = 0

              DO 303 J = 1, JLEN
                  INODE = IP(I,J,K)
                  UP2INT = UP2INT + (U(INODE,2) * VOL(INODE))
                  VOLTOT = VOLTOT + VOL(INODE)
                  XSUM = XSUM + XP(INODE)

```

```

303          CONTINUE
              UP2MED = UP2INT/VOLTOT
              X = XSUM/JLEN
              WRITE(300,100) X, UP2MED

302          CONTINUE
301          CONTINUE
              CLOSE(300)

C-----END PRINTING U VELOCITY OF PHASE 2

C-----PRINTING SPEED OF PHASE 2

              OPEN(UNIT=600, FILE= 'SPEED_P2')
600          FORMAT(60X,F20.60,60X,F20.60)

              DO 601 K = 1 , KLEN

                  DO 602 I = 1, ILEN
                      SPEEDINT = 0
                      VOLTOT = 0
                      XSUM = 0

                      DO 603 J = 1, JLEN
                          INODE = IP(I,J,K)
                          SPEEDINT = SPEEDINT+((U(INODE,2)**2+V(INODE,2)**2)**0.5
+                          * VOL(INODE))
                          VOLTOT = VOLTOT + VOL(INODE)
                          XSUM = XSUM + XP(INODE)
603          CONTINUE

                      SPEEDMED = SPEEDINT/VOLTOT
                      X = XSUM/JLEN
                      WRITE(600,100) X, SPEEDMED

602          CONTINUE
601          CONTINUE
              CLOSE(600)

C-----END PRINTING SPEED OF PHASE 2

C-----PRINTING P (BOTH PHASES)

              OPEN(UNIT=400, FILE= 'PRESSURE.TXT')

              DO 401 K = 1 , KLEN

                  DO 402 I = 1, ILEN
                      PINT = 0
                      VOLTOT = 0
                      XSUM = 0

                      DO 403 J = 1, JLEN
                          INODE = IP(I,J,K)
                          PINT = PINT + (P(INODE,2) * VOL(INODE))
                          VOLTOT = VOLTOT + VOL(INODE)
                          XSUM = XSUM + XP(INODE)
403          CONTINUE

                      PMED = PINT/VOLTOT
                      X = XSUM/JLEN
                      WRITE(400,100) X, PMED

402          CONTINUE
401          CONTINUE
              CLOSE(400)

C-----END PRINTING P (BOTH PHASES)

```

```

C-----PRINTING VM TERMS (BOTH PHASES)

      OPEN(UNIT=701, FILE= 'VMTERMX')
      OPEN(UNIT=702, FILE= 'VMTERMY')

C-----CALCULATING VELOCITY GRADIENTS PHASE 1

      IPHASE = 1

      CALL SETWRK('USRPR1', 'WORK  ', 'UGRAD1 ', 3*NCELL, JUGRP1)
      CALL SETWRK('USRPR1', 'WORK  ', 'VGRAD1 ', 3*NCELL, JVGRP1)
      CALL SETWRK('USRPR1', 'WORK  ', 'WGRAD1 ', 3*NCELL, JWGRP1)
C
C-----COMPUTE VELOCITY GRADIENTS.

      CALL GRADV('USRPR1', IPHASE, U(1, IPHASE), V(1, IPHASE)
+      , W(1, IPHASE), WORK(JUGRP1), WORK(JVGRP1)
+      , WORK(JWGRP1), XP, YP, ZP, VOL, AREA
+      , IBLK, IPVERT, IPNODN, IPFACN, IPNODF, IPNODEB
+      , IPFACB, WORK, IWORK, CWORK)

C-----CALCULATING VELOCITY GRADIENTS PHASE 2

      IPHASE = 2

      CALL SETWRK('USRPR1', 'WORK  ', 'UGRAD2 ', 3*NCELL, JUGRP2)
      CALL SETWRK('USRPR1', 'WORK  ', 'VGRAD2 ', 3*NCELL, JVGRP2)
      CALL SETWRK('USRPR1', 'WORK  ', 'WGRAD2 ', 3*NCELL, JWGRP2)
C
C-----COMPUTE VELOCITY GRADIENTS.

      CALL GRADV('USRPR1', IPHASE, U(1, IPHASE), V(1, IPHASE)
+      , W(1, IPHASE), WORK(JUGRP2), WORK(JVGRP2)
+      , WORK(JWGRP2), XP, YP, ZP, VOL, AREA
+      , IBLK, IPVERT, IPNODN, IPFACN, IPNODF, IPNODEB
+      , IPFACB, WORK, IWORK, CWORK)

      DO 700 K = 1 , KLEN

          DO 710 I = 1, ILEN
              DELTAU = 0
              VOLTOT = 0
              XSUM = 0

              DO 720 J = 1, JLEN
                  INODE = IP(I,J,K)

C=====          MODELS FOR Cvm          =====
C      CLASSIC Cvm = CONSTANT = 1/2

              Cvm = 0.5

C      MODEL 1 -- PRESENTED IN VARIOU PAPERS, USED BY DIAS (UNICAMP)

              Cvm = 0.5*((1+VFRAC(INODE,1))/(1-VFRAC(INODE,1)))

C      MODEL 2 -- PRESENTED IN OTHER WORKS (DIFERENT K VALUES)

C              VAN WIJNGAARDEN
C              C = 2.78
C              ZUBER
C              C = 3
C              JEFREREY
C              C = 3.32

              Cvm = 0.5+(C/2)*VFRAC(INODE,1)

C      MODEL 3 -- PRESENTED BY NIEMANN AND LAURIEN (INCLUDES ALPHA^2 TERM)

              Cvm = 0.5+(3.26/2)*VFRAC(INODE,1)+
C      &      (7.7/2)*VFRAC(INODE,1)*VFRAC(INODE,1)

C=====

      LAMBDA = 2

```

```

C      &          * (1.0-VFRAC(INODE,1))
      DELTAUU = 1000*Cvm*VFRAC(INODE,1) * (
&          U(INODE,2)*WORK(JUGRP1+INODE-1)
&          +V(INODE,2)*WORK(JUGRP1+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,1)*WORK(JUGRP2+INODE-1)
&          -V(INODE,1)*WORK(JUGRP2+NCELL+INODE-1)
& + (1-LAMBDA) * (U(INODE,1)*WORK(JUGRP2+INODE-1)
&          +V(INODE,1)*WORK(JUGRP2+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,2)*WORK(JUGRP2+INODE-1)
&          -V(INODE,2)*WORK(JUGRP2+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,1)*WORK(JUGRP1+INODE-1)
&          -V(INODE,1)*WORK(JUGRP1+NCELL+INODE-1)
&          +U(INODE,2)*WORK(JUGRP1+INODE-1)
&          +V(INODE,2)*WORK(JUGRP1+NCELL+INODE-1))
      DELTAVV = 1000*Cvm*VFRAC(INODE,1) * (
&          U(INODE,2)*WORK(JVGRP1+INODE-1)
&          +V(INODE,2)*WORK(JVGRP1+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,1)*WORK(JVGRP2+INODE-1)
&          -V(INODE,1)*WORK(JVGRP2+NCELL+INODE-1)
& + (1-LAMBDA) * (U(INODE,1)*WORK(JVGRP2+INODE-1)
&          +V(INODE,1)*WORK(JVGRP2+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,2)*WORK(JVGRP2+INODE-1)
&          -V(INODE,2)*WORK(JVGRP2+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,1)*WORK(JVGRP1+INODE-1)
&          -V(INODE,1)*WORK(JVGRP1+NCELL+INODE-1)
&          +U(INODE,2)*WORK(JVGRP1+INODE-1)
&          +V(INODE,2)*WORK(JVGRP1+NCELL+INODE-1))
      DUUSUM = DUUSUM + DELTAUU*VOL(INODE)
      DVVSUM = DVVSUM + DELTAVV*VOL(INODE)
      VOLTOT = VOLTOT + VOL(INODE)
      XSUM = XSUM + XP(INODE)
720  CONTINUE      DUUMED = DUUSUM/VOLTOT
                  DVVMED = DVVSUM/VOLTOT
                  X = XSUM/JLEN
                  WRITE(701,100) X, DUUMED
                  WRITE(702,100) X, DVVMED
710  CONTINUE
700  CONTINUE
      CLOSE(701)
      CLOSE(702)
      END IF
C
C+++++ END OF USER AREA 6 +++++
C
      END IF
C
      RETURN
C
      END
C=====
C
C          VIRTUAL MASS CALCULATIONS
C=====
      SUBROUTINE USRBF(IPHASE,BX,BY,BZ,BPX,BPY,BPZ,U,V,W,P,VFRAC,DEN,
+          VIS,TE,ED,RS,T,H,RF,SCAL,XP,YP,ZP,VOL,AREA,VPOR,
+          ARPOR,WFACT,IPT,IBLK,IPVERT,IPNODN,IPFACN,IPNODEF,
+          IPNOB,IPFACB,WORK,IWORK,CWORK)
C

```

```

C*****
C
C   UTILITY SUBROUTINE FOR USER-SUPPLIED BODY FORCES
C
C   >>> IMPORTANT                               <<<
C   >>> USERS MAY ONLY ADD OR ALTER PARTS OF THE SUBROUTINE WITHIN <<<
C   >>> THE DESIGNATED USER AREAS              <<<
C*****
C
C   THIS SUBROUTINE IS CALLED BY THE FOLLOWING SUBROUTINES
C   BFCAL
C*****
C
C   SUBROUTINE ARGUMENTS
C
C   IPHASE - PHASE NUMBER
C
C   * BX   - X-COMPONENT OF VELOCITY-INDEPENDENT BODY FORCE
C   * BY   - Y-COMPONENT OF VELOCITY-INDEPENDENT BODY FORCE
C   * BZ   - Z-COMPONENT OF VELOCITY-INDEPENDENT BODY FORCE
C   * BPX  -
C   * BPY  - COMPONENTS OF LINEARISABLE BODY FORCES.
C   * BPZ  -
C
C   N.B. TOTAL BODY-FORCE IS GIVEN BY:
C
C       X-COMPONENT = BX + BPX*U
C       Y-COMPONENT = BY + BPY*V
C       Z-COMPONENT = BZ + BPZ*W
C
C   U     - U COMPONENT OF VELOCITY
C   V     - V COMPONENT OF VELOCITY
C   W     - W COMPONENT OF VELOCITY
C   P     - PRESSURE
C   VFRAC - VOLUME FRACTION
C   DEN   - DENSITY OF FLUID
C   VIS   - VISCOSITY OF FLUID
C   TE    - TURBULENT KINETIC ENERGY
C   ED    - EPSILON
C   RS    - REYNOLD STRESSES
C   T     - TEMPERATURE
C   H     - ENTHALPY
C   SCAL  - SCALARS (THE FIRST 'NCONC' OF THESE ARE MASS FRACTIONS)
C   XP    - X COORDINATES OF CELL CENTRES
C   YP    - Y COORDINATES OF CELL CENTRES
C   ZP    - Z COORDINATES OF CELL CENTRES
C   VOL   - VOLUME OF CELLS
C   AREA  - AREA OF CELLS
C   VPOR  - POROUS VOLUME
C   ARPOR - POROUS AREA
C   WFACT - WEIGHT FACTORS
C
C   IPT   - 1D POINTER ARRAY
C   IBLK  - BLOCK SIZE INFORMATION
C   IPVERT - POINTER FROM CELL CENTERS TO 8 NEIGHBOURING VERTICES
C   IPNODN - POINTER FROM CELL CENTERS TO 6 NEIGHBOURING CELLS
C   IPPACN - POINTER FROM CELL CENTERS TO 6 NEIGHBOURING FACES
C   IPNODF - POINTER FROM CELL FACES TO 2 NEIGHBOURING CELL CENTERS
C   IPNODB - POINTER FROM BOUNDARY CENTERS TO CELL CENTERS
C   IPPACB - POINTER FROM BOUNDARY CENTERS TO BOUNDARY FACES
C
C   WORK  - REAL WORKSPACE ARRAY
C   IWORK - INTEGER WORKSPACE ARRAY
C   CWORK - CHARACTER WORKSPACE ARRAY
C
C   SUBROUTINE ARGUMENTS PRECEDED WITH A '*' ARE ARGUMENTS THAT MUST
C   BE SET BY THE USER IN THIS ROUTINE.
C
C   NOTE THAT OTHER DATA MAY BE OBTAINED FROM CFX-4 USING THE
C   ROUTINE GETADD, FOR FURTHER DETAILS SEE THE VERSION 4
C   USER MANUAL.
C*****
C
C   DOUBLE PRECISION BX
C   DOUBLE PRECISION BY
C   DOUBLE PRECISION BZ
C   DOUBLE PRECISION BPX
C   DOUBLE PRECISION BPY

```

```

DOUBLE PRECISION BPZ
DOUBLE PRECISION U
DOUBLE PRECISION V
DOUBLE PRECISION W
DOUBLE PRECISION P
DOUBLE PRECISION VFRAC
DOUBLE PRECISION DEN
DOUBLE PRECISION VIS
DOUBLE PRECISION TE
DOUBLE PRECISION ED
DOUBLE PRECISION RS
DOUBLE PRECISION T
DOUBLE PRECISION H
DOUBLE PRECISION RF
DOUBLE PRECISION SCAL
DOUBLE PRECISION XP
DOUBLE PRECISION YP
DOUBLE PRECISION ZP
DOUBLE PRECISION VOL
DOUBLE PRECISION AREA
DOUBLE PRECISION VPOR
DOUBLE PRECISION ARPOR
DOUBLE PRECISION WFACT
DOUBLE PRECISION WORK
DOUBLE PRECISION SMALL
DOUBLE PRECISION SORMAX
DOUBLE PRECISION TIME
DOUBLE PRECISION DT
DOUBLE PRECISION DTINVF
DOUBLE PRECISION TPARAM
LOGICAL LDEN, LVIS, LTURB, LTEMP, LBUOY, LSCAL, LCOMP, LRECT, LCYN, LAXIS,
+      LPOROS, LTRANS
C
C      CHARACTER* (*) CWORK
C
C+++++ USER AREA 1 +++++
C---- AREA FOR USERS EXPLICITLY DECLARED VARIABLES
C
C+++++ END OF USER AREA 1 +++++
C
COMMON /ALL/NBLOCK, NCELL, NBDRY, NNODE, NFACE, NVERT, NDIM,
+      /ALLWRK/NRWS, NIWS, NCWS, IWRPRE, IWIFRE, IWCFRE, /ADDIMS/NPHASE,
+      NSCAL, NVAR, NPROP, NDVAR, NDPROP, NDXNN, NDGEOM, NDCEOF, NILIST,
+      NRLIST, NTOPOL, /CHKUSR/IVERS, IUCALL, IUSED, /DEVICE/NREAD,
+      NWRITE, NRDISK, NWDISK, /IDUM/ILEN, JLEN, /LOGIC/LDEN, LVIS,
+      LTURB, LTEMP, LBUOY, LSCAL, LCOMP, LRECT, LCYN, LAXIS, LPOROS,
+      LTRANS, /MLTGRD/MLEVEL, NLEVEL, ILEVEL, /SGLDBL/IFLGR, ICHKPR,
+      /SPARM/SMALL, SORMAX, NITER, INDPRI, MAXIT, NODREF, NODMON,
+      /TRANSI/NSTEP, KSTEP, MF, INCORE, /TRANSP/TIME, DT, DTINVF, TPARAM
C
C+++++ USER AREA 2 +++++
C---- AREA FOR USERS TO DECLARE THEIR OWN COMMON BLOCKS
C      THESE SHOULD START WITH THE CHARACTERS 'UC' TO ENSURE
C      NO CONFLICT WITH NON-USER COMMON BLOCKS
C
DOUBLE PRECISION DUDXP1
DOUBLE PRECISION DVDXP1
C
DOUBLE PRECISION DUDYP1
DOUBLE PRECISION DVDYP1
C
C+++++ END OF USER AREA 2 +++++
C
DIMENSION BX (NCELL) , BY (NCELL) , BZ (NCELL) , BPX (NCELL) , BPY (NCELL) ,
+      BPZ (NCELL)
C
DIMENSION U (NNODE, NPHASE) , V (NNODE, NPHASE) , W (NNODE, NPHASE) ,
+      P (NNODE, NPHASE) , VFRAC (NNODE, NPHASE) , DEN (NNODE, NPHASE) ,
+      VIS (NNODE, NPHASE) , TE (NNODE, NPHASE) , ED (NNODE, NPHASE) ,
+      RS (NNODE, NPHASE, *) , T (NNODE, NPHASE) , H (NNODE, NPHASE) ,
+      RF (NNODE, NPHASE, 4) , SCAL (NNODE, NPHASE, NSCAL)
C
DIMENSION XP (NNODE) , YP (NNODE) , ZP (NNODE) , VOL (NCELL) , AREA (NFACE, 3) ,
+      VPOR (NCELL) , ARPOR (NFACE, 3) , WFACT (NFACE) , IPT (*),
+      IBLK (5, NBLOCK) , IPVERT (NCELL, 8) , IPNODN (NCELL, 6) ,
+      IPFACN (NCELL, 6) , IPNODF (NFACE, 4) , IPNODE (NBDRY, 4) ,
+      IPPACB (NBDRY) , IWORK (*), WORK (*), CWORK (*)
C
C+++++ USER AREA 3 +++++
C---- AREA FOR USERS TO DIMENSION THEIR ARRAYS
C

```

```

C---- AREA FOR USERS TO DEFINE DATA STATEMENTS
C
C+++++ END OF USER AREA 3 ++++++
C
C---- STATEMENT FUNCTION FOR ADDRESSING
      IP(I,J,K) = IPT((K-1)*ILEN*JLEN+ (J-1)*ILEN+I)
C
C----VERSION NUMBER OF USER ROUTINE AND PRECISION FLAG
C
      IVERS = 2
      ICHKPR = 2
C
C+++++ USER AREA 4 ++++++
C---- TO USE THIS USER ROUTINE FIRST SET IUUSED=1
C
      IUUSED = 1
C
C+++++ END OF USER AREA 4 ++++++
C
      IF (IUUSED.EQ.0) RETURN
C
C---- FRONTEND CHECKING OF USER ROUTINE
      IF (IUCALL.EQ.0) RETURN
C
C+++++ USER AREA 5 ++++++

C----RESERVE REAL WORKSPACE FOR VELOCITY GRADIENTS.

      CALL SETWRK('USRBF ', 'WORK ', 'UGRAD ', 3*NCELL, JUGRP1)
      CALL SETWRK('USRBF ', 'WORK ', 'VGRAD ', 3*NCELL, JVGRP1)
      CALL SETWRK('USRBF ', 'WORK ', 'WGRAD ', 3*NCELL, JWGRP1)
C
C----COMPUTE VELOCITY GRADIENTS PHASE 1

      CALL GRADV('USRBF', IPHASE, U(1,1), V(1,1)
+           , W(1,1), WORK(JUGRP1), WORK(JVGRP1)
+           , WORK(JWGRP1), XP, YP, ZP, VOL, AREA
+           , IBLK, IPVERT, IPNODN, IPFACN, IPNODF, IPNODEB
+           , IPFACB, WORK, IWORK, CWORK)

C----RESERVE REAL WORKSPACE FOR VELOCITY GRADIENTS.

      CALL SETWRK('USRBF ', 'WORK ', 'UGRADP2 ', 3*NCELL, JUGRP2)
      CALL SETWRK('USRBF ', 'WORK ', 'VGRADP2 ', 3*NCELL, JVGRP2)
      CALL SETWRK('USRBF ', 'WORK ', 'WGRADP2 ', 3*NCELL, JWGRP2)

C----RESERVE REAL WORKSPACE FOR PRESSURE GRADIENTS.

C      CALL SETWRK('USRBF ', 'WORK ', 'GRADP ', 3*NCELL, JGRADP)

C----COMPUTE VELOCITY GRADIENTS.

      CALL GRADV('USRBF', IPHASE, U(1, IPHASE), V(1, IPHASE)
+           , W(1, IPHASE), WORK(JUGRP2), WORK(JVGRP2)
+           , WORK(JWGRP2), XP, YP, ZP, VOL, AREA
+           , IBLK, IPVERT, IPNODN, IPFACN, IPNODF, IPNODEB
+           , IPFACB, WORK, IWORK, CWORK)

C----VELOCITY GRADIENT PHASE 1

      IF (IPHASE.EQ.1) THEN

      DO 20 INODE = 1, NCELL

C===== MODELS FOR Cvm =====
C
      CLASSIC Cvm = CONSTANT = 1/2

      Cvm = 0.5

C      MODEL 1 -- PRESENTED IN VARIOU PAPERS, USED BY DIAS (UNICAMP)
C
      Cvm = 0.5*((1+VFRAC(INODE,1))/(1-VFRAC(INODE,1)))

C      MODEL 2 -- PRESENTED IN OTHER WORKS (DIFERENT K VALUES)

C
      VAN WIJNGAARDEN
C      C = 2.78

```

```

C          ZUBER
C          C = 3
C          JEFREY
C          C = 3.32

C          Cvm = 0.5+(3/2)*VFRAC(INODE,1)

C          MODEL 3 -- PRESENTED BY NIEMANN AND LAURIEN (INCLUDES ALPHA^2 TERM)

C          Cvm = 0.5+(3.26/2)*VFRAC(INODE,1)+
C          &          (7.7/2)*VFRAC(INODE,1)*VFRAC(INODE,1)

C          LAMBDA = 2
C          &          * (1.0-VFRAC(INODE,1))

C=====

      DELTAUU = -1000*Cvm*VFRAC(INODE,1)*(
&          U(INODE,2)*WORK(JUGRP1+INODE-1)
&          +V(INODE,2)*WORK(JUGRP1+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,1)*WORK(JUGRP2+INODE-1)
&          -V(INODE,1)*WORK(JUGRP2+NCELL+INODE-1)
& + (1-LAMBDA)*(U(INODE,1)*WORK(JUGRP2+INODE-1)
&          +V(INODE,1)*WORK(JUGRP2+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,2)*WORK(JUGRP2+INODE-1)
&          -V(INODE,2)*WORK(JUGRP2+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,1)*WORK(JUGRP1+INODE-1)
&          -V(INODE,1)*WORK(JUGRP1+NCELL+INODE-1)
&          +U(INODE,2)*WORK(JUGRP1+INODE-1)
&          +V(INODE,2)*WORK(JUGRP1+NCELL+INODE-1)))

      DELTAVV = -1000*Cvm*VFRAC(INODE,1)*(
&          U(INODE,2)*WORK(JVGRP1+INODE-1)
&          +V(INODE,2)*WORK(JVGRP1+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,1)*WORK(JVGRP2+INODE-1)
&          -V(INODE,1)*WORK(JVGRP2+NCELL+INODE-1)
& + (1-LAMBDA)*(U(INODE,1)*WORK(JVGRP2+INODE-1)
&          +V(INODE,1)*WORK(JVGRP2+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,2)*WORK(JVGRP2+INODE-1)
&          -V(INODE,2)*WORK(JVGRP2+NCELL+INODE-1)
&          -U(INODE,1)*WORK(JVGRP1+INODE-1)
&          -V(INODE,1)*WORK(JVGRP1+NCELL+INODE-1)
&          +U(INODE,2)*WORK(JVGRP1+INODE-1)
&          +V(INODE,2)*WORK(JVGRP1+NCELL+INODE-1)))

C          DELTAUU = -1000*Cvm*VFRAC(INODE,1)*
C          &          (U(INODE,1)*WORK(JUGRADP2+INODE-1))

C          BPX(INODE) = BPX(INODE) - 1000*Cvm*VFRAC(INODE,1)*DUDXP1(INODE)
C          BX(INODE) = BX(INODE) + DELTAUU
C          BY(INODE) = BY(INODE) + DELTAVV

20      CONTINUE

C          WRITE(*,*) 'GRD_Ug= (COPYANTES)', DUDXP1(5000)
C          END IF

C-----U GRADIENT PHASE 2
C          IF (IPHASE.EQ.2) THEN
C
C-----COMPUTE PRESSURE GRADIENT

C          CALL GRADS('USRBF','P',IT,IPHASE,P(1,IPHASE)
C          +          ,WORK(JGRADP),XP,YP,ZP,VOL,AREA
C          +          ,IBLK,IPVERT,IPNODN,IPFACN,IPNODEF,IPNODEB
C          +          ,IPFACB,WORK,IWORK,CWORK)

```

```

C      OPEN(UNIT=1, FILE= 'C:\TEMP\TESTCFX4\GRDIF.TXT',STATUS = 'NEW')

      DO 30 INODE = 1,NCELL

C=====          MODELS FOR Cvm          =====
C      CLASSIC Cvm = CONSTANT = 1/2
              Cvm = 0.5

C      MODEL 1 -- PRESENTED IN VARIOU PAPERS, USED BY DIAS (UNICAMP)
              Cvm = 0.5*((1+VFRAC(INODE,1))/(1-VFRAC(INODE,1)))

C      MODEL 2 -- PRESENTED IN OTHER WORKS (DIFERENT K VALUES)

C              VAN WIJNGAARDEN
C              C = 2.78
C              ZUBER
C              C = 3
C              JEFREY
C              C = 3.32

C              Cvm = 0.5+(3/2)*VFRAC(INODE,1)

C      MODEL 3 -- PRESENTED BY NIEMANN AND LAURIEN (INCLUDES ALPHA^2 TERM)

C              Cvm = 0.5+(3.26/2)*VFRAC(INODE,1)+
C      &              (7.7/2)*VFRAC(INODE,1)*VFRAC(INODE,1)

C=====
C              LAMBDA = 2
C      &              * (1.0-VFRAC(INODE,1))

      DELTAUU = 1000*Cvm*VFRAC(INODE,1)*(
&              U(INODE,2)*WORK(JUGRP1+INODE-1)
&              +V(INODE,2)*WORK(JUGRP1+NCELL+INODE-1)
&              -U(INODE,1)*WORK(JUGRP2+INODE-1)
&              -V(INODE,1)*WORK(JUGRP2+NCELL+INODE-1)
&      +(1-LAMBDA)*(U(INODE,1)*WORK(JUGRP2+INODE-1)
&              +V(INODE,1)*WORK(JUGRP2+NCELL+INODE-1)
&              -U(INODE,2)*WORK(JUGRP2+INODE-1)
&              -V(INODE,2)*WORK(JUGRP2+NCELL+INODE-1)
&              -U(INODE,1)*WORK(JUGRP1+INODE-1)
&              -V(INODE,1)*WORK(JUGRP1+NCELL+INODE-1)
&              +U(INODE,2)*WORK(JUGRP1+INODE-1)
&              +V(INODE,2)*WORK(JUGRP1+NCELL+INODE-1)))

      DELTAVV = 1000*Cvm*VFRAC(INODE,1)*(
&              U(INODE,2)*WORK(JVGRP1+INODE-1)
&              +V(INODE,2)*WORK(JVGRP1+NCELL+INODE-1)
&              -U(INODE,1)*WORK(JVGRP2+INODE-1)
&              -V(INODE,1)*WORK(JVGRP2+NCELL+INODE-1)
&      +(1-LAMBDA)*(U(INODE,1)*WORK(JVGRP2+INODE-1)
&              +V(INODE,1)*WORK(JVGRP2+NCELL+INODE-1)
&              -U(INODE,2)*WORK(JVGRP2+INODE-1)
&              -V(INODE,2)*WORK(JVGRP2+NCELL+INODE-1)
&              -U(INODE,1)*WORK(JVGRP1+INODE-1)
&              -V(INODE,1)*WORK(JVGRP1+NCELL+INODE-1)
&              +U(INODE,2)*WORK(JVGRP1+INODE-1)
&              +V(INODE,2)*WORK(JVGRP1+NCELL+INODE-1)))

C      DELTAUU = -1000*Cvm*VFRAC(INODE,1)*
C      &              (U(INODE,1)*WORK(JUGRADP2+INODE-1))

C      BPX(INODE) = BPX(INODE) - 1000*Cvm*VFRAC(INODE,1)*DUDXP1(INODE)
C
C              BX(INODE) = BX(INODE) + DELTAUU
C              BY(INODE) = BY(INODE) + DELTAVV

C      WRITE(*,*) 'GRADP1 = ', WORK(JUGRP1+INODE-1)
C      WRITE(*,*) 'GRADP2 = ', WORK(JUGRP2+INODE-1)

```

```

C      DIF = DUDXP1 (INODE) -WORK (JUGRADP2+INODE-1)

C      WRITE(*,*) 'BX = ', BX (INODE)

C      WRITE(1,*) DELTAU
30    CONTINUE
C      CLOSE(1)

C      DO 50 INODE = 1, NNODE
C      WRITE(*,*) 'BX = ', BX (INODE)
C50   CONTINUE

C      WRITE(*,*) 'GRD_U1=      ', WORK (JUGRADP2 + 5000 )
C      WRITE(*,*) 'GRD_U1= (CP) ', GRDUP2 ( 5000 )

C      K = 1
C      DO 400 I = 100, 101
C          DO 410 J = 10,12
C          C
C          C          INODE = IP (I,J,K)
C          C
C          C          WRITE(*,*) 'DIFGRD (' ,I, ', ',J, ') = ', GRDUP2 ( INODE )
C          C          &          - DUDXP1 ( INODE )
C          C
C410   CONTINUE
C400   CONTINUE

          END IF

C      WRITE(*,*) 'VOID =', VFRAC (3432,1)
C      WRITE(*,*) 'U =', U (3432,1)

C      WRITE(*,*) 'Bx_P2 =', BX (3432)

C      WORK (JUGRAD+INODE-1)
C      WORK (JUGRAD+NCELL+INODE-1)
C      WORK (JUGRAD+2*NCELL+INODE-1)

C----DELETE WORKSPACE FOR GRADIENTS, WHEN FINISHED
      IF (IPHASE.EQ.1) THEN
          CALL DELWRK ('USRBF ', 'WORK ', 'UGRAD ')
          END IF

C
C THIS ROUTINE IS ENTERED REPEATEDLY FOR EACH PHASE IN A MULTIPHASE
C CALCULATION. BODY FORCES CAN BE SET FOR A PARTICULAR PHASE USING
C THE VARIABLE IPHASE. EG. IF (IPHASE.EQ.2) WOULD ALLOW BODY FORCES
C FOR THE SECOND PHASE.
C
C----ADD USER-DEFINED BODY FORCES.
C
C----EXAMPLE 1: LOCALISED MOMENTUM SOURCE, EG. PROPELLOR.
C
C      RETURN
C
C      END

C=====
C
C          DISPERSE PHASE VISCOSITY CALCULATIONS
C
C=====

```

```

        SUBROUTINE USRVIS (VISN,U,V,W,P,VFRAC,DEN,VIS,TE,ED,RS,T,H,RF,SCAL,
+           XP,YP,ZP,VOL,AREA,VPOR,ARPOR,WFACT,DIFLAM,
+           URFVAR,IPT,IBLK,IPVERT,IPNODN,IPFACN,IPNODF,
+           IPNOB,IPFACB,WORK,IWORK,CWORK)
C
C*****
C
C      USER SUBROUTINE TO PROVIDE VARIABLE LAMINAR VISCOSITY, IF REQUIRED.
C
C      >>> IMPORTANT                                     <<<
C      >>> USERS MAY ONLY ADD OR ALTER PARTS OF THE SUBROUTINE WITHIN <<<
C      >>> THE DESIGNATED USER AREAS                       <<<
C
C*****
C
C      THIS SUBROUTINE IS CALLED BY THE FOLLOWING SUBROUTINES
C      CUSR  CVIS
C
C*****
C
C      SUBROUTINE ARGUMENTS
C
C      * VISN  - NEW VALUE OF VISCOSITY
C      U      - U COMPONENT OF VELOCITY
C      V      - V COMPONENT OF VELOCITY
C      W      - W COMPONENT OF VELOCITY
C      P      - PRESSURE
C      VFRAC  - VOLUME FRACTION
C      DEN    - DENSITY OF FLUID
C      VIS    - OLD VALUE OF VISCOSITY
C      TE     - TURBULENT KINETIC ENERGY
C      ED     - EPSILON
C      RS     - REYNOLD STRESSES
C      T      - TEMPERATURE
C      H      - ENTHALPY
C      RF     - REYNOLD FLUXES
C      SCAL   - SCALARS (THE FIRST 'NCONC' OF THESE ARE MASS FRACTIONS)
C      XP     - X COORDINATES OF CELL CENTRES
C      YP     - Y COORDINATES OF CELL CENTRES
C      ZP     - Z COORDINATES OF CELL CENTRES
C      VOL    - VOLUME OF CELLS
C      AREA   - AREA OF CELLS
C      VPOR   - POROUS VOLUME
C      ARPOR  - POROUS AREA
C      DIFLAM - LAMINAR DIFFUSIVITY
C      URFVAR - UNDER RELAXATION FACTORS
C
C      IPT    - 1D POINTER ARRAY
C      IBLK   - BLOCK SIZE INFORMATION
C      IPVERT - POINTER FROM CELL CENTERS TO 8 NEIGHBOURING VERTICES
C      IPNODN - POINTER FROM CELL CENTERS TO 6 NEIGHBOURING CELLS
C      IPFACN - POINTER FROM CELL CENTERS TO 6 NEIGHBOURING FACES
C      IPNODF - POINTER FROM CELL FACES TO 2 NEIGHBOURING CELL CENTERS
C      IPNOB  - POINTER FROM BOUNDARY CENTERS TO CELL CENTERS
C      IPFACB - POINTER FROM BOUNDARY CENTERS TO BOUNDARY FACES
C
C      WORK   - REAL WORKSPACE ARRAY
C      IWORK  - INTEGER WORKSPACE ARRAY
C      CWORK  - CHARACTER WORKSPACE ARRAY
C
C      SUBROUTINE ARGUMENTS PRECEDED WITH A '*' ARE ARGUMENTS THAT MUST
C      BE SET BY THE USER IN THIS ROUTINE.
C
C      NOTE THAT THE USER SHOULD SET THE VALUE REQUIRED FOR THE
C      NEW VISCOSITY. THIS WILL BE UNDER-RELAXED WITH REGARD TO THE OLD
C      VALUE OF VISCOSITY AUTOMATICALLY BY THE PROGRAM.
C
C      NOTE THAT OTHER DATA MAY BE OBTAINED FROM CFX-4 USING THE
C      ROUTINE GETADD, FOR FURTHER DETAILS SEE THE VERSION 4
C      USER MANUAL.
C
C*****
C
C      DOUBLE PRECISION VISN
C      DOUBLE PRECISION U
C      DOUBLE PRECISION V
C      DOUBLE PRECISION W
C      DOUBLE PRECISION P
C      DOUBLE PRECISION VFRAC
C      DOUBLE PRECISION DEN

```

```

DOUBLE PRECISION VIS
DOUBLE PRECISION TE
DOUBLE PRECISION ED
DOUBLE PRECISION RS
DOUBLE PRECISION T
DOUBLE PRECISION H
DOUBLE PRECISION RF
DOUBLE PRECISION SCAL
DOUBLE PRECISION XP
DOUBLE PRECISION YP
DOUBLE PRECISION ZP
DOUBLE PRECISION VOL
DOUBLE PRECISION AREA
DOUBLE PRECISION VPOR
DOUBLE PRECISION ARPOR
DOUBLE PRECISION WFACT
DOUBLE PRECISION DIFLAM
DOUBLE PRECISION URFVAR
DOUBLE PRECISION WORK
DOUBLE PRECISION SMALL
DOUBLE PRECISION SORMAX
DOUBLE PRECISION TIME
DOUBLE PRECISION DT
DOUBLE PRECISION DTINVF
DOUBLE PRECISION TPARM
LOGICAL LDEN, LVIS, LTURB, LTEMP, LBUOY, LSCAL, LCOMP, LRECT, LCYN, LAXIS,
+   LPOROS, LTRANS
C
C   CHARACTER*(*) CWORK
C
C+++++ USER AREA 1 +++++
C---- AREA FOR USERS EXPLICITLY DECLARED VARIABLES
C
C+++++ END OF USER AREA 1 +++++
C
COMMON /ALL/NBLOCK, NCELL, NBDRY, NNODE, NFACE, NVERT, NDIM,
+   /ALLWRK/NRWS, NIWS, NCWS, IWRFRE, IWIFRE, IWCFRE, /ADDIMS/NPHASE,
+   NSCAL, NVAR, NPROP, NDVAR, NDPROP, NDXNN, NDGEOM, NDCOEF, NILIST,
+   NRLIST, NTOPOL, /CHKUSR/IVERS, IUCALL, IUSED, /DEVICE/NREAD,
+   NWRITE, NRDISK, NWDISK, /IDUM/ILEN, JLEN, /LOGIC/LDEN, LVIS,
+   LTURB, LTEMP, LBUOY, LSCAL, LCOMP, LRECT, LCYN, LAXIS, LPOROS,
+   LTRANS, /MLTGRD/MLEVEL, NLEVEL, ILEVEL, /SGLDBL/IFLGR, ICHKPR,
+   /SPARM/SMALL, SORMAX, NITER, INDPRI, MAXIT, NODREF, NODMON,
+   /TRANSI/NSTEP, KSTEP, MF, INCORE, /TRANSR/TIME, DT, DTINVF, TPARM
C
C+++++ USER AREA 2 +++++
C---- AREA FOR USERS TO DECLARE THEIR OWN COMMON BLOCKS
C   THESE SHOULD START WITH THE CHARACTERS 'UC' TO ENSURE
C   NO CONFLICT WITH NON-USER COMMON BLOCKS
C
C+++++ END OF USER AREA 2 +++++
C
C   DIMENSION DIFLAM (NVAR, NPHASE), URFVAR (NVAR, NPHASE)
C
C   DIMENSION VISN (NNODE, NPHASE), U (NNODE, NPHASE), V (NNODE, NPHASE),
+   W (NNODE, NPHASE), P (NNODE, NPHASE), VFRAC (NNODE, NPHASE),
+   DEN (NNODE, NPHASE), VIS (NNODE, NPHASE), TE (NNODE, NPHASE),
+   ED (NNODE, NPHASE), RS (NNODE, NPHASE, 6), T (NNODE, NPHASE),
+   H (NNODE, NPHASE), RF (NNODE, NPHASE, 4),
+   SCAL (NNODE, NPHASE, NSCAL)
C
C   DIMENSION XP (NNODE), YP (NNODE), ZP (NNODE), VOL (NCELL), AREA (NFACE, 3),
+   VPOR (NCELL), ARPOR (NFACE, 3), WFACT (NFACE), IPT (*),
+   IBLK (5, NBLOCK), IPVERT (NCELL, 8), IPNODN (NCELL, 6),
+   IPFACN (NCELL, 6), IPNODF (NFACE, 4), IPNODB (NBDRY, 4),
+   IPFACB (NBDRY), IWORK (*), WORK (*), CWORK (*)
C
C+++++ USER AREA 3 +++++
C---- AREA FOR USERS TO DIMENSION THEIR ARRAYS
C
C---- AREA FOR USERS TO DEFINE DATA STATEMENTS
C
C+++++ END OF USER AREA 3 +++++
C
C---- STATEMENT FUNCTION FOR ADDRESSING
C   IP (I, J, K) = IPT ((K-1)*ILEN*JLEN+ (J-1)*ILEN+I)
C
C----VERSION NUMBER OF USER ROUTINE AND PRECISION FLAG
C
C   IVERS = 4
C   ICHKPR = 2
C

```

```
C+++++ USER AREA 4 ++++++
C---- TO USE THIS USER ROUTINE FIRST SET IUSED=1
C
      IUSED = 1
C
C+++++ END OF USER AREA 4 ++++++
C
      IF (IUSED.EQ.0) RETURN
C
C---- FRONTEND CHECKING OF USER ROUTINE
      IF (IUCALL.EQ.0) RETURN
C
C+++++ USER AREA 5 ++++++
C
C---- EXAMPLE: DEFAULT CONSTANT VISCOSITY
C
C GET VARIABLE NUMBER FOR U-VELOCITY.
C CALL GETVAR('USRVIS','U      ',IU)
C
C USE IPALL TO FIND 1D ADDRESSES OF ALL CELL CENTRES
      CALL IPALL('*', '*', 'BLOCK', 'CENTRES', IPT, NPT, CWORK, IWORK)
C
C LOOP OVER ALL INTERIOR CELLS
      DO 110 I=1,NPT
C
C USE ARRAY IPT TO GET ADDRESS
C
      WRITE(*,*) 'VISC TURB(', INODE, ') =', VISN(INODE,2)
      INODE=IPT(I)
      VISN(INODE,1) = VISN(INODE,2)/1000
110 CONTINUE
100 CONTINUE
C
C----END OF EXAMPLE
C
C+++++ END OF USER AREA 5 ++++++
C
      RETURN
C
      END
```

Apêndice 2 – Arquivo de comando do Solver do CFX4

```
>>CFX4
  >>OPTIONS
    TWO DIMENSIONS
    BODY FITTED GRID
    CYLINDRICAL COORDINATES
    AXIS INCLUDED
    AXISYMMETRIC MODIFICATION
    TURBULENT FLOW
    ISOTHERMAL FLOW
    INCOMPRESSIBLE FLOW
    BUOYANT FLOW
    STEADY STATE
    USER SCALAR EQUATIONS 0
    MASS FRACTION EQUATIONS 0
    CHEMICAL SPECIES EQUATIONS 0
    NUMBER OF PHASES 2
    NUMBER OF MUSIG SIZE GROUPS 0
    NUMBER OF PARTICLE MASS FRACTIONS 0
  >>USER FORTRAN
    USRPRT
    USRBF
  >>PHASE NAMES
    PHASE2 'LIQ_CONT'
    PHASE1 'GAS_DISP'
  >>MODEL DATA
    >>DIFFERENCING SCHEME
      ALL EQUATIONS 'CCCT'
```

```
>>SET INITIAL GUESS
  >>SET CONSTANT GUESS
    PHASE NAME 'GAS_DISP'
    U VELOCITY 1.04
    VOLUME FRACTION 0.16
  >>SET CONSTANT GUESS
    PHASE NAME 'LIQ_CONT'
    U VELOCITY 0.82
    VOLUME FRACTION 0.84
>>RHE CHOW SWITCH
  IMPROVED
  QUADRATIC EXTRAPOLATION
  MULTIPHASE DAMPING
>>TITLE
  PROBLEM TITLE 'CASO 1'
>>WALL TREATMENTS
  PHASE NAME 'LIQ_CONT'
  NO SLIP
>>WALL TREATMENTS
  PHASE NAME 'GAS_DISP'
  SLIP
>>PHYSICAL PROPERTIES
  >>BUOYANCY PARAMETERS
    ALL PHASES
    GRAVITY VECTOR -9.800000E+00 0.000000E+00 0.000000E+00
  >>FLUID PARAMETERS
    PHASE NAME 'LIQ_CONT'
    VISCOSITY 1.0000E-03
    DENSITY 1.0000E+03
  >>FLUID PARAMETERS
    PHASE NAME 'GAS_DISP'
    VISCOSITY 1.0000E-15
    DENSITY 1.2800E+00
  >>MULTIPHASE PARAMETERS
    >>PHASE DESCRIPTION
      PHASE NAME 'LIQ_CONT'
      LIQUID
      CONTINUOUS
    >>PHASE DESCRIPTION
      PHASE NAME 'GAS_DISP'
      GAS
      DISPERSE
      MEAN DIAMETER 3.0000E-03
```

```
MODIFY EMPTY CELL VELOCITY 0.0000E+00
>>MULTI PHASE MODELS
  >>MOMENTUM
    INTER PHASE TRANSFER
    SINCE
    IPSAC
  >>INTER PHASE TRANSFER MODELS
    >>MOMENTUM
      FIRST PHASE NAME 'GAS_DISP'
      SECOND PHASE NAME 'LIQ_CONT'
      SURFACE TENSION COEFFICIENT 7.0000E-02
    >>PARTICLE DRAG MODEL
      FLOW REGIME 'AUTOMATIC'
    >>NON DRAG FORCES
      LIFT FORCE
      LIFT COEFFICIENT 1.0000E-01
      WALL LUBRICATION FORCE
      LUBRICATION COEFFICIENTS -0.02 0.04
  >>TURBULENCE PARAMETERS
    >>TURBULENCE MODEL
      PHASE NAME 'GAS_DISP'
      TURBULENCE MODEL 'LAMINAR'
      PARTICLE INDUCED TURBULENCE 'NONE'
    >>TURBULENCE MODEL
      PHASE NAME 'LIQ_CONT'
      TURBULENCE MODEL 'K-EPSILON'
      PARTICLE INDUCED TURBULENCE 'SATO'
>>SOLVER DATA
  >>PROGRAM CONTROL
    MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS 20000
    MASS SOURCE TOLERANCE 1.0000E-16
    ITERATIONS OF VELOCITY AND PRESSURE EQUATIONS 1
    ITERATIONS OF HYDRODYNAMIC EQUATIONS 3
  >>DEFERRED CORRECTION
    EPSILON START 5000
    EPSILON END 5000
  >>EQUATION SOLVERS
    ALL PHASES
    U VELOCITY 'AMG'
    V VELOCITY 'AMG'
    PRESSURE 'AMG'
    VOLUME FRACTION 'LINE SOLVER'
    EPSILON 'AMG'
```

```
>>FALSE TIMESTEPS
  ALL PHASES
  U VELOCITY 0.000005
  V VELOCITY 0.000005
  VOLUME FRACTION 0.00002
  EPSILON 0.000001
>>MODEL BOUNDARY CONDITIONS
#CALC
  JI = 0.6942;
  Jg = 0.1644;
  ALPHA = 0.1536;
  UL = JI/(1-ALPHA);
  UG = Jg/(ALPHA);
  VFG = ALPHA;
  VFL = 1.0-ALPHA;
#ENDCALC
>>INLET BOUNDARIES
  PHASE NAME 'LIQ_CONT'
  PATCH NAME 'INLET'
  NORMAL VELOCITY #UL
  VOLUME FRACTION #VFL
  TURBULENCE INTENSITY 3.7000E-02
>>INLET BOUNDARIES
  PHASE NAME 'GAS_DISP'
  PATCH NAME 'INLET'
  NORMAL VELOCITY #UG
  VOLUME FRACTION #VFG
  TURBULENCE INTENSITY 3.7000E-02
>>PRESSURE BOUNDARIES
  ALL PHASES
  PATCH NAME 'OUTLET'
  PRESSURE 0.0000E+00
>>WALL BOUNDARIES
  PHASE NAME 'GAS_DISP'
  PATCH NAME 'WALLEX'
>>WALL BOUNDARIES
  PHASE NAME 'LIQ_CONT'
  PATCH NAME 'WALLEX'
>>STOP
```

Apêndice 3 – Comparação modelo axi-simétrico com modelo 3D

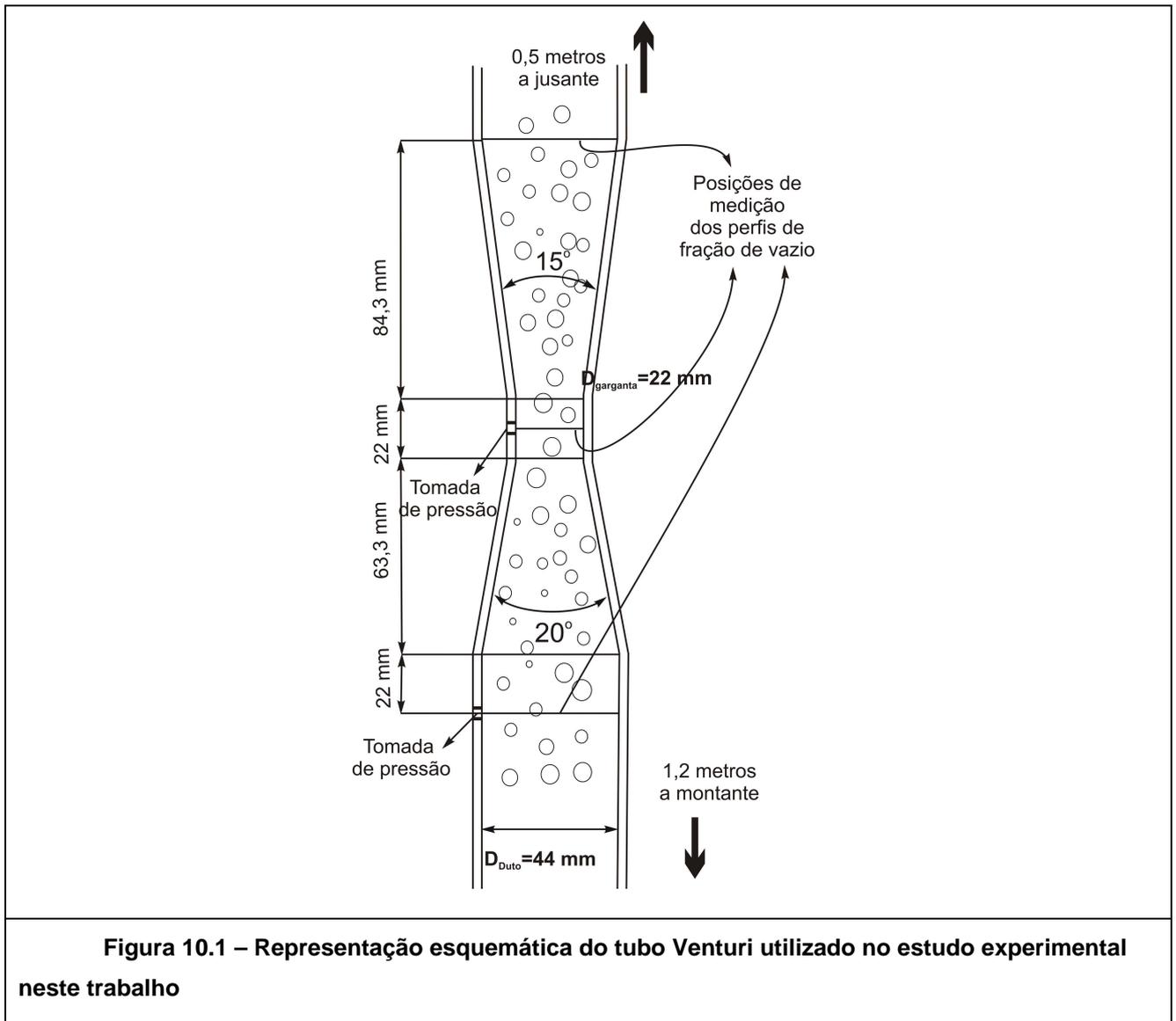
O propósito desta secção é apresentar uma comparação entre os perfis transversais de velocidade e fração em um tubo Venturi. Este apêndice foi acrescentado ao trabalho após a defesa, sob solicitação de alguns membros da banca de defesa de tese, sob argumentação que a hipótese de axi-simetria poderia não ser válida, em escoamentos multifásicos. Embora esta questão é muito discutida na área de modelagem deste tipo de escoamentos, no caso estudado neste trabalho, esta hipótese é válida, como será mostrado nas figuras seguintes.

O problema principal nestes casos está associado ao uso de planos de simetria pelo fato deste tipo de condição de contorno suprimir os movimentos transversais. Quando considerado um escoamento como os aqui estudados, em regime permanente, a hipótese de axi-simetria será válida, sempre que não existam oscilações transientes no escoamento. De esta forma, na realidade, o problema do uso de planos de simetria como condições de contorno, não está associado a escoamentos multifásicos, mas sim a escoamentos dominados pela convecção natural ou, de forma geral, escoamentos onde as forças de empuxo são dominantes, e não ao caso específico escoamentos multifásicos. Tal é o caso de exemplos típicos de escoamentos multifásicos como colunas de bolhas ou leitos fluidizados, onde os movimentos oscilatórios transversais são inerentes ao escoamento, gerados pelas instabilidades próprias introduzidas pelas forças de empuxo, e não impostas

por alguma condição de contorno. Entretanto, os tipos de escoamentos estudados neste trabalho são dominados pela convecção forçada.

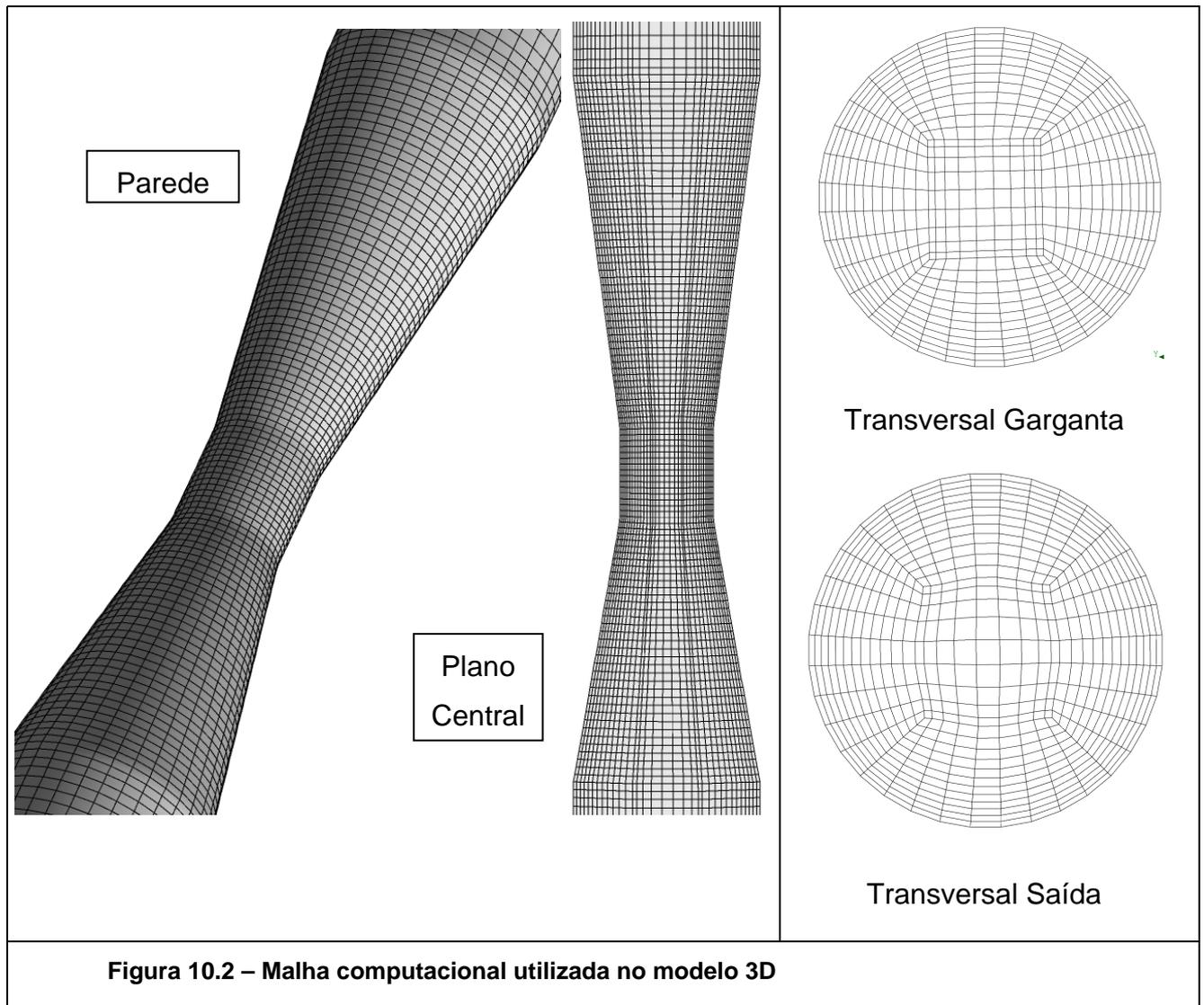
As figuras a seguir apresentam uma comparação dos perfis transversais de velocidade e fração de vazios, em diferentes pontos ao longo do tubo Venturi utilizado nos estudos experimentais neste trabalho.

As posições onde são levantados os perfis são mostradas na Figura 5.18, mostrada novamente a seguir por conveniência (Figura 10.1).

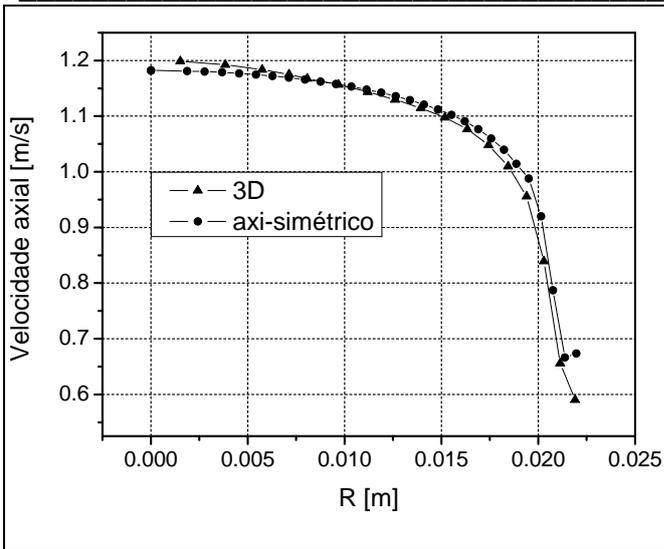


A comparação entre o modelo axi-simétrico e 3D serão realizadas para velocidades superficiais do líquido e gás de $J_L = 0.6942 \text{ m/s}$ e $J_L = 0.1644 \text{ m/s}$ respectivamente.

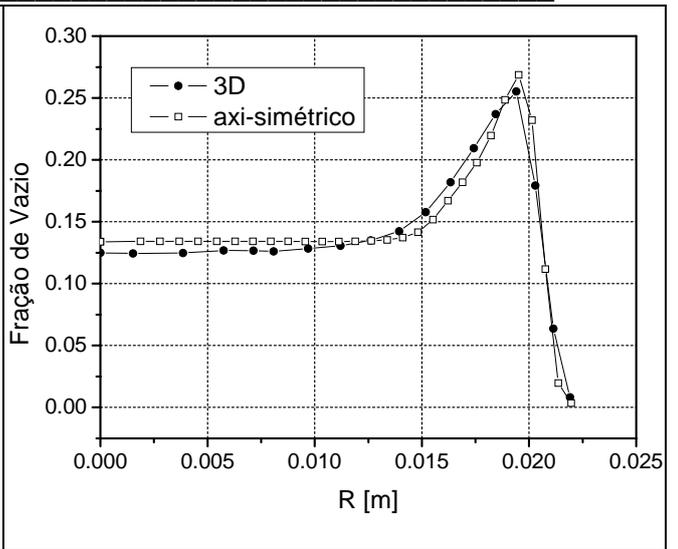
A Figura 10.2 apresenta a malha computacional utilizada no modelo 3D. Trata-se de uma malha multiblocos e uma topologia tipo "O-grid" foi utilizada para a construção da mesma.



A Figura 10.3 Apresenta os perfis de fração de vazios e velocidade axial do gás na entrada, garganta e saída do tubo Venturi.

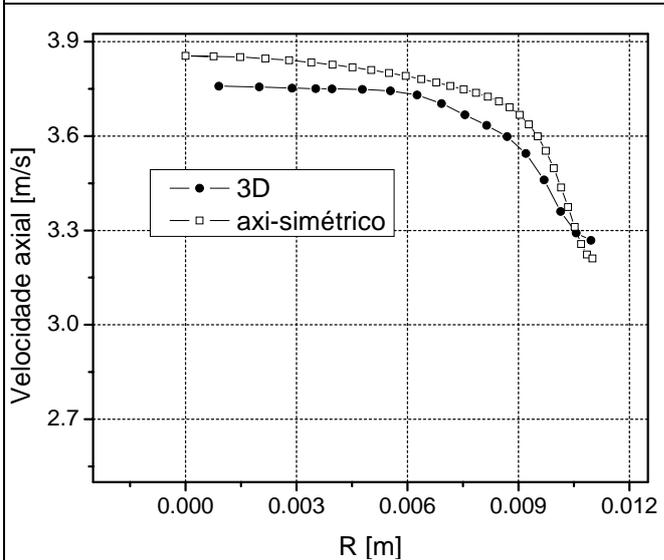


Velocidade Axial do gás

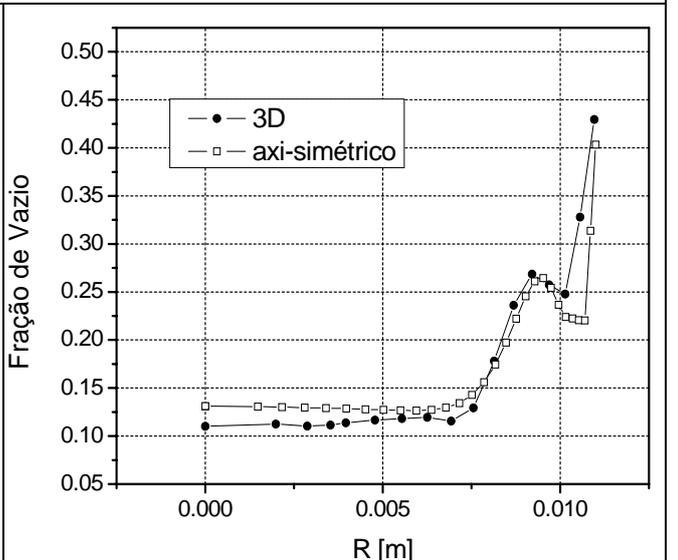


Fração volumétrica de gás

Entrada

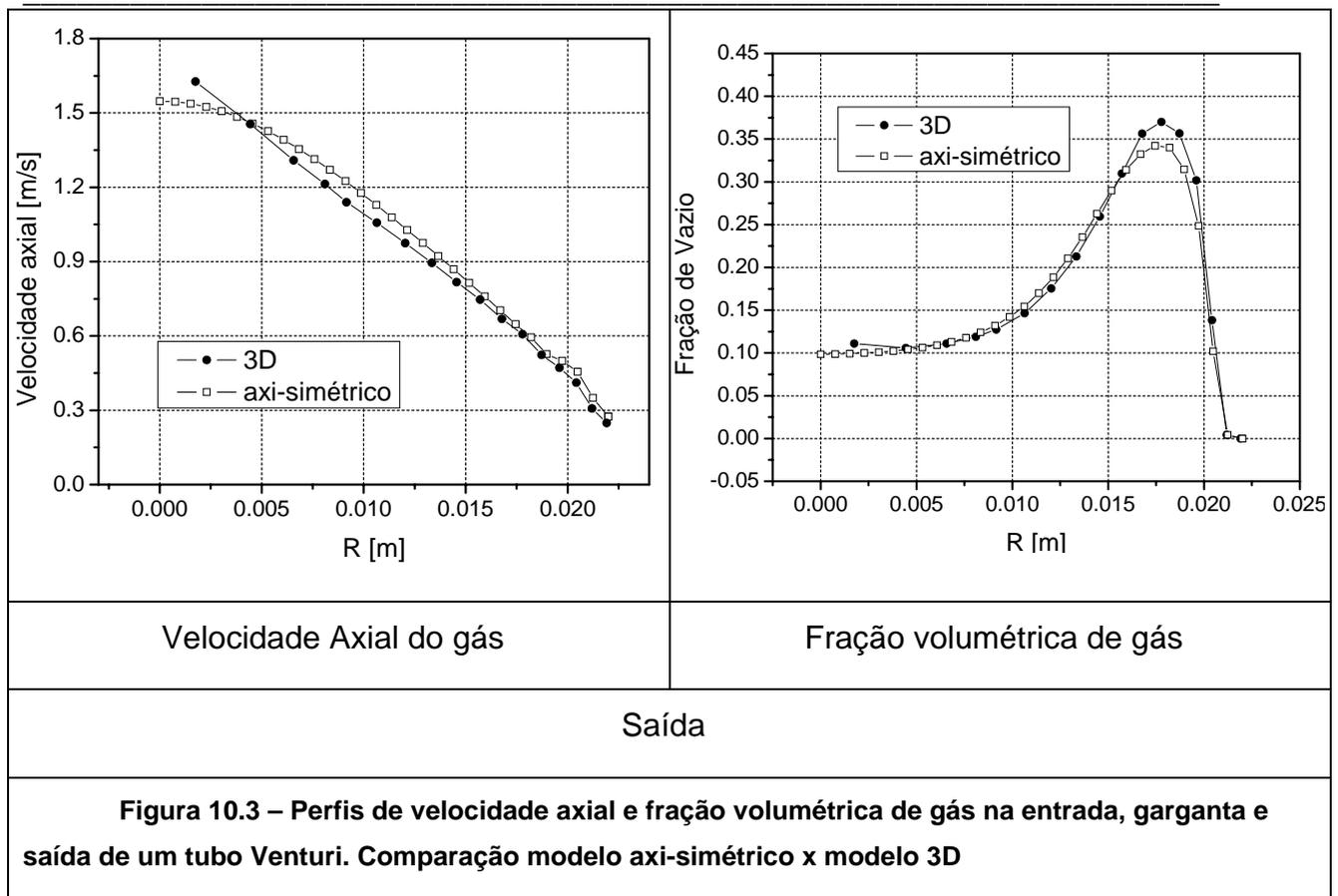


Velocidade Axial do gás



Fração volumétrica de gás

Garganta



Observa-se uma grande concordância entre os resultados obtidos para ambos modelos. As pequenas diferenças observadas podem ser atribuídas ao refino de malha, já que em um modelo axi-simétrico um maior refino transversal pode ser utilizado, ainda com uma quantidade de nós muito menor. O modelo utilizado neste caso inclui todas as forças transversais, mostrando que as conclusões obtidas no trabalho em relação aos efeitos destas forças são perfeitamente válidas. Isto também foi questionado por alguns membros da banca examinadora, colocando que os efeitos das forças transversais poderiam ser muito menores em um caso 3D.

Conclui-se desta forma que a hipótese de axi-simetria é perfeitamente válida nos escoamentos aqui estudados.